



PHASE-FIELD MODELING OF CRACK INITIATION AND PROPAGATION IN HIGH-STRENGTH CONCRETE BEAMS CONTAINING NANO SILICA

Vu Ba Thanh¹, Ngo Van Thuc², Bui Tien Thanh¹, Tran The Truyen¹,
Do Anh Tu^{1*}

¹University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

² Mien Tay Construction University, No. 20B Pho Co Dieu, Vinh Long, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 29/05/2021

Revised: 08/06/2021

Accepted: 25/06/2021

Published online: 15/8/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.6.1>

* *Corresponding author*

Email: doanhtu@utc.edu.vn

Abstract. Over the past decades, the phase field method has become a robust simulation tool to predict crack propagation in concrete structures. This method uses the phase field variable and the degradation function to describe the energy decrease in the structure as well as the state of the crack based on the coupling resolution of the phase field and mechanical problems. This paper presents the phase field method to determine: (i) the crack initiation and propagation; (ii) the load-displacement curves; (iii) the relationship between the applied load and the crack mouth open displacement (CMOD); and (iv) the fracture mechanical work in the concrete beams using a three-point bending test. The beams were made of high-strength concrete containing the nano-silica (NS) material with the replacement ratio ranging from 0% to 1.5%. The simulation results compare well with the experimental measurements and the analytical results from previous studies. The phase field model can be a reliable and effective tool to simulate the crack initiation and propagation and mechanical behavior of high strength and high performance concrete structures.

Keywords: phase field method, crack, fracture, high-strength concrete, nano-silica.



MÔ PHỎNG SỰ HÌNH THÀNH VÀ LAN TRUYỀN VẾT NỨT TRONG DÀM BÊ TÔNG CƯỜNG ĐỘ CAO CÓ CHẤT KẾT DÍNH BỔ SUNG NANO SILICA BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHASE FIELD

Vũ Bá Thành¹, Ngô Văn Thức², Bùi Tiến Thành¹, Trần Thế Truyền¹,
Đỗ Anh Tú^{1*}

¹Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

²Trường Đại học Xây dựng Miền Tây, số 20B Phó Cơ Điều, Vĩnh Long, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 29/05/2021

Ngày nhận bài sửa: 08/06/2021

Ngày chấp nhận đăng: 25/06/2021

Ngày xuất bản Online: 15/8/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.6.1>

* Tác giả liên hệ

Email: doanhtu@utc.edu.vn

Tóm tắt. Trong thời gian gần đây, phương pháp phase field là một công cụ mô phỏng mạnh để dự đoán sự phát triển vết nứt trong kết cấu. Phương pháp này sử dụng biến phase field và hàm suy biến để mô tả sự suy giảm năng lượng tồn tại trong vật thể cũng như trạng thái của vết nứt dựa vào việc giải quyết kết hợp giữa bài toán phase field và bài toán cơ học. Trong nghiên cứu này, phương pháp phase field được sử dụng để xác định: (i) sự hình thành và lan truyền vết nứt trong kết cấu; (ii) đường cong ứng xử giữa tải trọng và chuyển vị; (iii) đường cong quan hệ giữa tải trọng và độ mở rộng miệng vết nứt do chuyển vị (CMOD) và (iv) công cơ học phá hủy của dầm bê tông chịu uốn ba điểm. Các mẫu dầm này được làm từ bê tông cường độ cao với sự thay đổi tỷ lệ chất kết dính bổ sung nano-silica (NS) từ 0% tới 1,5%. Kết quả tính toán từ phương pháp mô phỏng phù hợp với kết quả thực nghiệm và lý thuyết của các nghiên cứu trước đó. Phương pháp phase field có thể là một công cụ đáng tin cậy và hiệu quả để mô phỏng sự hình thành và lan truyền vết nứt và ứng xử cơ học của các kết cấu bê tông cường độ cao và bê tông tính năng cao.

Từ khóa: Phương pháp phase field, vết nứt, phá hủy, bê tông cường độ cao, nano-silica.

© 2021 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

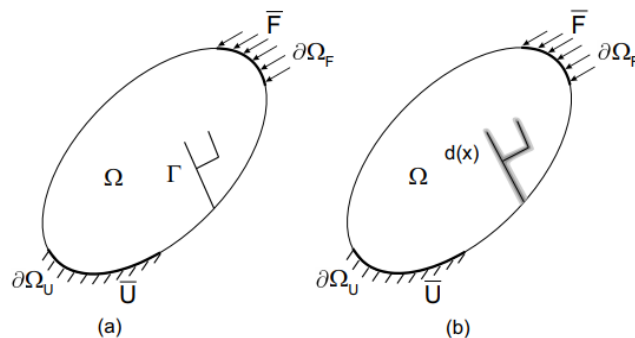
Dự đoán chính xác sự hình thành và lan truyền vết nứt cũng như quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị của kết cấu bằng phương pháp mô phỏng là một thách thức lớn hiện nay. Nhiều phương pháp đã được phát triển để mô tả hư hỏng trong kết cấu như phương pháp phần tử hữu hạn (FEM), phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng (XFEM) nhưng chúng chỉ có thể mô tả được những vết nứt đơn giản mà không thể dự đoán được sự phát triển của những vết nứt phức tạp hoặc hệ thống các vết nứt. Xuất phát từ cơ sở lý thuyết về phá hủy giòn trong vật rắn được đề xuất bởi Griffith [1] và Irwin [2], vết nứt sẽ lan truyền nếu tốc độ giải phóng năng lượng đạt tới giá trị tới hạn. Lý thuyết của Griffith [1] cung cấp một tiêu chuẩn cho sự lan truyền vết nứt nhưng không đủ để xác định chính xác đường đi của vết nứt phức tạp cũng như dự đoán sự hình thành vết nứt. Những hạn chế của [1] được khắc phục bằng phương pháp biến phân dựa vào lý thuyết giảm thiểu năng lượng được đưa ra bởi Francfort và Marigo [3], Mumford và Shah[4]. Sau đó một phương pháp mô phỏng số dựa trên các tiêu chí của [3, 4] được đề xuất bởi Bourdin và cộng sự [5] để mô tả đường đi phức tạp của vết nứt. Một nghiên cứu gần đây của Miehe và cộng sự [6] đã đưa ra cơ sở nhiệt động học cho phương pháp phase field để mô tả sự hình thành và lan truyền vết nứt phức tạp trong vật rắn, phát triển các nguyên lý biến phân tăng và áp dụng chúng vào phương pháp phần tử hữu hạn với hai biến: biến phase field và biến chuyển vị.

Các nghiên cứu gần đây của Ngô Văn Thức và cộng sự [7-10] đã xác định các tham số vật liệu và các đặc trưng phá hủy của vật liệu bê tông cường độ cao với sử dụng NS, cho thấy vật liệu này có rất nhiều tính năng tốt như năng lượng phá hủy cao, cường độ chịu kéo và nén lớn, sự hình thành cường độ sớm, giảm độ sụt và độ chảy xè của hỗn hợp bê tông tươi.

Trong bài báo này chúng tôi sử dụng phương pháp phase field như là một phương pháp số để mô phỏng sự phát triển vết nứt cũng như ứng xử của kết cấu với vật liệu bê tông cường độ cao sử dụng NS với các tỷ lệ khác nhau. Các tham số vật liệu dùng để mô phỏng được lấy từ kết quả thí nghiệm của [7]. Hơn nữa, kết quả đạt được từ phương pháp mô phỏng này được so sánh với kết quả lý thuyết của Tadavà cộng sự [11] và kết quả thực nghiệm trong [7].

2. PHƯƠNG PHÁP PHASE FIELD

Cho một miền Ω là một vật thể bị nứt, trong đó $\partial\Omega$ là biên ngoài của Ω . Cho Γ là vết nứt trong miền vật thể Ω . Trạng thái của vết nứt được mô tả bằng một biến phase field $d(\mathbf{x})$ với $\mathbf{x} \in \Omega$ (xem Hình 1).



Hình 1. Mô tả vật thể bị nứt: (a) vết nứt thực tế; (b) vết nứt thông qua biến phase field $d(\mathbf{x})$.

2.1. Các phương trình năng lượng

Trong phương pháp phase field, tổng năng lượng trong một vật thể bị nứt được mô tả:

$$E(\mathbf{u}, d) = \int_{\Omega} W_u(\boldsymbol{\varepsilon}, d) d\Omega + \int_{\Omega} g_c \gamma(d, \nabla d) d\Omega \quad (1)$$

Trong đó g_c là năng lượng kháng nứt, $\gamma(d, \nabla d) = \frac{d^2}{2l} + \frac{l}{2} \nabla d \cdot \nabla d$ là hàm mật độ vết nứt, l là tham số chiều dài. Ta đặt $E = \int_{\Omega} W d\Omega$, do đó tổng năng lượng trong vật thể được viết lại như sau:

$$W(\mathbf{u}, d) = W_u(\boldsymbol{\varepsilon}, d) + g_c \gamma(d, \nabla d) \quad (2)$$

Trong nghiên cứu của Miehe và cộng sự [6], chọn hàm mật độ năng lượng đàn hồi W_u như:

$$W_u(\mathbf{u}, d) = \Psi^+(\boldsymbol{\varepsilon})\{g(d) + k\} + \Psi^-(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3)$$

Trong đó, ta sử dụng hàm suy biến $g(d) = (1-d)^2$ để mô phỏng sự thay đổi độ cứng của vật thể bị nứt, k là số thực vô cùng nhỏ.

Ten-xơ biến dạng $\boldsymbol{\varepsilon}$ được phân rã thành phần dương $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ đại diện cho phần chịu kéo và phần âm $\boldsymbol{\varepsilon}^-$ đại diện cho phần chịu nén khi kết cấu chịu tác dụng của tải trọng:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^+ + \boldsymbol{\varepsilon}^- \quad (4)$$

Với hai thành phần năng lượng đàn hồi liên quan tới $\boldsymbol{\varepsilon}^-$ và $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ được mô tả:

$$\Psi^+(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_+)^2 + \mu \text{Tr}\{(\boldsymbol{\varepsilon}^+)\}^2 \quad (5)$$

$$\Psi^-(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_-)^2 + \mu \text{Tr}\{(\boldsymbol{\varepsilon}^-)\}^2 \quad (6)$$

Trong đó $\langle x \rangle_{\pm} = (x \pm |x|) / 2$, λ và μ là hệ số Lamé.

Dựa trên nguyên lý nhiệt động học và bất phương trình Clausius-Duhem [12], ta có :

$$\mathbf{A} \dot{d} \geq 0 \text{ và } \mathbf{A} = -\frac{\partial W}{\partial d} \quad (7)$$

Giả thiết, hàm ngưỡng $\mathbf{F}(\mathbf{A})$ sao cho hư hỏng trong vật thể không xảy ra :

$$\mathbf{F}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \leq 0 \quad (8)$$

Theo nguyên lý tiêu hao năng lượng, $\mathbf{A} \cdot \dot{d}$ phải thỏa mãn điều kiện $\dot{d} > 0$ và $\mathbf{F} = 0$ do đó :

$$\mathbf{F} = -\frac{\partial W}{\partial d} = -\frac{\partial W_u}{\partial d} - g_c \delta_d \gamma(d, \nabla d) = 0 \quad (9)$$

Với đạo hàm của hàm mật độ vết nứt theo biến phase field d như dưới đây:

$$\delta_d \gamma(d, \nabla d) = \frac{d}{l} - l \Delta d \quad (10)$$

Từ công thức (9) và (10), ta có thể viết lại thành công thức dưới đây:

$$2(1-d)\mathbf{H} - \frac{g_c}{l}(d - l^2 \Delta d) = 0 \quad (11)$$

Với \mathbf{H} là hàm lịch sử biến dạng theo thời gian τ được xác định như sau:

$$\mathbf{H} = \max_{\tau \in [0, t]} \{ \Psi^+(\mathbf{x}, \tau) \} \quad (12)$$

2.2. Bài toán phase field

Từ (11) và (12), sự phát triển của biến phase field d được xác định bằng cách giải hệ phương trình dưới đây với các điều kiện biên tương ứng:

$$\begin{cases} 2(1-d)\mathbf{H} - \frac{g_c}{l}(d - l^2 \Delta d) = 0 & \text{trong } \Omega \\ d(\mathbf{x}) = 1 & \text{tại } \Gamma \\ \nabla d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{tại } \partial\Omega \end{cases} \quad (13)$$

Với \mathbf{n} là vec-tơ pháp tuyến tại biên $\partial\Omega$ và Δd là toán tử Laplace của d .

Từ phương trình (13¹) ở trên, sử dụng dạng yếu bằng cách nhân thêm δd trên miền tích phân Ω , ta có:

$$\int_{\Omega} \left\{ 2(1-d)\mathbf{H} \delta d - \frac{g_c}{l}(d - l^2 \Delta d) \delta d \right\} d\Omega = 0 \quad (14)$$

Từ công thức (14), cuối cùng ta xác định được tích phân dưới đây :

$$\int_{\Omega} \left\{ \left(2\mathbf{H} + \frac{g_c}{l} \right) d \delta d + g_c l \nabla d \nabla(\delta d) \right\} d\Omega = \int_{\Omega} (2\mathbf{H} \delta d) d\Omega \quad (15)$$

Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn cho bài toán phase field, ta phân tích được:

$$d = \mathbf{N}_d \mathbf{d}_i \quad \text{và} \quad \nabla d = \mathbf{N}_d \mathbf{d}_i \quad (16)$$

$$\delta d = \mathbf{B}_d \delta \mathbf{d}_i \quad \text{và} \quad \nabla \delta d = \mathbf{B}_d \delta \mathbf{d}_i \quad (17)$$

Với \mathbf{N}_d và \mathbf{B}_d là ma trận hàm dạng và ma trận vi phân hàm dạng của biến phase field d , cuối cùng ta có phương trình để xác định các giá trị tại các nút phân tử \mathbf{d}_i :

$$\{\mathbf{d}_i\} = [\mathbf{K}_d]^{-1} \{\mathbf{F}_d\} \quad (18)$$

Ma trận độ cứng theo biến phase field d được xác định như sau:

$$[\mathbf{K}_d] = \int_{\Omega} \left\{ \left(\frac{g_c}{l} + 2\mathbf{H} \right) \mathbf{N}_d^T \mathbf{N}_d + g_c \mathbf{B}_d^T \mathbf{B}_d \right\} d\Omega \quad (19)$$

Ta có vec-tơ lực theo biến phase field d :

$$\{\mathbf{F}_d\} = \int_{\Omega} 2\mathbf{N}_d^T \mathbf{H} d\Omega \quad (20)$$

2.3. Bài toán chuyển vị

Với tổng năng lượng E trong vật thể bị nứt từ công thức (1) với chuyển vị \mathbf{u} , dạng yếu của bài toán chuyển vị được viết như sau:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial W_u}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \boldsymbol{\varepsilon}(\delta \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\partial \Omega_F} \bar{\mathbf{F}} \delta \mathbf{u} d\Gamma \quad (21)$$

Trong đó \mathbf{f} và $\bar{\mathbf{F}}$ là nội lực trong vật thể Ω và ngoại lực trên biên $\partial \Omega_F$

Với phương trình (21) của hàm năng lượng biến dạng, ứng suất Cauchy được xác định:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W_u}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \{g(d) + k\} \left\{ \lambda \langle Tr \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+ \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^+ \right\} + \lambda \langle Tr \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_- \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^- \quad (22)$$

Với $\mathbf{1} = \{1; 1; 0\}^T$ và $\langle Tr \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_{\pm} = \mathbf{R}_{\pm}(Tr \boldsymbol{\varepsilon})$, trong đó $\mathbf{R}_{\pm} = \frac{1}{2} \{sign\{\pm Tr \boldsymbol{\varepsilon}\} + 1\}$ (xem trong [12, 13]).

Sử dụng phương pháp phân tử hữu hạn cho bài toán chuyển vị, ta có:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{u}_i \quad \text{và} \quad \delta \mathbf{u} = \mathbf{N} \delta \mathbf{u}_i \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \mathbf{B} \mathbf{u}_i \quad \text{và} \quad \boldsymbol{\varepsilon}(\delta \mathbf{u}) = \mathbf{B} \delta \mathbf{u}_i \quad (24)$$

Với \mathbf{N} và \mathbf{B} là ma trận hàm dạng và ma trận vi phân hàm dạng của biến chuyển vị \mathbf{u} , cuối cùng ta có phương trình để xác định các giá trị tại các nút phân tử \mathbf{u}_i như sau:

$$\{\mathbf{u}_i\} = [\mathbf{K}]^{-1} \{\mathbf{F}\} \quad (25)$$

Ta có ma trận độ cứng theo biến chuyển vị:

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \left\{ (g(d) + k) (\lambda \mathbf{R}_+ \mathbf{1} \mathbf{1}^T + 2\mu \mathbf{P}_+) + (\lambda \mathbf{R}_- \mathbf{1} \mathbf{1}^T + 2\mu \mathbf{P}_-) \right\} \mathbf{B} d\Omega \quad (26)$$

Với $\mathbf{P}_{\pm} = \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}$ (xem trong [12, 13]).

Vec-tơ lực theo biến chuyển vị được xác định:

$$\{\mathbf{F}\} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_d^T \{\mathbf{f}\} d\Omega + \int_{\partial\Omega_F} \mathbf{N}_d^T \{\bar{\mathbf{F}}\} d\Gamma \quad (27)$$

Nội dung của phương pháp phase field được tóm lược qua thuật toán như sau:

Thuật toán

Cho giá trị ban đầu của chuyển vị \mathbf{u}_0 , biến phase field \mathbf{d}_0 hàm lịch sử biến dạng \mathbf{H}_0

FOR $j=1,2,\dots,n$

Bài toán chuyển vị

Tính $[\mathbf{K}]$ và $\{\mathbf{F}\}$ theo công thức (26) và (27)

Tính giá trị \mathbf{u}_j theo công thức (25)

Bài toán phase field

Tính hàm lịch sử biến dạng \mathbf{H}_j từ \mathbf{u}_j theo công thức (12)

Tính $[\mathbf{K}_d]$ và $\{\mathbf{F}_d\}$ theo công thức (19) và (20)

Tính giá trị \mathbf{d}_j theo công thức (18)

END

3. THÍ NGHIỆM XÁC ĐỊNH CÁC THAM SỐ KHÁNG NỨT CỦA VẬT LIỆU

Thí nghiệm xác định các tham số vật liệu của bê tông cường độ cao chứa NS được thực hiện bởi [7] theo tiêu chuẩn ACI [14], có tỷ lệ phối trộn như Bảng 1.

Bảng 1. Thành phần của bê tông cường độ cao sử dụng nano-silica.

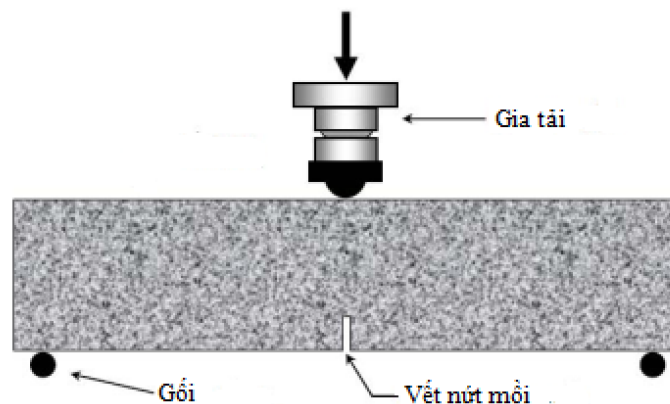
Thành phần vật liệu	Vật liệu						
	Xi măng	Cốt liệu mịn	Cốt liệu thô	Tro bay Silica	NS	Phụ gia siêu dẻo	Nước
	(kg)	(kg)	(kg)	(kg)	(%)	(lít)	(lít)
0%NS	544,21	674,68	1049,75	28,64	0,00	5,44	154,67
0,5%NS	541,34	673,68	1049,75	28,64	0,50	6,53	154,67
1,5%NS	535,61	671,67	1049,75	28,64	1,50	7,62	154,67

Các tham số vật liệu đã xác định trong nghiên cứu của [7] được trình bày trong Bảng 2.

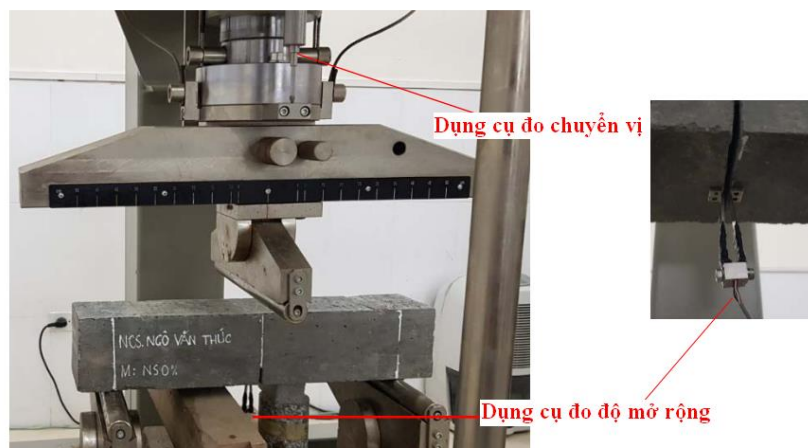
Bảng 2. Tham số đặc tính kháng nứt của bê tông cường độ cao sử dụng NS.

Thành phần vật liệu	Cường độ chịu nén f'_c	Cường độ chịu kéo f_t	Mô đun đàn hồi E	Năng lượng kháng nứt g_c	Cường độ kháng nứt K_{IC}
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(Nmm/mm ²)	(MPam ^{1/2})
0%NS	82,10	5,43	45533	0,200	1,175
0,5%NS	84,09	5,76	47620	0,242	1,273
1,5%NS	87,10	6,23	50131	0,316	1,32

Mẫu đầm được chế tạo với kích thước 500x100x100mm bằng vật liệu bê tông cường độ cao sử dụng NS [7]. Thí nghiệm uốn ba điểm được thực hiện với bố trí các gối và điểm gia tải như Hình 2 để xác định ứng xử của kết cấu theo tỷ lệ NS. Khoảng cách hai gối là 400mm, đầm được tạo vết nứt môi với chiều dài 25mm và độ rộng của vết nứt là 2mm. Đo độ mở rộng miệng vết nứt (CMOD) bằng thiết bị đo được bố trí tại hai bên vết nứt như Hình 3:



Hình 2. Thí nghiệm uốn ba điểm mẫu đầm [7].



Hình 3. Bố trí thiết bị thí nghiệm.

4. PHÂN TÍCH, SO SÁNH KẾT QUẢ GIỮA CÁC PHƯƠNG PHÁP

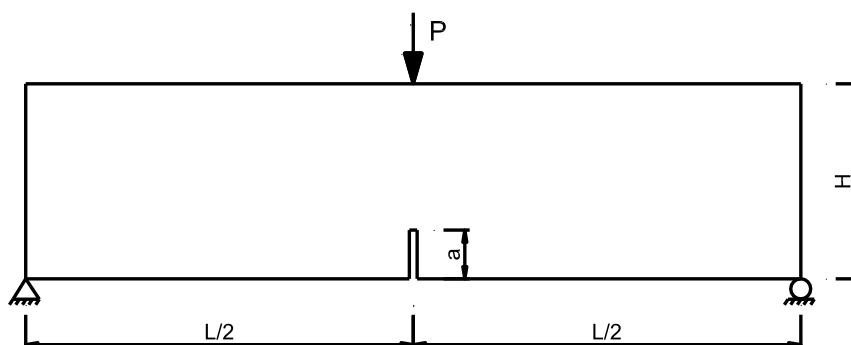
4.1. Phân tích kết quả theo lý thuyết

Số tay của Tada và cộng sự [11] được dùng để tính toán lực tới hạn gây nứt của một số kết cấu điển hình trong đó có áp dụng cho dầm chịu uốn 3 điểm. Một dầm có kích thước $L \times H \times B$ (khoảng cách 2 gối x chiều cao x bề rộng) với chiều dài vết nứt a như Hình 4 được xác định lực tới hạn P như sau:

$$K_{IC} = \frac{3LP}{2BH^2} \sqrt{\pi a} T(\alpha), \quad \alpha = \frac{a}{H} \quad (28)$$

Với dầm có kích thước $L=4H$, ta tính được hệ số $T(\alpha)$ như sau:

$$T(\alpha) = \frac{1,99 - \alpha(1-\alpha)(2,15 - 3,93\alpha + 2,7\alpha^2)}{(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2} \sqrt{\pi}} \quad (29)$$



Hình 4. Kích thước dầm chịu uốn 3 điểm.

Theo phương pháp này ta tính toán được lực tới hạn P cho dầm thí nghiệm $L \times H \times B = 400 \times 100 \times 100 \text{mm}$, chiều dài vết nứt $a=25 \text{mm}$ theo tỷ lệ NS như Bảng 3 với giá trị các hệ số $\alpha = 0,25$ và $T(\alpha) = 1,0073$.

Bảng 3. Lực tới hạn tính theo [11] với các tỷ lệ NS.

Tỷ lệ NS	Cường độ kháng nứt $K_{IC}(\text{MPa.m}^{1/2})$ lấy từ [7]	Lực tới hạn $P(\text{N})$
0%NS	1,175	6937
0,5%NS	1,273	7516
1,5%NS	1,32	7793

4.2. Phân tích kết quả theo phương pháp phase field

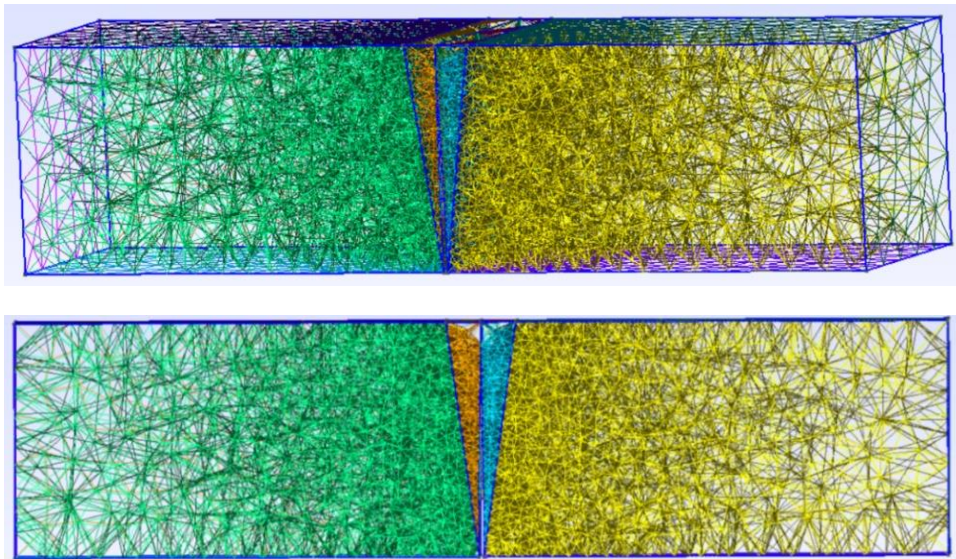
Khảo sát sự hình thành, lan truyền vết nứt và ứng xử của kết cấu bằng mô phỏng một dầm uốn 3 điểm với kích thước $L \times H \times B = 400 \times 100 \times 100 \text{mm}$. Với gối bên trái cố định chuyển vị theo phương đứng và phương ngang, trong khi gối bên phải có chuyển vị theo phương ngang để tự

do (xem Hình 4). Dầm được gia tải với bước chuyển vị không đổi $\Delta u = 0,005$ mm tới khi kết cấu bị nứt hoàn toàn. Bài toán được mô phỏng trên mô hình 3D. Dầm được chia lưới tứ diện bằng một phần mềm chia lưới với hai loại kích thước lưới được đưa ra: Tại khu vực vết nứt dự định đi qua, ta chia lưới với $h_{\min}=3$ mm và tại khu vực khác của kết cấu ta sử dụng lưới với $h=20$ mm như Hình 5 với 43189 phần tử tứ diện. Các tham số của vật liệu gồm mô đun đàn hồi E và năng lượng kháng nứt g_c được lấy theo [7]. Hệ số nở ngang $\nu = 0,3$. Theo nghiên cứu của Nguyen và cộng sự [15], ta xác định được tham số chiều dài l như sau:

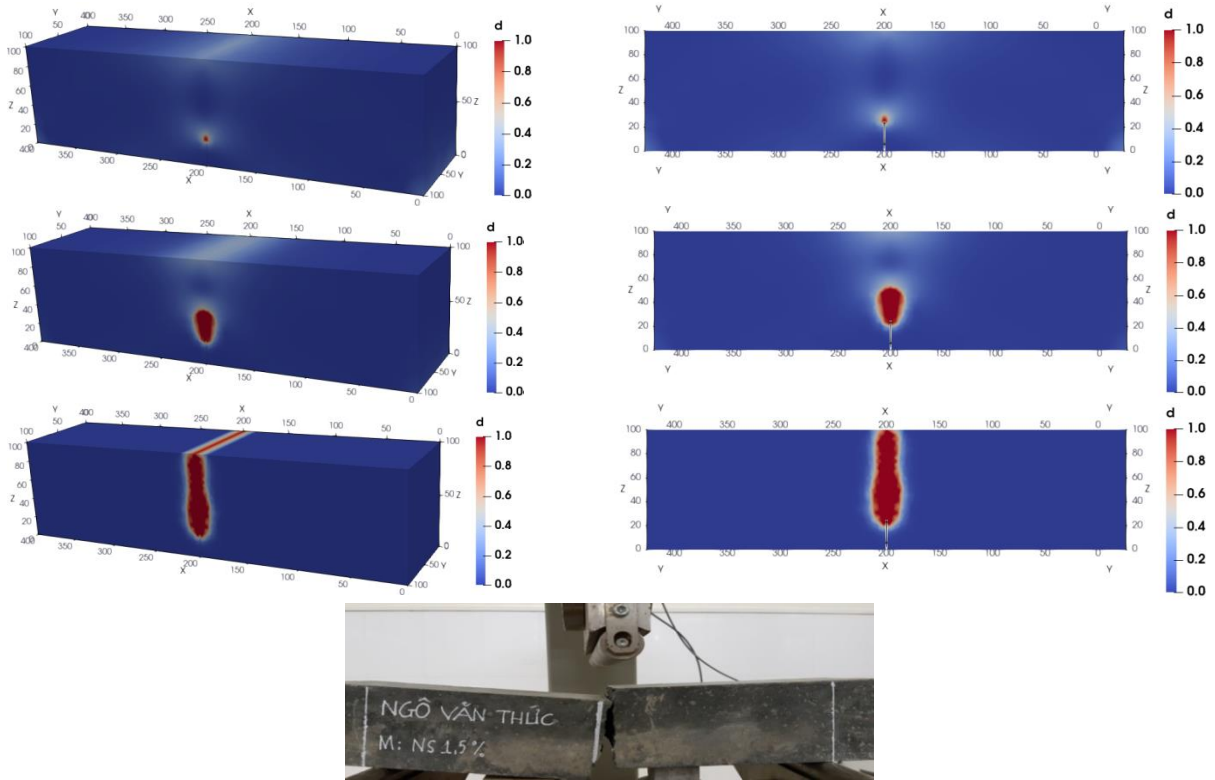
$$l = \frac{27Eg_c}{256f_t^2} \quad (30)$$

Theo Miehe và cộng sự [6], tham số chiều dài phải đảm bảo $l \geq 2h_{\min}$. Theo tỷ lệ NS với 0%, 0,5% và 1,5% ta xác định được chiều dài l tương ứng: 32,57 mm; 36,6 mm và 43 mm.

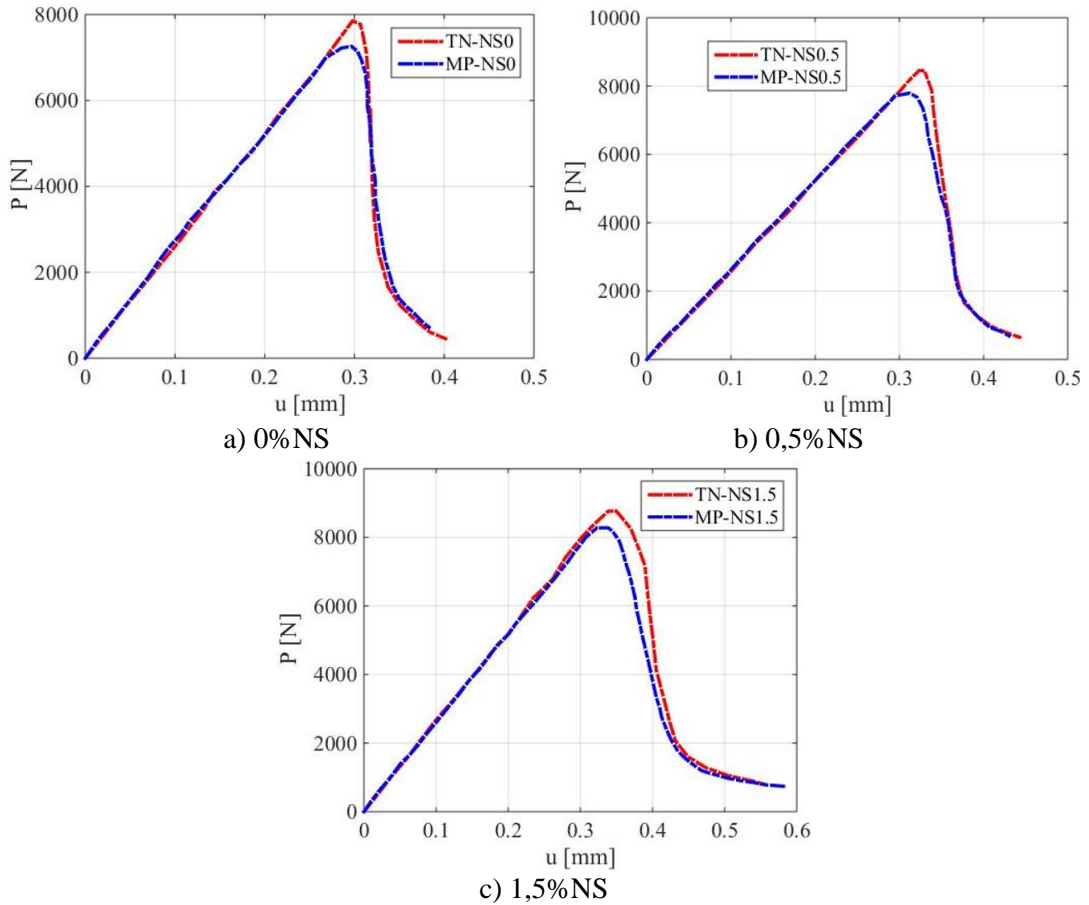
Kết quả đạt được bằng phương pháp phase field được trình bày từ Hình 6 tới Hình 8. Hình 6 thể hiện sự phát triển của vết nứt theo phương thẳng đứng tại giữa dầm, kết quả này tương tự với hình ảnh vết nứt thí nghiệm uốn dầm 3 điểm. Hình 7 thể hiện kết quả so sánh đường cong tải trọng và chuyển vị với các mẫu dầm có tỷ lệ NS thay đổi, sai số tính toán được giữa mô phỏng và thực nghiệm [7] (sai số 1 trong Bảng 4) lần lượt là 7,1%; 8,6% và 5,3% tương ứng với tỷ lệ NS là 0%; 0,5% và 1,5%, trong khi sai số giữa mô phỏng và cách tính theo [11] (sai số 2 trong Bảng 4) lần lượt là 4,6%; 2,7% và 7,1%. Hai đường cong ứng xử theo hai phương pháp trong Hình 7 là tương đồng và các sai số xác định được trong Bảng 4 là tương đối nhỏ khi so phương pháp mô phỏng phase field với hai phương pháp còn lại.



Hình 5. Chia lưới cho kết cấu.

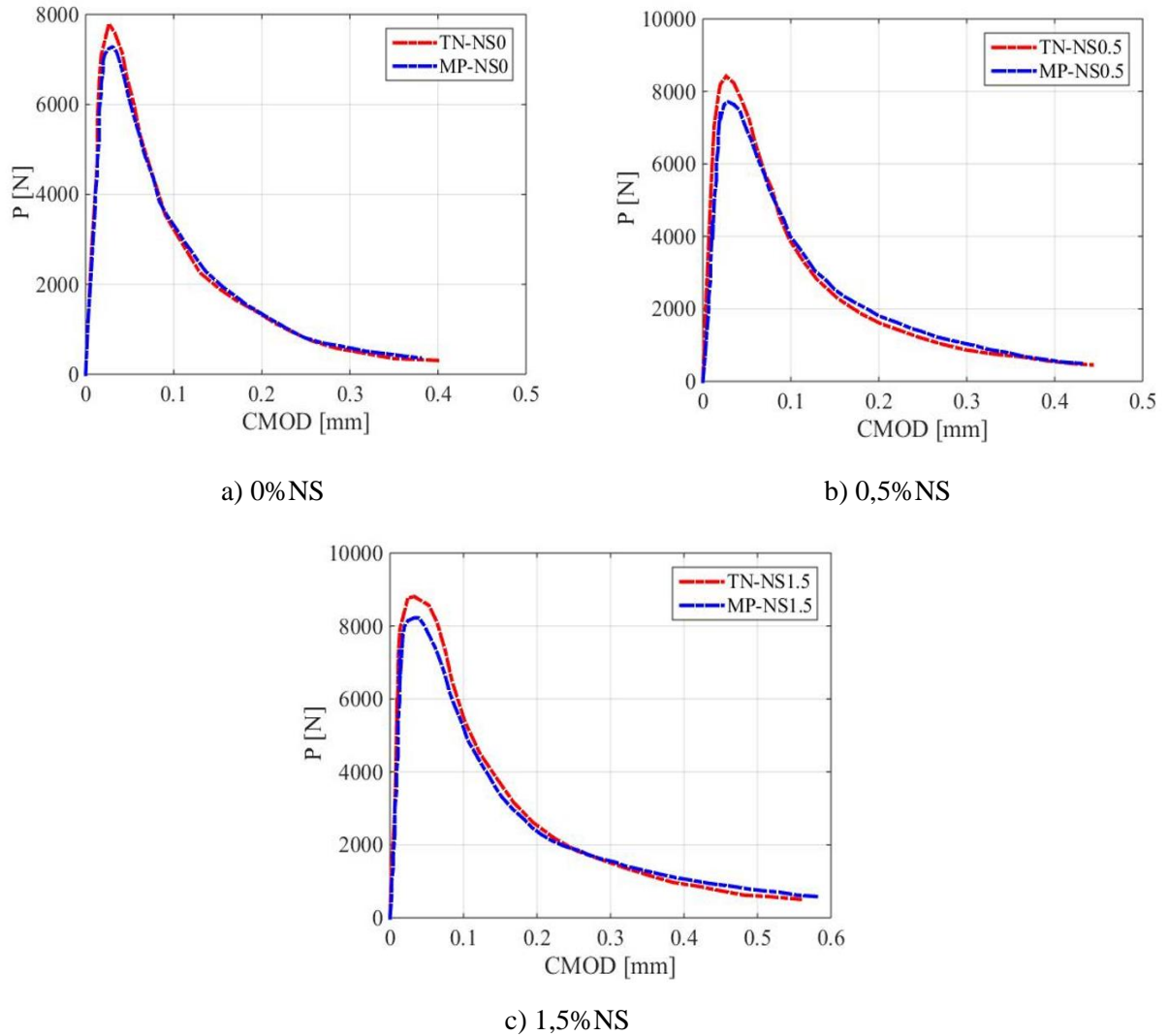


Hình 6. Quá trình hình thành và lan truyền vết nứt theo phương pháp phase field và thực nghiệm [7].



Hình 7. So sánh đường cong ứng xử tải trọng và chuyển vị giữa phương pháp phase field và [7].

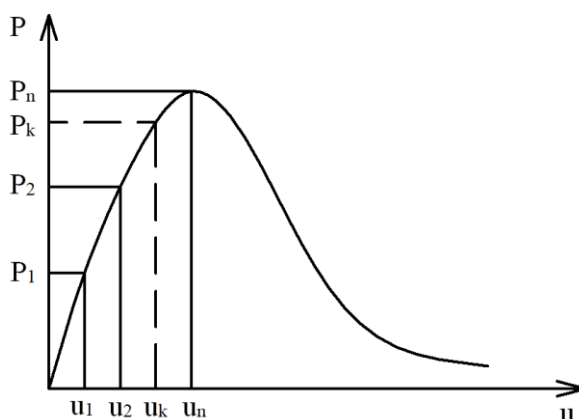
Để xác định độ mở rộng miệng vết nứt CMOD khi gia tải, trong phương pháp mô phỏng, ta tính giá trị trung bình của hiệu số giữa chuyển vị ngang tại các nút của mép bên phải với mép bên trái của vết nứt mới. Kết quả so sánh của đường cong quan hệ giữa CMOD và tải trọng giữa phương pháp phase field và [7] được thể hiện trên Hình 8. Ta thấy các đường cong quan hệ này của hai phương pháp rất giống nhau.



Hình 8. So sánh đường cong ứng xử tải trọng và CMOD giữa phương pháp phase field và [7].

Bảng 4. So sánh lực tới hạn P giữa phương pháp phase field với [7] và [11].

Tỷ lệ NS	$P(N)$ theo PP phase field	$P(N)$ theo [7]	Sai số 1 (%)	$P(N)$ theo [11]	Sai số 2(%)
0%NS	7254	7813	7,1	6937	4,6
0,5%NS	7721	8420	8,6	7516	2,7
1,5%NS	8344	8810	5,3	7793	7,1



Hình 9: Quan hệ tải trọng và biến dạng để xác định năng lượng gây nứt W_F .

Để xác định năng lượng gây nứt vật liệu hay công cơ học phá hủy khi kết cấu bị nứt hoàn toàn dựa trên đường cong quan hệ tải trọng và chuyển vị (như Hình 9), ta có thể tính toán theo công thức sau:

$$W_F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (P_k + P_{k-1})(u_k - u_{k-1}) \quad (31)$$

Trong đó, P_k và u_k là tải trọng và chuyển vị tại bước thứ k .

Kết quả so sánh năng lượng gây nứt giữa phương pháp phase field và thực nghiệm [7] được trình bày trong Bảng 5.

Bảng 5. So sánh năng lượng gây nứt W_F giữa phương pháp phase field và [7].

Tỷ lệ NS	Kết quả mô phỏng W_F (Nmm)	Kết quả mô phỏng W_F (Nmm)	Sai số (%)
0%NS	1447	1454,8	0,5
0,5%NS	1712	1766,4	3,1
1,5%NS	2198,5	2308,9	5,0

Sai số giữa mô phỏng và thực nghiệm của năng lượng gây nứt W_F được tính toán theo Bảng 5 là khá nhỏ tương ứng với các mẫu bê tông có tỷ lệ NS khác nhau. Các kết quả đạt được nêu trên đã chứng tỏ phương pháp phase field là một công cụ mô phỏng tốt để dự đoán giá trị lực tới hạn, sự phát triển nứt và ứng xử của kết cấu bê tông cường độ cao có chất kết dính bổ sung NS.

5. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Bài báo đã trình bày phương pháp mô phỏng phase field với sự kết hợp của hai biến: biến phase field để mô tả trạng thái hư hỏng của kết cấu và biến chuyển vị để xác định trạng thái ứng suất- biến dạng. Hai biến này được áp dụng và phân tích theo phương pháp phần tử hữu hạn. Kết quả đạt được từ phương pháp phase field được so sánh với kết quả thực nghiệm trên

dầm bê tông cường độ cao có chất kết dính bổ sung NS [7] và kết quả lý thuyết [11], với các sai số nhỏ hơn 8,6%. Phương pháp đề xuất có thể được coi là công cụ đáng tin cậy để mô phỏng sự hình thành và lan truyền vết nứt, ứng xử cơ học của kết cấu bê tông, bê tông cường độ cao và tính năng cao.

Trong nghiên cứu tiếp theo, phương pháp phase field có thể được phát triển để mô phỏng các kết cấu là hỗn hợp nhiều vật liệu thành phần và phân tích sự phát triển vết nứt với sự ảnh hưởng của mặt phân cách giữa các vật liệu thành phần này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. G.A. Griffith, The phenomena of rupture and flow in solid, Philosophical Transaction of the Royal Society London Series A. 221 (1921) 163-198. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- [2]. G.R. Irwin, Analysis of stress and strains near the end of a crack traversing a plate, J. Appl. Mech, 24(1957) 361-364.
- [3]. G.A. Francfort, J.J. Marigo, Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, J. Mech. Phys. Solids, 46(1998) 1319-1342. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(98\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9)
- [4]. D. Mumford, J. Shah, Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems, Commun. Pure. Appl. Math, 42 (1989) 577-685. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160420503>
- [5]. B. Bourdin, J.J. Marigo, C. Maurini, P. Sicsic, Morphogenesis and propagation of complex cracks induced by thermal shocks, Phys. Rev. Lett, 112(2014) 014301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.014301>
- [6]. C. Miehe, M. Hofacker, F. Welschinger, A phase field model for rate-independent crack propagation: robust algorithmic implementation based on operator splits, Comput. Methods Appl. Mech. Eng, 199 (2010) 2765-2778. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.04.011>
- [7]. Ngo Van Thuc, Bui Tien Thanh, Nguyen Thi Cam Nhung, Nguyen Thi Thu Nga, Nguyen Duyen Phong, Lam Thanh Quang Khai, Effect of nano-silica on fracture properties and crack extension resistance of high-performance concrete, International Conference in Computational Methods, 7 (2020) 337-346.
- [8]. Ngô Văn Thúc, Bùi Tiến Thành, Nguyễn Văn Hậu, Đánh giá sự ảnh hưởng của Nano-silica đến các tính chất của bê tông cường độ cao, Tạp chí Giao thông Vận tải, 9 (2019) 100-104.
- [9]. Ngô Văn Thúc, Bùi Tiến Thành, Nguyễn Thị Cẩm Nhung, Nghiên cứu ảnh hưởng của Nano-silica đến năng lượng phá hủy của bê tông cường độ cao, Tạp chí Giao thông Vận tải, 11 (2020) 84-87.
- [10]. Ngô Văn Thúc, Bùi Tiến Thành, Nguyễn Thị Cẩm Nhung, Nguyễn Duyệt Phong, Đặng Văn Kiên, Nghiên cứu cường độ dầm trụ sau nứt dầm bê tông cường độ cao sử dụng Nano-silica, Tạp chí Giao thông Vận tải, 12 (2020) 64-67.
- [11]. H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, The Stress Analysis of Cracks Handbook, 3rd edition, ASME Press, New York, 2000.
- [12]. T.T. Nguyen, J. Yvonnet, Q.Z. Zhu, M. Bornert, C. Chateau, A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure, Eng. Fract. Mech, 139 (2015) 18-39. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.03.045>
- [13]. Nguyễn Thị Hải Như, Trần Anh Bình, Khảo sát ảnh hưởng của sự phân bố lỗ rỗng tới sự khởi tạo và phát triển vết nứt bằng phương pháp trường pha, Tạp chí Khoa học và Công nghệ Xây dựng, 5 (2017) 100-107.

- [14]. ACI 211.4R-08, Guide for Selecting Proportions for High-Strength Concrete Using Portland Cement and Other Cementitious Materials, American Concrete Institute, 2008.
- [15]. T.T. Nguyen, J. Yvonnet, M. Bornert, C. Chateau, K. Sab, R. Romani, R. Le Roy, On the choice of parameters in the phase field method for simulating crack initiation with experimental validation, Int. J. Fracture, 197 (2016) 213-226. <https://doi.org/10.1007/s10704-016-0082-1>