



## ON THE FACTORS AFFECTING THE PERMEABILITY OF FRACTURED POROUS MEDIA USING FINITE ELEMENT APPROACH

Hai Bang Ly<sup>1\*</sup>, Phan Viet Hung<sup>2</sup>, Nguyen Ngoc Long<sup>2</sup>

<sup>1</sup>University of Transport Technology, 54 Trieu Khuc, Thanh Xuan, Hanoi, Vietnam

<sup>2</sup>University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

### ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 25/11/2020

Revised: 7/12/2020

Accepted: 8/12/2020

Published online: 28/12/2020

<https://doi.org/10.47869/tcsj.71.9.7>

\* Corresponding author

Email: banglh@utt.edu.vn

**Abstract.** In the field of civil engineering or geotechnical engineering, flow in fractured porous media has gained increasing attention from scientists. However, up to date, theoretical and practical basis on this problem still require detailed and in-depth knowledge. One of the approaches to deal with such a difficult problem lies in the coupling of Stokes-Darcy equations. In this study, an in-house Matlab numerical tool based on the finite element method was used to estimate the permeability of fractured porous media by solving the Stokes-Darcy coupling problem. The effective mechanical behavior of fractured porous media is often determined by many factors, namely the initial porosity, distribution and connectivity of the pore network, or the shape of fractures. The primary focus of this paper is on the factors affecting the flow characteristics in fractured porous media, such as the morphology of fractures and connectivity. The results showed that the above factors are crucial and have a significant effect on the macroscopic permeability of fractured porous media. For interconnected fractures network, the permeability was about 1000 times greater than that of the porous medium. Conversely, for isolated fractures, the macroscopic permeability depended on the shape of fractures, lower from 4 to 15 times the permeability of the medium surrounding the fracture.

**Keywords:** coupling of Stokes-Darcy, fractured porous media, permeability, finite element method.



## NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA VẾT NỨT TỚI ĐỘ THẨM CỦA VẬT LIỆU RỒNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

Lý Hải Bằng<sup>1\*</sup>, Phan Việt Hùng<sup>2</sup>, Nguyễn Ngọc Long<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, Số 54 Triều Khúc, Hà Nội, Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

### THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 25/11/2020

Ngày nhận bài sửa: 7/12/2020

Ngày chấp nhận đăng: 8/12/2020

Ngày xuất bản Online: 28/12/2020

<https://doi.org/10.47869/tcsj.71.9.7>

\* Tác giả liên hệ

Email: banglh@utt.edu.vn

**Tóm tắt.** Trong xây dựng công trình, địa kỹ thuật, dòng chảy trong môi trường rỗng có vết nứt thường được các nhà khoa học rất quan tâm. Tuy nhiên cho tới thời điểm hiện tại, vẫn tồn tại nhiều hạn chế về cơ sở lý thuyết và thực tiễn cần được nghiên cứu. Một trong những cách tiếp cận vấn đề chất lỏng chảy qua môi trường rỗng có vết nứt chính là việc giải bài toán kết hợp giữa phương trình Stokes và Darcy. Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả sử dụng công cụ phần tử hữu hạn đã được phát triển trong Matlab để tính toán độ thấm của môi trường rỗng có vết nứt thông qua việc giải bài toán Stokes-Darcy. Ứng xử cơ học của môi trường rỗng có vết nứt thường được quyết định bởi yếu tố dòng chảy qua nó, độ rỗng ban đầu, sự phân bố và liên kết của mạng lưới lỗ rỗng, khe nứt. Vì vậy, bài báo tập trung nghiên cứu vai trò các yếu tố ảnh hưởng đến đặc tính của dòng chảy trong môi trường rỗng như hình dạng hay sự liên kết các vết nứt. Kết quả cho thấy những yếu tố trên đặc biệt quan trọng tới độ thấm vĩ mô của môi trường rỗng có vết nứt. Khi vết nứt là liên tục thì độ thấm của nó có giá trị lớn hơn ít nhất 1000 lần độ thấm của môi trường rỗng xung quanh. Ngược lại, nếu vết nứt bị cô lập bởi môi trường rỗng thì tùy vào dạng hình học của vết nứt mà độ thấm của nó sẽ có những ảnh hưởng nhất định tới độ thấm vĩ mô (có giá trị nhỏ hơn từ 4 đến 15 lần độ thấm của môi trường rỗng bao quanh).

**Từ khóa:** giải phương trình Stokes - Darcy, môi trường rỗng có vết nứt, độ thấm, phương pháp phần tử hữu hạn.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Mạng lưới giao thông tại Việt Nam đã được phát triển rất mạnh trong hai thập kỷ qua. Việc bảo vệ và bảo trì một hệ thống như vậy là hết sức cần thiết. Với đường bờ biển dài hơn 3000 km, việc nâng cao tuổi thọ của các công trình có sử dụng bê tông, ví dụ như trong môi trường xâm thực, là một thách thức lớn đối với Việt Nam [1]. Độ bền của kết cấu bê tông có thể bị đe dọa, dẫn tới phá hoại toàn bộ công trình do sự ảnh hưởng của dòng chảy chất lỏng bên trong kết cấu [2]. Bê tông là một loại vật liệu xây dựng điển hình với nhiều ưu điểm bao gồm: tính phổ biến rộng rãi, chi phí hợp lý, hiệu quả cao và khả năng tạo thành nhiều dạng hình học của cấu kiện. Tại Việt Nam, các nghiên cứu chủ yếu tập trung vào những kết quả dựa trên các thí nghiệm đối với cấu trúc bị hư hỏng trong môi trường xâm thực nhưng chưa có nhiều nghiên cứu liên quan đến việc mô hình hóa và mô phỏng số của dòng chảy trong môi trường rỗng có sự tồn tại của vết nứt. Sự hiểu biết về dòng chảy và vận chuyển vật chất trong môi trường rỗng, điển hình như bê tông, là chưa đầy đủ, nhưng điều này lại rất quan trọng trong việc dự đoán tuổi thọ của các công trình được xây dựng.

Môi trường rỗng với sự tồn tại của vết nứt thường có các tính chất khác lạ hơn rất nhiều so với môi trường rỗng dạng thông thường. Ví dụ, sự tương quan về độ thấm giữa các vết nứt và độ thấm của mạng lưới lỗ rỗng bao quanh có sự khác biệt rất lớn [3]. Ngoài ra, nó còn phụ thuộc vào tính chất cơ học của chất lỏng được lấp đầy bên trong môi trường đó [4]. Do đó, việc nghiên cứu các tính chất cơ học của môi trường rỗng có vết nứt đòi hỏi phải đánh giá cẩn thận và đầy đủ mạng lưới khe nứt, cũng như đánh giá tương tác giữa dòng chảy qua vết nứt với ma trận các lỗ rỗng quanh nó [4]. Cấp độ rỗng lớn hơn, được hiểu là các vết nứt, có thể được hoặc không được liên kết với nhau, nhưng chúng lại được kết nối thông qua mạng lưới lỗ rỗng có cấp độ rỗng nhỏ hơn. Chính vì vậy, việc phát triển mô hình số tương thích có tính đến cả hai cấp độ này của cấu trúc vi mô đó là rất quan trọng.

Độ thấm là một trong những đặc tính quan trọng nhất trong bài toán thấm. Hiện nay, phương pháp khai triển tiệm cận [5] hoặc phương pháp thể tích trung bình áp dụng cho các cấu trúc vi mô [6] đã giải quyết được việc xác định độ thấm có tính đến dạng hình học của vết nứt dựa trên phương pháp đồng nhất hóa vật liệu. Tính toán độ thấm của vật liệu rỗng đơn cấp (môi trường chỉ có một cấp độ rỗng) cũng đã được thực hiện bằng cách khai triển các hàm số đặc trưng [7]. Tuy nhiên, những nghiên cứu này thường giảm mức độ phân tích xuống bằng cách sử dụng một số dạng hình học đơn giản, chẳng hạn như dòng chảy qua môi trường có các hình trụ hoặc hình cầu được phân bố đều. Trong trường hợp tính toán các cấu trúc vi mô phức tạp hơn, phương pháp phần tử hữu hạn, PTHH (Finite Element Method – FEM) có thể xác định được độ thấm của môi trường rỗng [8]. Sau đó, các lý thuyết đồng nhất hóa đã được mở rộng hơn cho trường hợp môi trường độ rỗng kép [9]. Đặc biệt, Auriault và Boutin [10–12], Royer và cộng sự [13], Boutin và cộng sự [14], Olny và Boutin [15] đã xem xét dòng chảy chất lỏng trong các khối hạt tích tụ trong bài toán cơ học vật liệu, mà ngay bản thân bên trong các hạt này cũng có những lỗ rỗng (tức là có một mạng lưới các lỗ rỗng nhỏ hơn được kết nối với nhau). Trong trường hợp này, có một dòng chảy chiếm ưu thế ở các khe rỗng lớn. Chất lỏng chảy ở các khe nhỏ hơn chỉ tạo ra một sự điều chỉnh nhỏ cho độ thấm vĩ mô. Hơn nữa, chất lỏng dường như không thấm qua được khi kích thước các lỗ rỗng ở cấp độ dưới nhỏ hơn nhiều so với kích thước các khe nứt. Vì vậy, trong nhiều trường hợp sự chênh lệch này đã không được xem xét trong quá trình tính toán độ thấm. Ngược lại, đối với các vật liệu rỗng mà các lỗ rỗng lớn bị cô lập bởi các lỗ rỗng nhỏ với kích thước nanomet, vai trò của các lỗ rỗng nano có thể rất quan trọng đối với độ thấm vĩ mô. Ở đây, độ thấm vĩ mô được hiểu là độ thấm khi đã xét đến cả hai lớp lỗ rỗng cấp độ lớn và nhỏ. Bên cạnh đó, tồn tại nhiều trường

hợp mà các lỗ rỗng kích thước nanomet và các lỗ rỗng kích thước lớn lại cùng có vai trò quan trọng đối với quy luật thấm thấu vĩ mô.

Trên thực tế, dòng chảy của chất lỏng trong môi trường có độ rỗng kép tồn tại ở rất nhiều nơi, chẳng hạn như hệ thống thủy văn trong đó nước trên bề mặt thấm qua lớp đất, đá, hoặc hợp kim hóa trong ngành đúc luyện kim, bộ phận khí đốt trong công nghiệp chế biến than, mô hình hóa nang phổi, phương pháp cách nhiệt bằng vật liệu rỗng, vòng bi rỗng, ống rỗng lắp đầy được nén chặt bởi các hạt trong các quy trình hóa học, các ứng dụng dùng trong hiện tượng đối lưu cũng như nén chất lỏng vào môi trường tơ sợi. Các nghiên cứu hiện nay cho thấy có hai cách tiếp cận được sử dụng để mô hình hóa dòng chảy chất lỏng trong môi trường có độ rỗng kép. Cách tiếp cận đầu tiên dựa trên việc sử dụng phương trình Brinkman để mô tả dòng chảy [16]. Phương trình Brinkman đã kết hợp định luật về dòng thấm của Darcy và dòng chảy tuân theo phương trình Stokes với giả thiết rằng trường vận tốc và trường áp suất là liên tục giữa hai môi trường. Tuy nhiên, một vài nghiên cứu lại chỉ ra rằng phương trình Brinkman chỉ áp dụng được cho những môi trường có độ thấm cao. Cách tiếp cận thứ hai sử dụng các phương trình Stokes trong miền có cấp độ rỗng lớn (các khe nứt) và phương trình Darcy trong miền có lỗ rỗng nhỏ bao quanh với các điều kiện biên (điều kiện trượt) ở mặt tiếp xúc giữa hai miền này. Điều kiện biên được thiết lập bởi Beavers-Joseph (BJ) thường được sử dụng trong các nghiên cứu [17]. Mô hình này thừa nhận sự liên tục của trường vận tốc pháp tuyến, nhưng thành phần tiếp tuyến và trường áp suất lại không liên tục. Sau đó, Saffman [18] mở rộng mô hình của Beavers, Joseph bằng cách áp dụng nó vào môi trường rỗng không đồng nhất thông qua phương pháp thống kê, bổ sung thêm một điều kiện ổn định và gọi tên là điều kiện Beavers-Joseph-Saffman (BJS). Sau đó, Jager và Mikelic [19] đã cung cấp một số minh chứng toán học cho việc xây dựng các điều kiện biên của Beavers-Joseph và Saffman (BJS). Tuy nhiên, việc sử dụng điều kiện biên Beavers-Joseph-Saffman chưa giải quyết được việc định lượng hệ số trượt giữa mặt tiếp xúc của miền tự do (khe nứt) và miền rỗng (các lỗ rỗng). Giá trị của hệ số trượt này phụ thuộc vào nhiều tham số vật lý như: dạng hình học của mặt tiếp xúc giữa hai môi trường hoặc đặc tính của chất lỏng. Điều này khiến cho việc thí nghiệm để định tính hoặc tìm ra hệ số trượt này là gần như không thể thực hiện được. Do đó, các nghiên cứu về sự kết hợp phương trình Darcy-Stokes có sử dụng hệ số trượt của Beavers-Joseph và Saffman đã nhận được sự chú ý của cộng đồng khoa học. Có rất nhiều nghiên cứu đã đánh giá về sự kết hợp giữa phương trình Darcy-Stokes có sử dụng điều kiện trượt của BJS. Trong số đó, có hai cách tiếp cận chủ yếu đã được phát triển dựa trên phương pháp phân tử hữu hạn, bao gồm phương pháp dùng phần tử "đồng nhất" (unified approach) và phương pháp dùng phần tử "tách rời" (decoupled approach). Cách tiếp cận bằng phương pháp "tách rời" sử dụng các phần tử rời rạc để chia hai lưới khác nhau cho việc mô hình hóa miền khe nứt (tuân theo phương trình Stokes) và miền lỗ rỗng (tuân theo định luật Darcy). Phương pháp này đã được sử dụng trong công bố của Discacciati [20], Layton [21]. Đối với cách tiếp cận "đồng nhất", sự chia lưới phần tử hữu hạn là giống nhau cho cả hai vùng Stokes và Darcy. Phương pháp này dựa trên việc sử dụng lưới bằng các "phần tử mạnh" (robust elements) hoặc cải biến phương trình vi phân của bài toán cơ học chất lỏng [22].

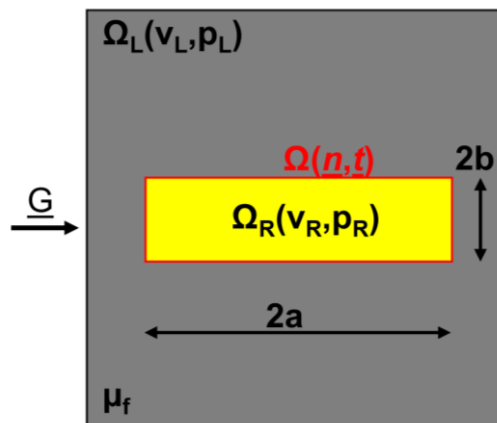
Phương pháp "đồng nhất" sử dụng một lưới, một không gian phần tử hữu hạn cho cả hai vùng Darcy-Stokes. Trong công bố của Arbogast và Brunson [22], các tác giả cho rằng sự chia lưới trên cùng một không gian phần tử hữu hạn cho các vùng Darcy-Stokes có lợi hơn khi mô phỏng số. Tuy nhiên, nó cũng đặt ra một số vấn đề rằng hầu hết các phần tử mà ổn định trong vùng Stokes thì lại không ổn định trong vùng Darcy và ngược lại. Arbogast, Brunson sử dụng phần tử C0 của Fortin [23] cùng với các lý thuyết bậc cao được đề xuất bởi

Arbogast, Wheeler [24] để kết hợp đồng thời hai phương trình Darcy-Stokes. Do trường vận tốc tiếp tuyến không liên tục qua mặt tiếp xúc giữa vùng Darcy-Stokes, nên tác giả đã thực hiện một thay đổi nhỏ trong mã phần tử hữu hạn mà họ tự phát triển. Các phần tử này được gọi là "phần tử mạnh" (robust elements), là các phần tử hai chiều hình chữ nhật (hoặc hình vuông), mà trong đó trường vận tốc được thể hiện bằng 12 bậc tự do, trong khi trường áp suất được thể hiện bằng một hằng số (tham khảo công bố [25] cho việc sử dụng các phần tử hình chữ nhật này).

Như đã trình bày, ứng xử cơ học của môi trường rỗng có vết nứt được quyết định bởi yếu tố dòng chảy trong nó. Nghiên cứu ứng xử này cần phát triển các mô hình lý thuyết cũng như mô phỏng số thích hợp để có thể mô tả một cách đầy đủ cấu trúc rỗng và các quá trình cơ học-vật lý-hóa học kèm theo. Việc lựa chọn mô hình chủ yếu phụ thuộc vào kích thước đặc trưng của môi trường rỗng, mục đích mô phỏng và lựa chọn phương pháp số. Nghiên cứu về chủ đề này đã nhận được sự quan tâm lớn qua nhiều thập kỷ. Quan trọng hơn, các thí nghiệm hiện nay chỉ mô tả được ứng xử vĩ mô mà chưa trả lời được những câu hỏi về bản chất như: vai trò của hình dáng kích thước các khe nứt, sự liên thông của các khe nứt, lỗ rỗng hoặc bản chất của quá trình chất lỏng chảy qua môi trường rỗng. Vì vậy, nghiên cứu này tập trung vào việc định lượng vai trò của các yếu tố ảnh hưởng đến các đặc tính của dòng chảy trong môi trường rỗng như hình dạng hay mạng lưới liên kết vết nứt.

## 2. BÀI TOÁN STOKES - DARCY

Bản chất của việc mô phỏng dòng chảy trong môi trường rỗng có vết nứt chính là việc giải bài toán kết hợp giữa phương trình Stokes và định luật Darcy. Trong nghiên cứu này, quá trình kết hợp phương trình Stokes và định luật Darcy được thực hiện bằng phương pháp phần tử hữu hạn áp dụng cho một phần tử thể tích đại diện tuần hoàn khối (Representative Elementary Volume – RVE). Có thể thấy rằng trong một RVE như vậy, tồn tại ba cấp độ riêng biệt: (i) môi trường rỗng, (ii) các vết nứt, (iii) và vật liệu ở cấp độ vĩ mô. Độ thấm của cấp độ (i) sẽ được ký hiệu là  $K_r$ , chính là độ thấm tính toán theo định luật Darcy. Dòng chảy trong vết nứt (cấp độ ii) là dòng chảy tự do và tuân theo phương trình Stokes. Tại mặt tiếp xúc giữa vết nứt (phương trình Stokes) và môi trường rỗng bao quanh (tuân theo định luật Darcy) tồn tại một điều kiện biên, quy định việc liên tục hoặc không liên tục của các trường vận tốc và trường áp suất. Cuối cùng, xét trên quy mô vĩ mô, độ thấm vĩ mô được tính toán bằng cách kết hợp chất lỏng tự do trong vết nứt (phương trình Stokes) và dòng chảy trong môi trường rỗng bao quanh (định luật Darcy).



Hình 1. Vật liệu rỗng có vết nứt.

Trong bài báo này, nhóm tác giả tập trung nghiên cứu vật liệu rỗng có vết nứt được sơ đồ hóa như trong Hình 1, với RVE là hình vuông và bên trong có hình chữ nhật kích thước  $2a \times 2b$ . Môi trường rỗng được giả định là bão hòa với một chất lỏng đồng nhất, tuân theo định luật Newton với độ nhớt được ký hiệu là  $\mu_f$ . Phần tử RVE với điều kiện biên được giả định là tuần hoàn, nghĩa là giá trị của trường vận tốc và áp suất tại các bên tới hạn là bằng nhau. Trong bài toán hai chiều, diện tích của RVE bao gồm diện tích của phần vật liệu rỗng ( $\Omega_R$ ) và diện tích của chất lỏng trong vết nứt ( $\Omega_L$ ). Ngoài ra, mặt tiếp xúc giữa vết nứt và môi trường rỗng xung quanh được ký hiệu là  $\Omega$ . Trong môi trường rỗng, chất lỏng chảy trong đó tuân theo định luật Darcy:

$$\begin{cases} \frac{\mu_f}{K_D} v_R(\underline{x}) - \nabla p_R(\underline{x}) - \underline{G} = 0 & \forall \underline{x} \in \Omega_R \\ \nabla p_R(\underline{x}) = 0 & \forall \underline{x} \in \Omega_R \end{cases} \quad (1)$$

với  $\underline{G}$  là gra-đi-ăng áp suất tác dụng lên RVE để kích hoạt dòng chảy,  $v_R(\underline{x})$  và  $p_R(\underline{x})$  tương ứng là trường vận tốc và áp suất trong môi trường rỗng,  $K_D$  là hệ số thấm của môi trường rỗng. Trong vết nứt, dòng chảy của chất lỏng tuân theo phương trình Stokes:

$$\begin{cases} \mu_f \Delta v_L(\underline{x}) - \nabla p_L(\underline{x}) - \underline{G} = 0 & \forall \underline{x} \in \Omega_L \\ \nabla p_L(\underline{x}) = 0 & \forall \underline{x} \in \Omega_L \end{cases} \quad (2)$$

với  $v_L(\underline{x})$  và  $p_L(\underline{x})$  tương ứng là trường vận tốc và áp suất trong vết nứt. Tại mặt tiếp xúc giữa vết nứt và môi trường rỗng xung quanh, điều kiện biên Beavers-Joseph-Saffman với 3 phương trình sau được áp dụng:

$$\begin{cases} v(\underline{x})\underline{n} = v_R(\underline{x})\underline{n} & \forall \underline{x} \in \Omega \\ 2\underline{n}Dv(\underline{x})\underline{t} = -\frac{\alpha}{K_D} v(\underline{x})\underline{t} & \forall \underline{x} \in \Omega \\ 2\mu_L \underline{n}Dv(\underline{x})\underline{n} = p(\underline{x}) - p_R(\underline{x}) \end{cases} \quad (3)$$

với  $\underline{n}$  và  $\underline{t}$  tương ứng là vec-tơ pháp tuyến và tiếp tuyến đối với miền  $\Omega$ , và  $D$  là gra-đi-ăng đối xứng. Về bản chất, phương trình (1) biểu thị tính liên tục và sự bảo toàn của lưu lượng dòng chảy khi đi qua mặt tiếp xúc  $\Omega$ , còn phương trình (2) và (3) biểu hiện tính không liên tục của cả trường vận tốc và áp suất thông qua vec-tơ pháp tuyến và một hệ số  $\alpha$ . Trong các bài toán đồng nhất hóa vật liệu, rất khó để xác định được hệ số này. Chính vì vậy, nhóm tác giả lấy giá trị của hệ số này bằng vô cùng, nghĩa là thành phần pháp tuyến của trường vận tốc và áp suất trên bề mặt tiếp xúc  $\Omega$  được tính bằng 0. Cuối cùng, xét vật liệu rỗng ở cấp độ vĩ mô, nghĩa là có tính tới cả môi trường rỗng và vết nứt, độ thấm vĩ mô được tính toán như công thức dưới đây:

$$\mathbf{V} = \langle v(\underline{x}) \rangle_{\Omega \cup \Omega_L \cup \Omega_R} = -\frac{1}{\mu_f} \mathbf{K} \underline{G} \quad (4)$$

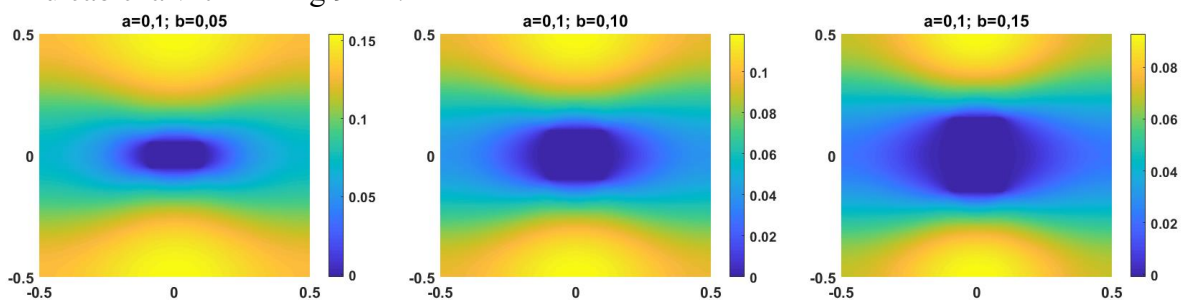
với  $\mathbf{K}$  là ten-xơ độ thấm của vật liệu.

Nhóm tác giả phát triển công cụ phần tử hữu hạn trong Matlab và độ chính xác của công cụ này đã được kiểm chứng thông qua lời giải giải tích được phát triển trong một công bố khác [26]. Nghiên cứu này tập trung sử dụng công cụ đã phát triển và nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt tới độ thấm vĩ mô của vật liệu. Công cụ PTHH được tính toán song song hiệu năng cao trên máy tính Xeon CPU E3-1505M v5 @ 2.80GHz và có 64Gb RAM.

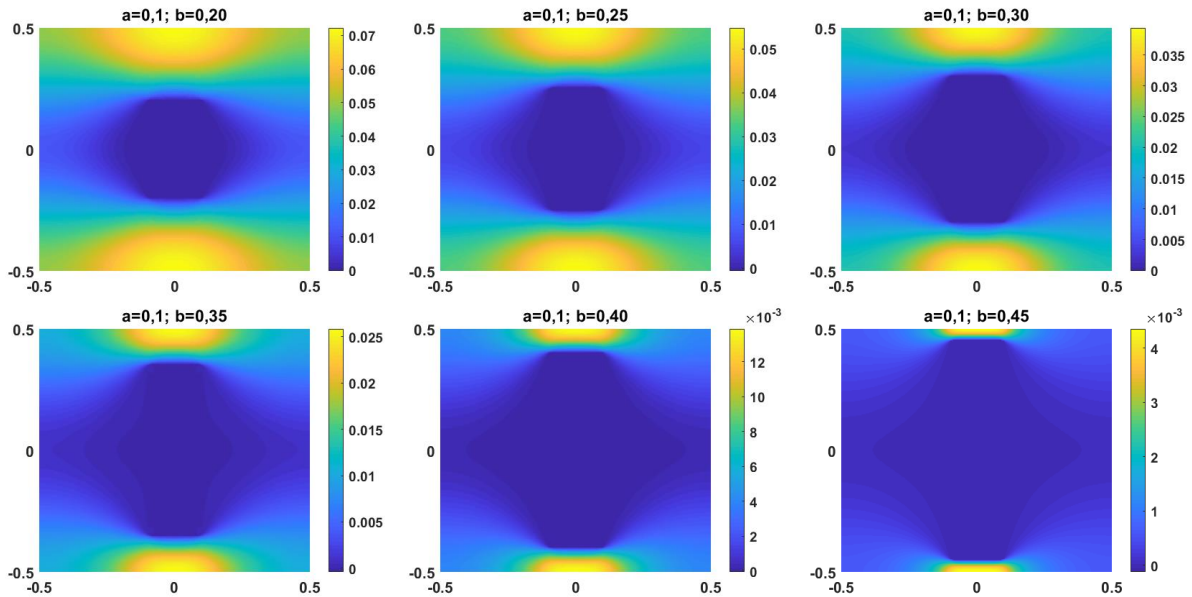
### 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Để thuận tiện cho việc tính toán bằng phương pháp PTHH, các giá trị trong mô hình sẽ được lấy bằng các đại lượng không thứ nguyên. Hai chiều của RVE sẽ được lấy với độ lớn là  $1 \times 1$ , còn  $a$  và  $b$  sẽ được thay đổi để phân tích kết quả của ảnh hưởng của miền Stokes/Darcy tới độ lớn của độ thấm vĩ mô vật liệu. Các thông số  $a$  và  $b$  được lấy là  $a=0,1$  với giá trị cố định, và  $b$  thay đổi từ  $b=0,05$  đến  $b=0,45$ , với 9 giá trị có bước 0,05. Tương tự như vậy, độ nhớt  $\mu_f$  được gán giá trị  $\mu_f=1$ , và gradient áp suất tác dụng lên RVE theo 2 chiều  $O_x, O_y$  sẽ được lấy là 1. Tuy nhiên, do tính đối xứng của RVE, nghiên cứu chỉ xét tới dòng chảy  $G$  theo phương ngang ( $O_x$ ). Đối với phương  $O_y$ , giá trị của ten-xơ độ thấm vĩ mô sẽ được đảo ngược lại là  $K_{11}(G_{O_x})=K_{22}(G_{O_y})$ . Do điều kiện biên của RVE được áp dụng trong nghiên cứu này là tuần hoàn khối (periodicity boundary condition), trường vận tốc ở các mặt đối xứng của RVE được gán bằng nhau, và trường áp suất của các mặt đối xứng cũng được gán bằng nhau. Ngoài ra, độ thấm của miền vật liệu rỗng được lấy là  $K_D=10^{-6}$ . Bởi vì kích thước của RVE lớn được lấy không thứ nguyên, nên giá trị  $K_D$  này cũng là không thứ nguyên. Tức là  $K_D$  không phản ánh độ thấm của vật liệu trong thực tế mà cần phải được tính toán thông qua kích thước của lỗ rỗng bên trong vật liệu rỗng. Tùy thuộc vào kích thước này, giá trị hệ số thấm này bao phủ một dải rộng những loại vật liệu có độ thấm từ tương đối thấp tới rất thấp, như cát bùn, cát mịn tới bê tông trong xây dựng.

Hai dạng liên kết của vết nứt được xét đến trong nghiên cứu này, được trình bày lần lượt trong phần kết quả. Thứ nhất là vết nứt liên tục, nghĩa là hình chữ nhật bên trong RVE là môi trường rỗng. Thứ hai là vết nứt không liên tục nghĩa là hình chữ nhật bên trong RVE được xét tới là vết nứt, bị cô lập bởi môi trường rỗng xung quanh. Xét trường hợp hình chữ nhật bên trong (với kích thước  $2a \times 2b$ ) là môi trường rỗng, phần bên ngoài là dòng chảy tự do tuân theo phương trình Stokes, Hình 2 biểu thị trường vận tốc của từng điểm trong lưới RVE. Có thể thấy rằng dòng chảy tự do (trong vết nứt) có giá trị rất lớn, với vận tốc cực đại theo phương  $O_x$  có thể lên tới  $\max(V_{O_x})=0,15$ . Khi giá trị của  $b$  tăng lên, dòng chảy cực đại giảm dần:  $\max(V_{O_x})=0,12$  với  $b=0,1$  và  $\max(V_{O_x})=4,2 \times 10^{-3}$  với  $b=0,45$ . Qua đây có thể kết luận được kích thước của vết nứt tồn tại trong môi trường rỗng đóng vai trò rất quan trọng đối với dòng chảy cực đại trong nó, với giá trị dòng chảy cực đại có thể giảm đi xấp xỉ 300 lần khi chiều cao của vết nứt tăng 9 lần.

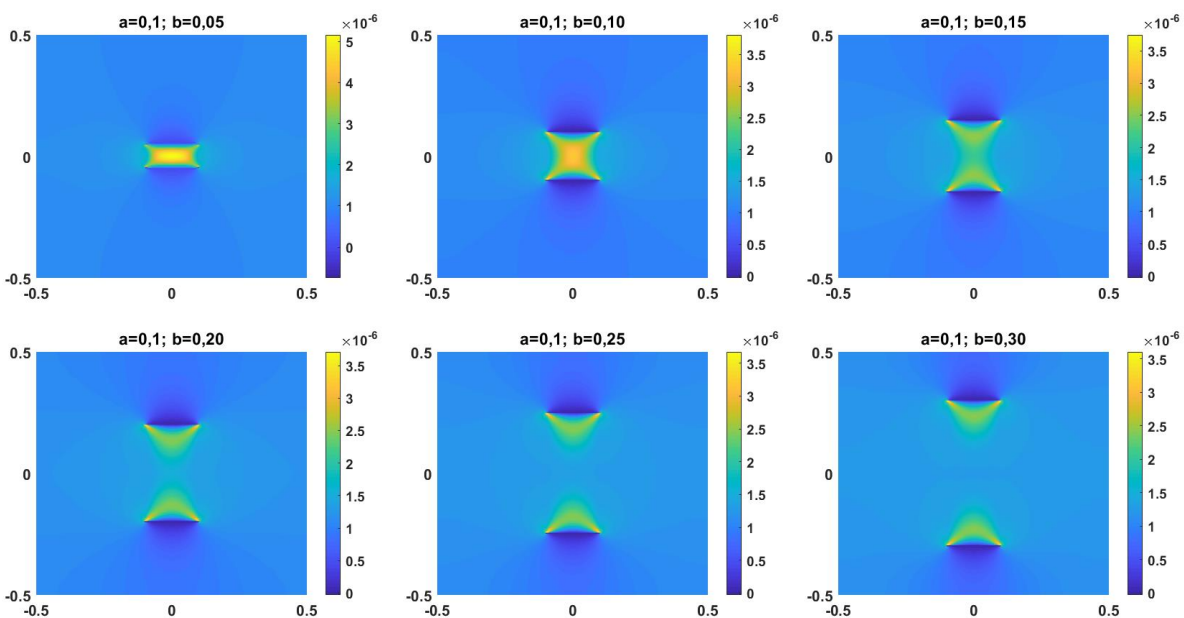




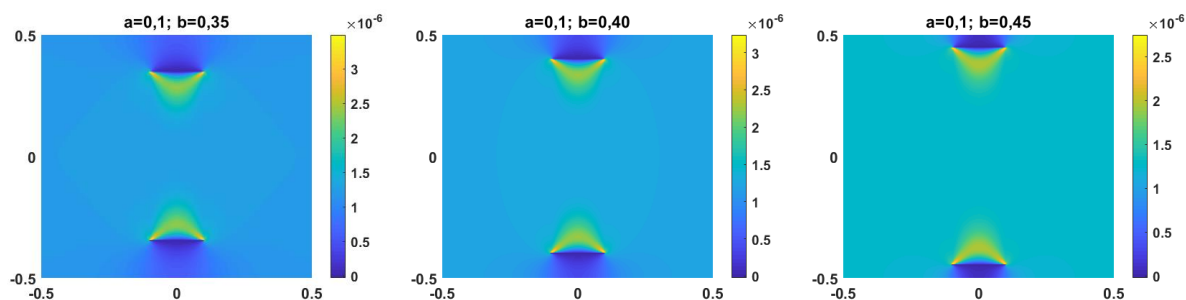


Hình 2. Trường vận tốc của vật liệu đối với trường hợp bên trong RVE là môi trường rỗng, với a cố định và b thay đổi từ 0,05 đến 0,45.

Trong thực tế, rất ít tồn tại những môi trường có vết nứt lớn như ví dụ ở Hình 2, nhóm tác giả xét trường hợp hình nhữ nhật bên trong RVE là vết nứt. Tương tự như ví dụ bên trên, Hình 3 biểu thị trường vận tốc của từng điểm trong lưới RVE đối với trường hợp vết nứt nằm trong RVE. Có thể nhận thấy rằng, vận tốc của dòng chảy trong môi trường rỗng là khá ổn định và có giá trị không đổi, được dao động xung quanh giá trị độ thấm  $K_D$ . Ngược lại, trường vận tốc của dòng chảy trong vết nứt thay đổi đáng kể và phụ thuộc rất lớn vào hình dạng, kích thước vết nứt. Khi vết nứt có chiều cao nhỏ ( $b=0,05$ ) vận tốc cực đại có thể đạt tới giá trị  $\max(V_{Ox})=5 \times 10^{-3}$ . Giá trị này giảm dần với sự tăng của b, từ  $\max(V_{Ox})=3,6 \times 10^{-3}$  với  $b=0,1$  đến giá trị  $\max(V_{Ox})=2,6 \times 10^{-3}$  với  $b=0,45$ . Hơn nữa, dòng chảy cực đại thường xuất hiện ở gần vị trí mặt tiếp xúc  $\Omega$  giữa hai miền vết nứt và miền rỗng. Khi độ cao vết nứt b nhỏ, dòng chảy cực đại nằm ở giữa khe nứt, còn khi giá trị b lớn dần (từ 0,20 trở lên) thì dòng chảy cực đại này có dạng đường cong của phương trình bậc 2 - parabol và ở vị trí gần với  $\Omega$ .







Hình 3. Trường vận tốc của vật liệu đối với trường hợp bên trong RVE là vết nứt, với a cố định và b thay đổi từ 0,05 đến 0,45.

Để đánh giá độ thấm vĩ mô của vật liệu và tương quan của nó với từng miền: miền vết nứt và miền rỗng, nhóm tác giả tách biệt độ thấm vĩ mô ( $K$ ) thành tổng của độ thấm của vết nứt – nơi chỉ chứa chất lỏng ( $K_L$ ) và độ thấm của môi trường rỗng bao quanh vết nứt ( $K_R$ ), nghĩa là  $K=K_L+K_R$ . Bảng 1 trình bày các giá trị này theo từng giá trị của độ cao vết nứt  $b$ , xét tới trường hợp hình chữ nhật bên trong (kích thước  $a \times 2b$ ) là miền vật liệu rỗng. Để thuận tiện cho việc hiển thị và phân tích kết quả, độ rỗng của RVE được thêm vào với mỗi trường hợp. Có thể nhận thấy rằng độ thấm của miền rỗng chỉ thay đổi xấp xỉ 2 lần khi  $b$  tăng từ 0,05 lên 0,9, và giá trị  $K_R$  này rất nhỏ với độ lớn khoảng  $10^{-7}$ . Ngược lại, độ thấm do vết nứt gây nên có giá trị lớn hơn rất nhiều so với miền rỗng trong tất cả các trường hợp. Qua đây, với trường hợp vết nứt lớn và dòng chảy là liên tục (do RVE được xét là tuần hoàn ở biên với trường áp suất và vận tốc), độ thấm của vết nứt chiếm vai trò chủ đạo đối với độ thấm vĩ mô. Độ thấm của miền vật liệu rỗng chỉ đóng góp một phần không đáng kể, và có thể được bỏ qua trong quá trình tính toán

Bảng 1. Các giá trị độ thấm đối với trường hợp bên trong RVE là môi trường rỗng.

	Độ rỗng	$K_L$	$K_R$	$K$
<b>a=0,1 // b=0,05</b>	97,93	$1,01 \times 10^{-1}$	$4,94 \times 10^{-7}$	$1,01 \times 10^{-1}$
<b>a=0,1 // b=0,10</b>	96,00	$6,76 \times 10^{-2}$	$6,09 \times 10^{-7}$	$6,76 \times 10^{-2}$
<b>a=0,1 // b=0,15</b>	93,94	$4,58 \times 10^{-2}$	$6,66 \times 10^{-7}$	$4,58 \times 10^{-2}$
<b>a=0,1 // b=0,20</b>	92,00	$3,03 \times 10^{-2}$	$7,17 \times 10^{-7}$	$3,03 \times 10^{-2}$
<b>a=0,1 // b=0,25</b>	89,94	$1,88 \times 10^{-2}$	$7,54 \times 10^{-7}$	$1,88 \times 10^{-2}$
<b>a=0,1 // b=0,30</b>	88,00	$1,07 \times 10^{-2}$	$7,94 \times 10^{-7}$	$1,07 \times 10^{-2}$
<b>a=0,1 // b=0,35</b>	85,94	$5,16 \times 10^{-3}$	$8,29 \times 10^{-7}$	$5,16 \times 10^{-3}$
<b>a=0,1 // b=0,40</b>	84,00	$1,85 \times 10^{-3}$	$8,71 \times 10^{-7}$	$1,85 \times 10^{-3}$
<b>a=0,1 // b=0,45</b>	81,94	$2,82 \times 10^{-4}$	$9,23 \times 10^{-7}$	$2,83 \times 10^{-4}$

Bảng 2 trình bày các giá trị  $K_L$ ,  $K_D$  và  $K$  theo giá trị của độ cao vết nứt  $b$ . Để thuận tiện cho việc minh họa, giá trị  $K_R$  được biểu thị tới chữ số thập phân thứ 4, và  $K$  được biểu thị tới chữ số thập phân thứ 3. Kết quả cho thấy giá trị độ thấm của miền vật liệu rỗng gần như xấp

xi bằng độ thấm được giả định ( $K_D=10^{-6}$ ). Độ thấm tiệm cận dần với  $K_D$  khi vết nứt có diện tích tăng lên. Đồng thời, độ thấm do vết nứt cũng tăng dần khi diện tích tăng lên, từ  $K_L=6,38 \times 10^{-8}$  với  $b=0,05$  tới  $K_L=2,4 \times 10^{-7}$  với  $b=0,45$ , với độ tăng xấp xỉ 4 lần. Với độ cao vết nứt  $b=0,45$  thì giá trị độ thấm của vết nứt bằng 0,25 lần giá trị độ thấm của  $K_D$ , điều này cho thấy độ thấm trong vết nứt có vai trò đáng kể đối với độ thấm vĩ mô của RVE.

Bảng 2. Các giá trị độ thấm đối với trường hợp bên trong RVE là vết nứt.

	<b>Độ rộng</b>	<b><math>K_L</math></b>	<b><math>K_R</math></b>	<b>K</b>
<b>a=0,1 // b=0,05</b>	2,07	$6,38 \times 10^{-8}$	$9,9982 \times 10^{-7}$	$1,064 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,10</b>	4,00	$9,07 \times 10^{-8}$	$9,9986 \times 10^{-7}$	$1,091 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,15</b>	5,92	$1,15 \times 10^{-7}$	$9,9986 \times 10^{-7}$	$1,115 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,20</b>	8,00	$1,41 \times 10^{-7}$	$9,9986 \times 10^{-7}$	$1,141 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,25</b>	9,92	$1,64 \times 10^{-7}$	$9,9986 \times 10^{-7}$	$1,164 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,30</b>	12,00	$1,89 \times 10^{-7}$	$9,9987 \times 10^{-7}$	$1,189 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,35</b>	13,92	$2,10 \times 10^{-7}$	$9,9987 \times 10^{-7}$	$1,210 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,40</b>	16,00	$2,31 \times 10^{-7}$	$9,9988 \times 10^{-7}$	$1,231 \times 10^{-6}$
<b>a=0,1 // b=0,45</b>	17,92	$2,44 \times 10^{-7}$	$9,9990 \times 10^{-7}$	$1,244 \times 10^{-6}$

#### 4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả tập trung nghiên cứu ảnh hưởng của dạng hình học và mạng lưới vết nứt tới độ thấm vĩ mô của vật liệu rỗng. Một công cụ số dựa trên phương pháp PTHH đã qua kiểm chứng được sử dụng để tính toán mô phỏng bài toán kết hợp giữa phương trình Stokes và Darcy. Ở đây, dòng chảy trong vết nứt tuân theo phương trình Stokes và dòng chảy trong miền vật liệu rỗng tuân theo định luật Darcy. Bài toán PTHH được mô phỏng và giải dựa trên phương pháp đồng nhất hóa vật liệu, thông qua một RVE có các điều kiện biên tuần hoàn cho trường vận tốc và ứng suất. Độ cao vết nứt được thay đổi để nghiên cứu ảnh hưởng của nó tới dòng chảy, và độ thấm vĩ mô của môi trường. Hai dạng liên kết của vết nứt được xét đến trong nghiên cứu này, thứ nhất là vết nứt liên tục và thứ hai là vết nứt không liên tục.

Kết quả cho thấy nếu vết nứt liên tục thì ảnh hưởng của nó là đặc biệt quan trọng đối với độ thấm vĩ mô của RVE. Trong hầu hết các trường hợp, độ thấm do vết nứt liên tục gây ra có giá trị lớn hơn ít nhất 1000 lần độ thấm của môi trường rỗng. Ngược lại, nếu vết nứt bị cô lập bởi môi trường rỗng xung quanh thì tùy vào dạng hình học của vết nứt mà độ thấm của nó sẽ có những ảnh hưởng nhất định tới độ thấm vĩ mô của môi trường. Trong trường hợp độ rộng vết nứt là  $b=0,45$  thì độ thấm của nó bằng  $\frac{1}{4}$  độ thấm của vật liệu rỗng, nhưng khi bề rộng nhỏ ( $b=0,05$ ) thì giá trị này khá nhỏ so với độ thấm của vật liệu rỗng bao quanh vết nứt ( $K_L=6,38 \times 10^{-8}$ ). Ngoài ra, trường vận tốc của dòng chảy trong trường hợp vết nứt bị cô lập hoặc vết nứt liên tục cũng đã được trình bày, đưa ra những vị trí trong RVE mà trường vận tốc

là lớn nhất hoặc nhỏ nhất (Hình 2, Hình 3). Điều này giúp ích cho việc phân tích dòng chảy qua môi trường rỗng có vết nứt, qua đó các kỹ sư có thể tận dụng dòng chảy này hoặc ngăn cản các tác hại của vết nứt ngoài thực tiễn. Hiện tại, nghiên cứu này chỉ xét tới dạng hình học của vết nứt là hình chữ nhật và có  $a=0,1$ . Nhóm tác giả định hướng phát triển nghiên cứu nhiều dạng hình học khác của vết nứt (tròn, elip...), qua đó có thể có hiểu biết sâu hơn về ảnh hưởng của vết nứt tồn tại trong môi trường rỗng.

## LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.03-2019.23

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] D.T. Hai, Current status of existing railway bridges in Vietnam: An overview of steel deficiencies, *Journal of Constructional Steel Research*, 62 (2006) 987-994. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2006.01.009>
- [2] V. Zivica, A. Bajza, Acidic attack of cement-based materials—a review Part 2. Factors of rate of acidic attack and protective measures, *Construction and Building Materials*, 16 (2002) 215-222. [https://doi.org/10.1016/S0950-0618\(02\)00011-9](https://doi.org/10.1016/S0950-0618(02)00011-9)
- [3] P. Dietrich, R. Helmig, M. Sauter, H. Hötzl, J. Köngeter, G. Teutsch, *Flow and transport in fractured porous media*, Springer Science & Business Media, 2005. <https://doi.org/10.1007/b138453>
- [4] M. Sahimi, *Flow and transport in porous media and fractured rock: from classical methods to modern approaches*, John Wiley & Sons, 2011. <https://doi.org/10.1002/9783527636693>
- [5] J.-L. Auriault, E. Sanchez-Palencia, Etude du comportement macroscopique d'un milieu poreux saturé déformable, *Journal de Mécanique*, 16 (1977) 575-603.
- [6] S. Whitaker, Diffusion and dispersion in porous media, *AIChE Journal*, 13 (1967) 420-427. <https://doi.org/10.1002/aic.690130308>
- [7] C.Y. Wang, Stokes slip flow through square and triangular arrays of circular cylinders, *Fluid Dynamics Research*, 32 (2003) 233-246. [https://doi.org/10.1016/S0169-5983\(03\)00049-2](https://doi.org/10.1016/S0169-5983(03)00049-2)
- [8] F.J. Alcocer, P. Singh, Permeability of periodic arrays of cylinders for viscoelastic flows, *Physics of Fluids*, 14 (2002) 2578. <https://doi.org/10.1063/1.1483301>
- [9] M. Bai, D. Elsworth, J.-C. Roegiers, Modeling of naturally fractured reservoirs using deformation dependent flow mechanism, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 30 (1993) 1185-1191. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(93\)90092-R](https://doi.org/10.1016/0148-9062(93)90092-R)
- [10] J.L. Auriault, C. Boutin, Deformable porous media with double porosity. Quasi-statics. I: Coupling effects, *Transport in Porous Media*, 7 (1992) 63-82. <https://doi.org/10.1007/BF00617317>
- [11] J.L. Auriault, C. Boutin, Deformable porous media with double porosity. Quasi-statics. II: Memory effects, *Transport in Porous Media*, 10 (1993) 153-169. <https://doi.org/10.1007/BF00617006>
- [12] J.L. Auriault, C. Boutin, Deformable porous media with double porosity III: Acoustics, *Transport in Porous Media*, 14 (1994) 143-162. <https://doi.org/10.1007/BF00615198>
- [13] P. Royer, J.-L. Auriault, C. Boutin, Macroscopic modeling of double-porosity reservoirs, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 16 (1996) 187-202. [https://doi.org/10.1016/S0920-4105\(96\)00040-X](https://doi.org/10.1016/S0920-4105(96)00040-X)
- [14] C. Boutin, P. Royer, J.-L. Auriault, Acoustic absorption of porous surfacing with dual porosity, *International Journal of Solids and Structures*, 35 (1998) 4709-4737. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(98\)00091-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(98)00091-2)
- [15] X. Olny, C. Boutin, Acoustic wave propagation in double porosity media, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114 (2003) 73-89. <https://doi.org/10.1121/1.1534607>
- [16] H.C. Brinkman, A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles, *Flow, Turbulence and Combustion*, 1 (1949) 27. <https://doi.org/10.1007/BF02120313>
- [17] G.S. Beavers, D.D. Joseph, Boundary conditions at a naturally permeable wall, *Journal of Fluid*

- Mechanics, 30 (1967) 197-207. <https://doi.org/10.1017/S0022112067001375>
- [18] P.G. Saffman, On the boundary condition at the surface of a porous medium, *Studies in Applied Mathematics*, 50 (1971) 93-101. <https://doi.org/10.1002/sapm197150293>
- [19] A. Mikelić, W. Jäger, On the interface boundary condition of Beavers, Joseph, and Saffman, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 60 (2000) 1111-1127. <https://doi.org/10.1137/S003613999833678X>
- [20] M. Discacciati, A. Quarteroni, A. Valli, Robin–Robin domain decomposition methods for the Stokes–Darcy coupling, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 45 (2007) 1246-1268. <https://doi.org/10.1137/06065091X>
- [21] W.J. Layton, F. Schieweck, I. Yotov, Coupling fluid flow with porous media flow, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 40 (2002) 2195-2218. <https://doi.org/10.1137/S0036142901392766>
- [22] T. Arbogast, D.S. Brunson, A computational method for approximating a Darcy–Stokes system governing a vuggy porous medium, *Computational Geosciences*, 11 (2007) 207-218. <https://doi.org/10.1007/s10596-007-9043-0>
- [23] M. Fortin, Old and new finite elements for incompressible flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1 (1981) 347-364. <https://doi.org/10.1002/flid.1650010406>
- [24] T. Arbogast, M.F. Wheeler, A family of rectangular mixed elements with a continuous flux for second order elliptic problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 42 (2005) 1914-1931. <https://doi.org/10.1137/S0036142903435247>
- [25] K.A. Mardal, X.-C. Tai, R. Winther, A robust finite element method for Darcy–Stokes flow, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 40 (2002) 1605-1631. <https://doi.org/10.1137/S0036142901383910>
- [26] H.-B. Ly, H.-L. Nguyen, M.-N. Do, Finite element modeling of fluid flow in fractured porous media using unified approach, *Vietnam Journal of Earth Sciences*, 43 (2020). <https://doi.org/10.15625/0866-7187/15572>