



VARIABILITY IN FREQUENCIES OF VEHICLE VIBRATION ANALYSIS WITH MULTIPLE RANDOM VARIABLES

Nguyen Van Thuan^{1*}, Ta Duy Hien^{2,3}

¹Nha Trang University, No 2 Nguyen Dinh Chieu Street, Khanh Hoa, Vietnam

²University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

³Research and Application Center for Technology in Civil Engineering, University of Transport and Communications, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 21/9/2020

Revised: 6/2/2021

Accepted: 8/2/2021

Published online: 15/2/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.2.7>

* *Corresponding author*

Email: thuannv@ntu.edu.vn; Tel: 0393007896

Abstract. Vehicle dynamic analysis with random parameters has been a hot research topic for many years because of its important role in ride comfort, vehicle safety, and overall vehicle performance. This study deal with the response variability in the natural frequency of vehicle by non-statistic approach. A four degree of freedom car vehicle model is used to study the vibration response of vehicles with uncertain parameters. The governing equations for the natural frequency of vehicle are derived from Lagrange equations. The randomness in mass density and stiffness of springs are assumed to be a Gaussian random variable. Mass matrix and stiffness matrix can be perturbed with respect to the mean of the system random variables. The variance of eigenvalue and mean of eigenvalue are obtained by zeroth-order and first-order of approximated perturbation equation. The stochastic analysis of vehicle vibration is performed in conjunction with Monte Carlo simulation (MCS) in order to show the legitimacy of the perturbation solutions. Numerical examples are given in detail. Some results obtained by the non-statistic approach and those from the Monte Carlo simulation approach show a good agreement.

Keywords: non-statistic approach, vehicle vibration, natural frequencies, Monte Carlo simulation



PHÂN TÍCH ĐẶC TRƯNG NGẪU NHIÊN CỦA TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG CỦA Ô TÔ VỚI NHIỀU THAM SỐ NGẪU NHIÊN

Nguyễn Văn Thuận^{1*}, Tạ Duy Hiền^{2,3}

¹Trường Đại học Nha Trang, Số 2 Nguyễn Đình Chiểu, Khánh Hòa, Việt Nam

²Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

³Trung tâm nghiên cứu và ứng dụng Công nghệ xây dựng - Trường Đại học Giao thông Vận tải

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 21/9/2020

Ngày nhận bài sửa: 6/2/2021

Ngày chấp nhận đăng: 8/2/2021

Ngày xuất bản Online: 15/2/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.2.7>

* Tác giả liên hệ

Email: thuannv@ntu.edu.vn; Tel: 0393007896

Tóm tắt. Phân tích động lực học ô tô với các thông số ngẫu nhiên đã và đang là chủ đề được ưa thích nhiều năm qua vì nó có vai trò quan trọng trong độ êm dịu, an toàn ô tô và toàn bộ tính năng của ô tô. Nghiên cứu này, phân tích đặc trưng ngẫu nhiên tần số dao động của mô hình ô tô bằng cách tiếp cận phi thống kê. Phương trình dao động của mô hình ô tô có bốn bậc tự do được thiết lập bằng cách sử dụng phương trình Lagrange. Mô hình bốn bậc tự do được sử dụng để nghiên cứu ứng xử dao động tự do của ô tô với nhiều biến ngẫu nhiên. Giá trị trung bình và phương sai của các tần số riêng thu được bởi lời giải xấp xỉ bậc không và bậc nhất của phương trình dao động tự do có chứa biến ngẫu nhiên trong ma trận khối lượng và ma trận độ cứng của hệ. Phân tích ngẫu nhiên dao động cũng sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) để kiểm chứng kết quả phương pháp phi thống kê. Những kết quả thu được của phương pháp phi thống kê và mô phỏng Monte Carlo hoàn toàn phù hợp.

Từ khóa: phương pháp phi thống kê, dao động ô tô, tần số riêng, mô phỏng Monte Carlo

© 2021 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Khi ô tô chuyển động có rất nhiều yếu tố gây ra dao động, điều này làm mất tính an toàn và êm dịu của ô tô. An toàn và êm dịu là hai chỉ tiêu động lực học quan trọng, không thể tách

rời và được quyết định chủ yếu bởi chất lượng của hệ thống treo. Tuy nhiên, quá trình chế tạo hệ thống treo không thể trách khỏi những lỗi liên quan đến vật liệu và điều này sẽ ảnh hưởng đến cơ tính của hệ thống. Nghiên cứu sự thay đổi của dao động ô tô bằng việc giả thiết sự không chắc chắn các biến đầu vào nhằm dự đoán sự sai lệch của tần số dao động riêng là hết sức cần thiết. Hiện tại chủ đề nghiên cứu trên nhận được sự quan tâm của nhiều tác giả trong và ngoài nước.

Trước tiên phải kể đến những nghiên cứu tiên định về dao động riêng của ô tô của các tác giả Trương Hoàng Tuấn, Galal Ali Hassaan và Kuldeep K Jagtap [1-3]. Nhóm các tác giả và cộng sự đã nghiên cứu tính toán tần số dao động riêng của ô tô cho mô hình 2D và 3D. Tiếp theo hướng nghiên cứu này, tác giả Nguyễn Hữu Hưng và cộng sự [4], Đỗ Xuân Quý và cộng sự [5] đã sử dụng phương pháp Rayleigh và thực nghiệm xác định tần số dao động của dầm. Tất cả các nghiên cứu trên thông số tính toán như khối lượng, độ cứng, khối lượng và độ cứng hệ thống treo, lớp xe ... được giả thiết không thay đổi trong quá trình tính toán.

Hướng nghiên cứu được nhiều tác giả quan tâm hơn là bài toán xác suất trong tính toán dao động ô tô. Tác giả Kiều Thế Đức và cộng sự nghiên cứu dao động ngẫu nhiên trong hệ cấp ba dưới kích động ngẫu nhiên trắng [6]. Cũng theo hướng này tác giả Nguyễn Tiến Khiêm nghiên cứu dao động của hệ đàn nhớt dưới kích động ngẫu nhiên [7]. Những nghiên cứu mới công bố của nhóm tác giả Nguyễn Văn Thuận và Tạ Duy Hiền thì sử dụng các phương pháp tích phân trọng số, phương pháp phi thống kê dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn với giả thiết các thông số vật liệu trong tính toán ngẫu nhiên dao động của kết cấu dầm là các biến không chắc chắn [8-10]. Các nghiên cứu trên mặc dù đã đề cập đến yếu tố không chắc chắn cho bài toán dao động, tuy nhiên đối tượng nghiên cứu chủ yếu đề cập trong lĩnh vực xây dựng dân dụng.

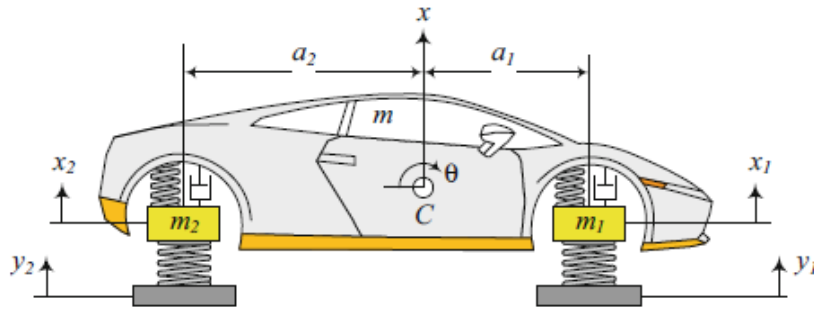
Gần đây các nhà nghiên cứu cũng bắt đầu quan tâm đến phân tích dao động ô tô với các yếu tố không chắc chắn về vật liệu. Tác giả Robson và cộng sự nghiên cứu lý thuyết trường xác suất với biến ngẫu nhiên liên quan đến mặt đường [11]. Nghiên cứu ngẫu nhiên dao động ô tô với mô hình một phần tử có xét tới các thông số vật liệu là ngẫu nhiên được đề cập trong những nghiên cứu của Semiha Turkey và Wei Gao [12, 13]. Tác giả Gaurav cùng cộng sự sử dụng phương pháp Chaos trong phân tích ngẫu nhiên dao động ô tô với nhiều tham số vật liệu là không chắc chắn [14]. Nghiên cứu ngẫu nhiên dao động ô tô cho mô hình hai bậc tự do với các tham số ngẫu nhiên liên quan đến mặt đường và vật liệu của hệ thống treo cũng đã được đề cập từ rất sớm trong những nghiên cứu của nhóm tác giả Dahlberg và Narayanan [15, 16].

Những công trình nghiên cứu trên cho thấy chủ đề ngẫu nhiên dao động ô tô đã và đang được các nhà nghiên cứu trong và ngoài nước quan tâm. Mặc dù thể số lượng nghiên cứu về chủ đề ngẫu nhiên dao động ô tô còn hạn chế về số lượng và đặt biệt việc áp dụng phương pháp phi thống kê (non-statistic approach) với nhiều biến không chắc chắn chưa được quan tâm nhiều.

2. XÂY DỰNG CÔNG THỨC TÍNH TOÁN ĐẶC TRƯNG NGẪU NHIÊN TẦN SỐ DAO ĐỘNG CỦA MÔ HÌNH Ô TÔ

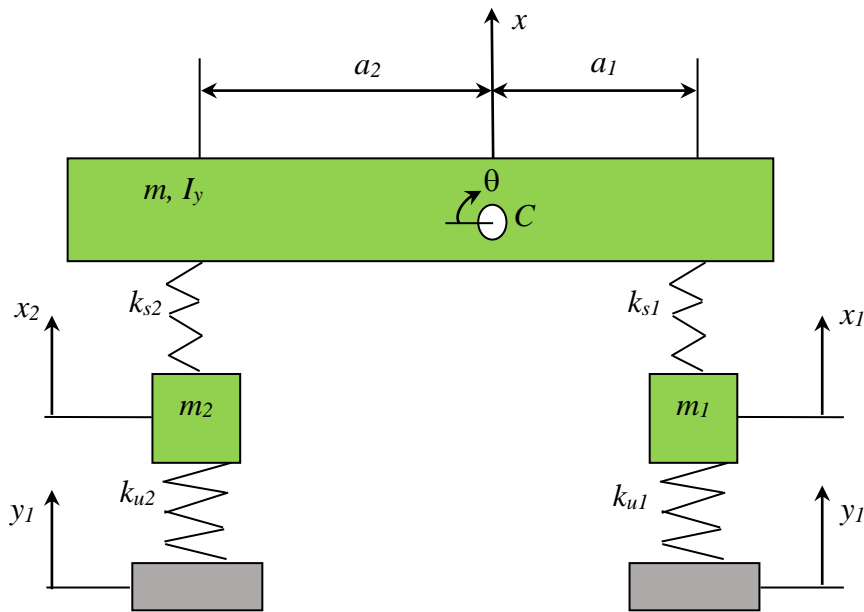
2.1. Phương trình dao động của mô hình ô tô

Thực tế tính toán dao động ô tô được giả thiết bằng nhiều loại mô hình khác nhau từ một phần tử, một phần hai đến mô hình 3D. Trong nghiên cứu này nhóm tác giả tập trung nghiên cứu mô hình dao động ô tô với bốn bậc tự do (hình 1) được tham khảo trong tài liệu động lực học ô tô [17].



Hình 1. Mô hình dao động của ô tô [17].

Trong bài báo này nhóm tác giả phân tích dao động tự do với nhiều tham số ngẫu nhiên đầu vào không xét đến cản nhớt, ở đây tính toán dao động một phần hai của ô tô trong mặt phẳng, mô hình giả thiết với các thông số và hệ tọa độ được giới thiệu như hình 2. Trong đó, khối lượng ô tô (m), khối lượng bánh xe trước và sau (m_1, m_2). Độ cứng của hệ thống treo cầu trước và sau (k_{s1}, k_{s2}), độ cứng của bánh xe trước và sau (k_{u1}, k_{u2}).



Hình 2. Mô hình dao động ô tô với trường hợp xét không có cản.

Từ mô hình dao động ô tô giả thiết, xây dựng biểu thức động năng và thế năng của hệ:

$$K = \frac{1}{2} (m\dot{x}^2 + m_1\dot{x}_1^2 + m_2\dot{x}_2^2 + I_y\dot{\theta}^2) \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} [k_{u1}(x_1 - y_1)^2 + k_{u2}(x_2 - y_2)^2] + \frac{1}{2} [k_1(x - x_1 - a_1\theta)^2 + k_1(x - x_2 - a_2\theta)^2] \quad (2)$$

Sử dụng phương trình Lagrange ta tìm được phương trình dao động:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (3)$$

Trong đó:

$$\{X\} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Ma trận khối lượng:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

Ma trận độ cứng:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{s2} & a_2 k_{s2} - a_1 k_{s1} & -k_{s1} & -k_{s2} \\ a_2 k_{s2} - a_1 k_{s1} & k_{s1} a_1^2 + k_{s2} a_2^2 & a_1 k_{s1} & -a_2 k_{s2} \\ -k_{s1} & a_1 k_{s1} & k_{s1} + k_{u1} & 0 \\ -k_{s2} & -a_2 k_{s2} & 0 & k_{s2} + k_{u2} \end{bmatrix}$$

Tần số dao động ô tô khi không xét đến hệ số giảm chấn sẽ được xác định bằng cách giải phương trình đặc trưng để xác định trị riêng.

$$\det([K] - \lambda[M]) = 0 \quad (4)$$

Giải phương trình 4 ta thu được tần số dao động riêng $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$.

Trong nghiên cứu này, phương trình (4) là phương trình chứa các biến ngẫu nhiên nên việc giải sẽ gặp nhiều khó khăn, phần tiếp theo sẽ trình bày cách giải phương trình này.

2.2. Tính toán đặc trưng ngẫu nhiên tần số dao động riêng của mô hình ô tô

Thực tế tham số đầu vào của hệ sẽ có các sai số nhất định do quá trình chế tạo cũng như sai lệch về khi đo các thông số này. Khi có số liệu thống kê đủ lớn thì chúng ta có thể tính toán hồi quy đưa ra quy luật ngẫu nhiên gần đúng của các thông số đầu vào. Nghiên cứu này khi chưa có số liệu thống kê thì độ cứng của lò xo, khối lượng, mô men quán tính giả thiết là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn và biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} k_{s1} &= k_{s1} (1 + r_1) \\ k_{s2} &= k_{s2} (1 + r_2) \\ k_{u1} &= k_{u1} (1 + r_3) \\ k_{u2} &= k_{u2} (1 + r_4) \\ m &= m_0 (1 + r_5) \\ I_y &= I_{y0} (1 + r_5) \\ m_1 &= m_1 (1 + r_6) \\ m_2 &= m_2 (1 + r_7) \end{aligned} \quad (5)$$

Các giá trị trung bình $k_{s1}, k_{s2}, k_{u1}, k_{u2}, m_0, I_{y0}, m_1, m_2$

Các biến ngẫu nhiên r_1, r_2, \dots, r_7 có dạng phân phối chuẩn với giá trị trung bình bằng không và có các độ lệch chuẩn là $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_7$. Với dạng biểu diễn như công thức (5) thì hệ số biên thiên của các biến ngẫu nhiên của độ cứng của lò xo, khối lượng, mô men quán tính trong công thức (5) chính là $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_7$.

Các ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, trị riêng, véc tơ riêng là hàm số của các biến ngẫu nhiên và được khai triển theo các biến ngẫu nhiên như sau:

$$\begin{aligned} K(r_1, r_2, \dots, r_7) &= K_0 + \sum_{i=1}^7 K_i r_i + L \\ M(r_1, r_2, \dots, r_7) &= M_0 + \sum_{i=1}^7 M_i r_i + L \\ \lambda_j(r_1, r_2, \dots, r_7) &= \lambda_{j0} + \sum_{i=1}^7 \frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i} r_i + L \\ X_j(r_1, r_2, \dots, r_7) &= X_{j0} + \sum_{i=1}^7 \frac{\partial X_j}{\partial r_i} r_i + L \end{aligned} \quad (6)$$

$K_0, M_0, \lambda_{j0}, X_{j0}$ là giá trị trung bình của ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, trị riêng, véc tơ riêng.

$K_i, M_i, \frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i}, \frac{\partial X_j}{\partial r_i}$ là đạo hàm riêng bậc nhất của ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, trị riêng, véc tơ riêng theo các biến ngẫu nhiên. Các đạo hàm riêng $\frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i}, \frac{\partial X_j}{\partial r_i}$ chưa biết giá trị và cần phải tính toán.

Thế khai triển ở công thức (6) vào phương trình (4), đồng nhất hóa theo các biến ngẫu nhiên ta có:

Phương trình bậc không:

$$[K_0 - \lambda_{j0} M_0] X_{j0} = 0 \quad (7)$$

Phương trình bậc nhất:

$$[K_0 - \lambda_{j0} M_0] \frac{\partial X_j}{\partial r_i} = -[K_i - \frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i} M_0] X_{j0} \quad (8)$$

Giải hệ thống hệ phương trình (7) và (8) cho kết quả:

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i} = X_i^T [K_j - \lambda_j M_j] X_i. \quad (9)$$

Sử dụng dạng xấp xỉ tuyến tính cho tần số riêng, ta có công thức xác định phương sai của

tần số riêng cho dạng riêng thứ i :

$$\text{Var}[\omega_i(r_1, r_2, \dots, r_7)] = \text{Var}\left[\sqrt{\lambda_i(r_1, r_2, \dots, r_7)}\right] = \sum_{j=1}^7 \frac{1}{4\lambda_{i0}} \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial r_j}\right)^2 \sigma_j^2 \quad (10)$$

Với dạng xấp xỉ bậc nhất thì giá trị trung bình của tần số bằng giá trị tần số như bài toán tiền định với các giá trị đầu vào của biến ngẫu nhiên là giá trị trung bình.

2.3. Phương pháp mô phỏng Monte Carlo trong phân tích ngẫu nhiên

Để kiểm chứng kết quả của tính toán đặc trưng ngẫu nhiên của tần số dao động bằng cách tiếp cận phi thống kê như mục 2.2 chúng ta sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo [18]. Các biến ngẫu nhiên sẽ được mô phỏng 10.000 lần thông qua việc sử dụng phần mềm Matlab. Mỗi một lần mô phỏng các biến ngẫu nhiên sẽ giải tính được các tần số dao động riêng, từ đó tính toán thống kê được đặc trưng ngẫu nhiên của tần số dao động riêng như giá trị trung bình, độ lệch chuẩn. Sự biến đổi của ngẫu nhiên đặc trưng tần số dao động được đánh giá thông qua công thức hệ số biến thiên (COV) như sau:

$$COV = \frac{\sqrt{Var}}{|\mu|} \quad (11)$$

trong đó, μ là giá trị trung bình, $\sigma = \sqrt{Var}$ là độ lệch chuẩn.

3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

3.1. Số liệu tính toán

Mô hình dao động ô tô như hình 2 với các với các giá trị trung bình của các tham số đầu vào như bảng 1, giá trị sử dụng tại bảng được tham khảo trong tài liệu về động lực học ô tô [17].

Bảng 1. Số liệu đầu vào tính toán tần số dao động ô tô.

Thông số	Giá trị	Đơn vị
m	420	kg
m_1	53	kg
m_2	76	kg
a_1	1.4	m
a_2	1.47	m
I_y	550	Kgm ²
k_{s1}	10,000	N/m
k_{s2}	13,000	N/m
k_{u1}	20,000	N/m
k_{u2}	20,000	N/m

3.2. Kết quả tính toán

Đầu tiên cần tính toán dao động riêng ô tô với bài toán tiền định ứng với các giá trị trung bình của tham số đầu vào. Giá trị tần số dao động riêng $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ được xác định trong bảng 1.

Bảng 2. Tần số dao động tại 4 dạng dao động riêng.

Dạng dao động riêng	Tần số dao động riêng (rad/s)
1	6,70
2	9,19
3	52,99
4	62,96

Các véc tơ riêng ứng với bốn dạng dao động riêng này:

$$\begin{aligned} \{u\}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ -0,254 \\ 0,065 \\ 0,039 \end{bmatrix} & \{u\}_2 &= \begin{bmatrix} 0,332 \\ 1,000 \\ -0,052 \\ 0,113 \end{bmatrix} \\ \{u\}_3 &= \begin{bmatrix} -0,01131 \\ -0,0128 \\ 0,0011 \\ 1,000 \end{bmatrix} & \{u\}_4 &= \begin{bmatrix} -0,0061 \\ 0,0065 \\ 1,000 \\ -0,00052 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

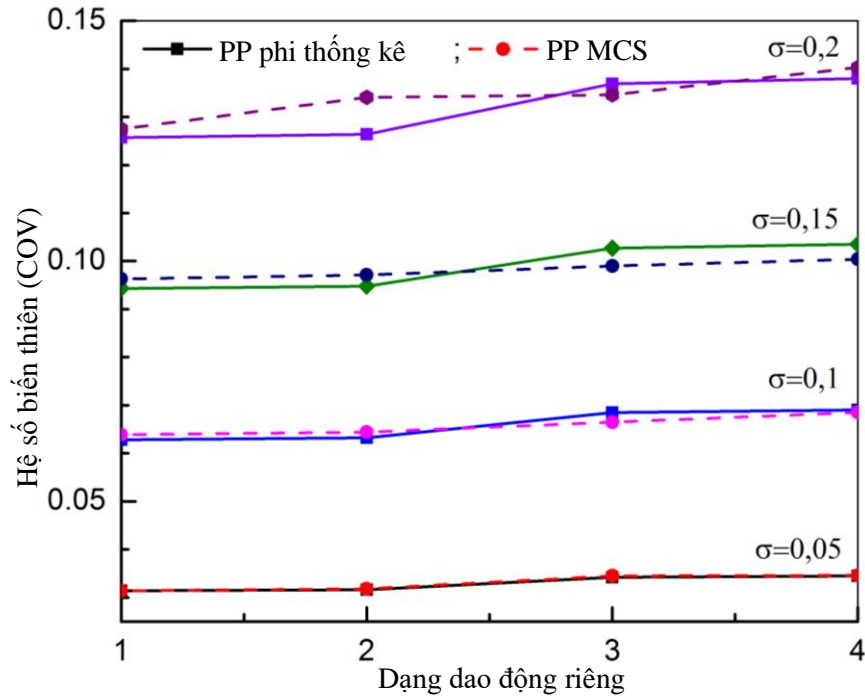
Kết quả tính toán tần số ở bảng 2 và dạng dao động riêng hoàn toàn đúng với kết quả được tính toán trong tài liệu động lực học ô tô [17].

Với bài toán động lực học ngẫu nhiên, trong nghiên cứu này sẽ tính toán độ lệch chuẩn, hệ số biên thiên của các tần số dao động riêng. Các tham số đầu vào tính toán giả định với các trường hợp khác nhau về giá trị biến thiên của tham số đầu vào, cụ thể như hai ví dụ dưới đây.

Ví dụ 1: Khảo sát đặc trưng ngẫu nhiên của các tần số dao động riêng với giá trị biến thiên của tham số đầu vào giả sử như trong hai trường hợp:

$$\begin{aligned} TH1: \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7 = 0,1 \\ TH2: \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7 = 0,15 \end{aligned} \tag{12}$$

Khảo sát ứng xử của hệ số biến thiên tần số dao động riêng với các giá trị độ lệch chuẩn đầu vào ($\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7$) được biểu diễn bằng hình 2. Các giá trị của khảo sát được giả định là $\sigma = 0,05; 0,1; 0,15$ và $\sigma = 0,2$. Kết quả khảo sát cho thấy rằng hệ số biến thiên tần số dao động đạt được từ 62% cho đến 70% giá trị độ lệch chuẩn đầu vào.



Hình 3. Hệ số biến thiên và độ lệch chuẩn.

Bảng 3 trình bày kết quả tính toán với trường hợp của số liệu đầu vào như trong hai trường hợp giả định (12) bằng đồng thời hai phương pháp: phương pháp phi thống kê và mô phỏng Monte Carlo cho bốn dạng dao động riêng. Cụ thể trong trường hợp 1 (TH1) nghiên cứu giả thiết độ lệch chuẩn đầu vào (σ) trong tất cả các biến ngẫu nhiên đầu vào là 0,1, giá trị này là 0,15 cho trường hợp 2 (TH2). Nghiên cứu khảo sát các giá trị trung bình, độ lệch chuẩn và hệ số biến thiên của bốn tần số dao động riêng đầu tiên. Kết quả, sai số của phương pháp phi thống kê và mô phỏng Monte Carlo phân bố từ 0,1% đến 3,21% cho tất cả các khảo sát.

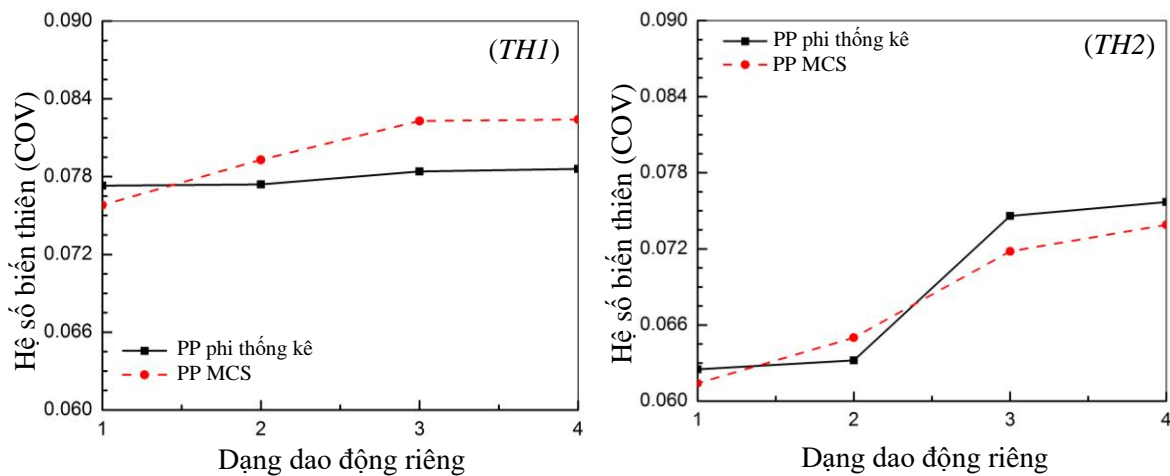
Bảng 3. Kết quả tính toán và sai số.

Dạng dao động riêng		Giá trị trung bình			Độ lệch chuẩn			Hệ số biến thiên		
		Phương pháp phi thống kê	MCS	Sai số [%]	Phương pháp phi thống kê	MCS	Sai số [%]	Phương pháp phi thống kê	MCS	Sai số [%]
1	TH1	6,993	6,986	0,10	0,442	0,443	0,23	0,062	0,064	0,32
	TH2	6,993	6,986	0,10	0,663	0,695	0,30	0,094	0,095	0,40
2	TH1	9,194	9,236	0,46	0,577	0,582	0,87	0,063	0,063	0,40
	TH2	9,194	9,313	1,29	0,886	0,899	1,48	0,096	0,097	0,17
3	TH1	52,988	52,037	1,79	3,628	3,528	2,76	0,068	0,068	0,97
	TH2	52,988	52,839	0,28	5,042	5,070	0,56	0,095	0,096	0,83
4	TH1	62,969	63,258	0,46	4,345	4,291	1,24	0,069	0,068	1,69
	TH2	62,969	63,814	1,34	6,518	6,393	1,92	0,103	0,100	3,21

Ví dụ 2: Khảo sát đặc trưng ngẫu nhiên của các tần số dao động riêng với giá trị biến thiên của tham số đầu vào của các khối lượng và độ cứng của các lò xo khác nhau trong hai trường hợp:

$$\begin{aligned}
 (TH1) \quad & \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0,05 \\ \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7 = 0,15 \end{cases} \\
 (TH2) \quad & \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0,15 \\ \sigma_5 = \sigma_6 = \sigma_7 = 0,05 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Khảo sát sự thay đổi của hệ số biến thiên khi thay đổi độ lệch chuẩn đầu vào của biến khối lượng và độ cứng được thể hiện trên hình 4. Hai trường hợp độ lệch chuẩn ban đầu (13) của biến khối lượng và độ cứng được khảo sát là 0,05 và 0,15. Kết quả trong trên hình cho thấy rằng sai số lớn nhất giữa hai phương pháp phi thống kê và mô phỏng Monte Carlo trong trường hợp 1 là 4.9% và trường hợp 2 là 3.7%. Hệ số biến thiên ở trường hợp tham số TH2 nhỏ hơn hệ số biến thiên ở TH1 như thể xu hướng ảnh hưởng của hệ số biến thiên độ cứng đến tần số riêng lớn hơn ảnh hưởng của hệ số biến thiên về khối lượng.



Hình 4. Hệ số biến thiên và sự thay đổi độ lệch chuẩn của biến khối lượng và độ cứng.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày nghiên cứu tính toán biến thiên của tần số dao động ngẫu nhiên của mô hình dao động ô tô một phần hai khi xét đến các tham số ngẫu nhiên của hệ bằng phương pháp tiếp cận phi thống kê và phỏng Monte Carlo. Qua phân tích cho thấy các tham số ngẫu nhiên của hệ ảnh hưởng nhiều đến hệ số biến thiên của các tần số dao động riêng. Sai số của hai phương pháp tính đều nhỏ trong bốn dao động đầu tiên khẳng định độ tin cậy của phương pháp tính toán phi thống kê.

Hệ số biến thiên của tần số dao động riêng nhỏ hơn (đạt 70%) hệ số biến thiên của các tham số đầu vào trong trường hợp tất cả các tham số đầu vào có cùng hệ số biến thiên. Điều đó cho thấy xu hướng giảm sự thay đổi của tần số so với các tham số đầu vào. Ngoài ra tính toán cũng cho thấy hệ số biến thiên của độ cứng ảnh hưởng nhiều hơn đến hệ số biến thiên

của tần số dao động riêng so với hệ số biến thiên của tham số về khối lượng

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.01-2017.314

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. T. H. Tuấn, T. H. Nhân, T. Q. Lâm, Phân tích dao động của thân xe tải nhẹ bằng mô hình động lực học dao động 3D, Tạp chí Phát triển KH&CN, 18 (2015).
- [2]. G. A. Hassaan, Car dynamics using quarter model and passive suspension, International Journal of Computer techniques, 1 (2014) 93-100.
- [3]. K. J. Kuldeep, R. D. Dhananjay, Simulation of quarter car model using Matlab, International journal of engineering research and general science, 3 (2015) 242-249.
- [4]. N. H. Hung, Đ. M. Hùng, Xác định tham số dao động của dầm bằng phương pháp Rayleigh, Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải, 70 (2019) 320-329. <https://doi.org/10.25073/tcsj.70.4.19>
- [5]. Đ. X. Quý, L. X. Bình, H. V. Tuấn, T. T. Hiền, V. T. Nga, Xác định miền tần số dao động tự do của dầm có liên kết dị hướng bằng phương pháp thực nghiệm, Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải, 71 (2020) 514-525. <https://doi.org/10.25073/tcsj.71.5.5>
- [6]. K. T. Đức, N. Đ. Anh, Dao động ngẫu nhiên trong hệ cấp ba dưới kích động ngẫu nhiên ồn trắng, Tạp chí Cơ học, 4 (1981) 6-11. <https://doi.org/10.15625/0866-7136/10489>
- [7]. N. T. Khiêm, Dao động dừng của các hệ đàn nhót dưới kích động ngẫu nhiên, Tạp chí Cơ học, 3 (1981) 17-25. <https://doi.org/10.15625/0866-7136/10486>
- [8]. N. V. Thuan, H. C. Noh, Investigation into the effect of random material properties on the variability of natural frequency of functionally graded beam, KSCE Journal of Civil Engineering, 21 (2017) 1264-1272. <https://doi.org/10.1007/s12205-016-0012-9>
- [9]. N. V. Thuan, T. D. Hien, Stochastic perturbation-based finite element for free vibration of functionally graded beams with an uncertain elastic modulus, Mechanics of Composite Materials, 56 (2020) 1-12. <https://doi.org/10.1007/s11029-020-09897-z>
- [10]. T. D. Hien, A static analysis of nonuniform column by stochastic finite element method using weighted integration approach, Transport and Communications Science Journal, 71 (2020) 359-367. <https://doi.org/10.25073/tcsj.71.4.5>
- [11]. J. D. Robson, C. J. Dodds, Stochastic road inputs and Vehicle response, Vehicle System Dynamics, 5 (1976) 1-13. <https://doi.org/10.1080/00423117508968403>
- [12]. S. Türkay, H. Akcay, A study random vibration characteristics of the quarter-car model, Journal of Sound and Vibration, 282 (2005) 111-124. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.02.049>
- [13]. W. Gao, N. Zhang, J. Dai, A stochastic quarter-car model for dynamic analysis of vehicles with uncertain parameter, Vehicle System Dynamics, 46 (2008) 1159-1169.

[DOI: 10.1080/00423110701884575](https://doi.org/10.1080/00423110701884575)

[14]. G. Kewlani, J. Crawford, K. Iagnemma, A polynomial chaos approach to the analysis of vehicle dynamics under uncertainty, *Vehicle System Dynamics*, 50 (2012) 1-26. <https://doi.org/10.1080/00423114.2011.639897>

[15]. T. Dahlberg, Ride comfort and road holding of a 2-dof vehicle travelling on a randomly profiled road, *Journal of Sound and Vibration*, 58 (1978) 179-187. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(78\)80073-X](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80073-X)

[16]. S. Narayanan, S. Senthil, Stochastic optimal active control of a 2-dof quarter car model with non-linear passive suspension elements, *Journal of Sound and Vibration*, 210 (1998) 495-506. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1396>

[17]. R. N. Jazar, *Vehicle dynamics: Theory and application*, 2nd edition, Springer, New York, 2014.

[18]. J. E. Hurtado, A. H. Barbat, Monte Carlo techniques in computational stochastic mechanics, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 5 (1998) 3-30. <https://doi.org/10.1007/BF02736747>