



SENSITIVITY ANALYSIS OF STRUCTURAL RELIABILITY - A STUDY APPLIED TO THE UNDERGROUND WORK

Bui Duc Chinh

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 28/8/2020

Revised: 21/10/2020

Accepted: 24/10/2020

Published online: 28/10/2020

<https://doi.org/10.47869/tcsj.71.8.2>

* *Corresponding author*

Email: buiducchinh@utc.edu.vn; Tel: 0913525001

Abstract. This article introduces the results of research on sensitivity analysis of structural reliability. The article has analyzed reliability methods, importance factor (IS), sensitivity index (SI) of random variables and their effects on failure probability and reliability index. The article has also analyzed the reliability, the important factor and the sensitivity index for a specific underground work. From the results received, it is proposed to choose the method of calculating structural reliability and problems related to sensitivity analysis of the structural reliability.

Keywords: reliability, sensitivity, importance factor, simulation, approximation, underground work.



PHÂN TÍCH ĐỘ NHẠY CỦA ĐỘ TIN CẬY KẾT CẤU - MỘT NGHIÊN CỨU ÁP DỤNG CHO CÔNG TRÌNH NGẦM

Bùi Đức Chính

Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 28/8/2020

Ngày nhận bài sửa: 21/10/2020

Ngày chấp nhận đăng: 24/10/2020

Ngày xuất bản Online: 28/10/2020

<https://doi.org/10.47869/tcsj.71.8.2>

* Tác giả liên hệ

Email: buiducchinh@utc.edu.vn; Tel: 0913525001

Tóm tắt. Bài báo này giới thiệu những kết quả nghiên cứu về phân tích độ nhạy của độ tin cậy (ĐTC) kết cấu. Bài báo đã phân tích các phương pháp tính ĐTC, hệ số quan trọng (IF), chỉ số độ nhạy (SI) của các biến ngẫu nhiên (BNN) và ảnh hưởng của chúng đến xác suất hư hỏng (XSHH) và chỉ số ĐTC. Bài báo cũng đã phân tích ĐTC, IF và SI cho một công trình ngầm (CTN) cụ thể. Từ những kết quả nhận được đã đề xuất lựa chọn phương pháp tính ĐTC kết cấu và những vấn đề liên quan đến phân tích độ nhạy của ĐTC kết cấu.

Từ khóa: độ tin cậy, độ nhạy, hệ số quan trọng, mô phỏng, xấp xỉ, công trình ngầm.

© 2020 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong phân tích ĐTC kết cấu hiện nay gặp phải một số thách thức lớn: (i) số chiều và kích cỡ bài toán lớn; (ii) xem xét đồng thời các hư hỏng trên cùng một kết cấu dẫn đến các mô hình nhiều hư hỏng; (iii) XSHH của kết cấu thường khá nhỏ và (iv) ảnh hưởng lẫn nhau giữa các BNN đến XSHH và chỉ số ĐTC. Để vượt qua các thách thức trên, có nhiều các phương pháp phân tích ĐTC được nghiên cứu và công bố trên thế giới [1, 2, 3, 4]. Ngoài ra, việc đánh giá ảnh hưởng của các BNN, đặc biệt là các thông số phân phối của chúng đến ĐTC cũng đang được quan tâm [3, 4, 5]. Nghiên cứu này nhằm làm rõ hơn về các phương pháp phân tích ĐTC, hệ số quan trọng và chỉ số độ nhạy của các BNN. Một nghiên cứu áp dụng để phân tích

độ tin cậy theo xác suất cho một CTN được tiến hành như một minh chứng.

2. CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY THEO XÁC SUẤT

2.1. Xác suất hư hỏng (XSHH) và chỉ số độ tin cậy (ĐTC)

Xác suất đối với một trạng thái không an toàn/hư hỏng của một kết cấu được biểu diễn qua một hàm phân phối xác suất (PPXS) kết hợp $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{d}_f)$ của các BNN $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$, n là số chiều, \mathbf{d}_f là vector các biến tất định của phân phối. Miền an toàn và miền hư hỏng được phân định qua hàm TTGH $g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g)$, với \mathbf{x} là một thể hiện của \mathbf{X} và \mathbf{d}_g là vector các biến tất định của hàm TTGH. Hàm TTGH $g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g)$ sẽ chia không gian các BNN thành miền an toàn $D_S = \{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n | g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g) > 0\}$ và miền hư hỏng $D_f = \{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n | g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g) \leq 0\}$ [1, 2, 3, 4]. XSHH P_f và chỉ số ĐTC tổng quát của kết cấu β_g được xác định theo các công thức:

$$P_f = \mathbb{P}(g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g) \leq 0) = \int_{D_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

$$\beta_g = \Phi^{-1}(1 - P_f) = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (2)$$

Trong công thức (2), Φ^{-1} là hàm ngược của hàm phân phối tích lũy Gauss trong không gian được chuẩn hóa Φ .

Trong trường hợp \mathbf{X} là các BNN không phụ thuộc, có luật phân phối Gauss và $g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g)$ tuyến tính sẽ dễ dàng tính được P_f và chỉ số ĐTC β_g (chỉ số ĐTC Rjanitzyne-Cornell $\beta_{Rjanitzyne-Cornell}$) [2] bằng phương pháp tích phân trực tiếp.

2.2. Phép biến đổi tương đương xác suất (Isoprobabilistic Transformation-IT)

Trong trường hợp tổng quát, các BNN thường có dạng PPXS bất kỳ, phụ thuộc lẫn nhau; hàm TTGH thường là phi tuyến, đôi khi ở dạng ẩn. Để tính P_f trong trường hợp tổng quát cần dùng các phép biến đổi tương đương xác suất (Isoprobabilistic Transformation-IT) và lý thuyết hàm nối (Copular Function Theory-CFT) để đưa các BNN \mathbf{X} từ không gian vật lý \mathbf{X} về các BNN \mathbf{U} có phân phối Gauss, độc lập và không tương quan trong không gian được chuẩn hóa \mathbf{U} [4, 5]. Dạng tổng quát của IT là $\mathbf{U} = \mathbf{T}(\mathbf{X})$, trong đó \mathbf{U} là vector ngẫu nhiên, \mathbf{T} là IT sao cho \mathbf{U} và $\mathbf{R}\mathbf{U}$ luôn luôn có cùng phân phối xác suất trong mọi phép quay trong không gian \mathbb{R}^n , $\mathbf{R} \in \text{SO}_n(\mathbb{R}^n)$. Từ đó có thể viết lại công thức (1):

$$P_f = \mathbb{P}(G(\mathbf{U}, \mathbf{d}_g) \leq 0) = \int_{I_{G(\mathbf{u}, \mathbf{d}_g) \leq 0}} f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (3)$$

Trong công thức (3), $G = \mathbf{f}^0 \mathbf{T}^{-1}$; $f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u})$ là hàm PPXS của \mathbf{U} ; $I_{G(\mathbf{u}, \mathbf{d}_g) \leq 0}$ là hàm chỉ thị có giá trị bằng 1 nếu $G(\mathbf{u}, \mathbf{d}_g) \leq 0$ và ngược lại; Các IT thường sử dụng là biến đổi Nataf tổng quát [5] và biến đổi Rosenblatt [6].

2.3. Các phương pháp phân tích ĐTC

Sau IT, sử dụng các nhóm phương pháp sau để tính P_f theo công thức (1).

- Các phương pháp xấp xỉ: thường dùng phương pháp độ tin cậy bậc nhất (First-Order Reliability Method-FORM) và phương pháp độ tin cậy bậc hai (Second Order Reliability Method-SORM). Do là một trong các phương pháp kinh điển để phân tích ĐTC nên đã rất

nhiều công trình đã công bố về nhóm phương pháp này, chi tiết xem trong [1, 2, 3, 4]. Về cơ bản, FORM gồm các bước chính: (i) IT từ \mathbf{X} sang \mathbf{U} ; (ii) tìm điểm thiết kế \mathbf{u}^* (Design Point-DP), là điểm XSHH có khả năng xảy ra lớn nhất; (iii) tính P_f theo khai triển Taylor bậc nhất. Việc tìm kiếm tọa độ của \mathbf{u}^* về thực chất là giải bài toán tối ưu hóa có ràng buộc sau:

$$\mathbf{u}^* = \arg \min \left\{ \|\mathbf{u}\| \mid g(\mathbf{x}(\mathbf{u}), \mathbf{d}_g) = G(\mathbf{u}, \mathbf{d}_g) = 0 \right\} \quad (4)$$

Từ công thức (4) xác định được \mathbf{u}^* , từ đó tính được chỉ số ĐTC Hasofer-Lind $\beta_{HL} = \alpha T \mathbf{u}^*$, với $\alpha = -\nabla_{\mathbf{u}} G(\mathbf{u}^*) / \|\nabla_{\mathbf{u}} G(\mathbf{u}^*)\|$ là vectơ gradient chuẩn hóa tại DP. Qua đó xác định được xác suất hư hỏng $P_{f,FORM} = \Phi(-\beta_{HL})$, $P_{f,FORM}$ còn được gọi là XSHH Hasofer-Lind $P_{f,HL}$.

Trong SORM, hàm TTGH được xấp xỉ theo chuỗi Taylor bậc 2 tại DP dưới dạng các mặt cong bậc hai trong không gian được chuẩn hóa. Có một số xấp xỉ thường được dùng như: xấp xỉ Breitung, nhận được XSHH $P_{f,Breitung}$ [7]; xấp xỉ Hohenbichler, nhận được XSHH $P_{f,Hohenbichler}$ [8]; xấp xỉ Tvedt, nhận được XSHH $P_{f,Tvedt}$ [9] cũng như các chỉ số ĐTC tương ứng...

- Các phương pháp mô phỏng:

+ Phương pháp Monte Carlo (MC): dựa trên kỹ thuật lấy mẫu MC. Do MC là một kỹ thuật lấy mẫu kinh điển nên đã có rất nhiều nghiên cứu về nó [1, 2, 3, 10]. Tóm tắt ngắn gọn kỹ thuật này như sau: nếu có tập N các mẫu thử độc lập $\{x_1, x_2, \dots, x_N\} \in \mathbf{X}$ thì có thể nhận được ước lượng của P_f như sau:

$$\hat{P}_{fMC}^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{\{g(\mathbf{x}_i, \mathbf{d}) \leq 0\}} \quad (5)$$

Trong công thức (5), hàm $I_{\{g(\mathbf{x}_i, \mathbf{d}) \leq 0\}}$ được gọi là hàm chỉ thị, nó bằng 1 khi $g(\mathbf{x}_i, \mathbf{d}) \leq 0$ và ngược lại. Theo luật số lớn, khi $N \rightarrow \infty$ thì $\hat{P}_{fMC}^N \rightarrow P_f$. Phương pháp MC trong không gian \mathbf{U} cũng tương tự.

Phương pháp này còn được gọi với một số tên khác như: lấy mẫu trực tiếp (Direct Sampling); MC thô (Crude Monte Carlo-CMC)... Dựa trên CMC, trong những năm gần đây xuất hiện nhiều phương pháp mô phỏng tiên tiến và hiệu quả hơn, tập trung vào chiến lược lấy mẫu để giải quyết một trong những tồn tại của MC là quan hệ giữa kích thước mẫu và sai số tính phương sai. Có thể kể đến các phương pháp mô phỏng như: lấy mẫu siêu khối Latinh (Latin Hypercube Sampling-LHS) [11]; lấy mẫu quan trọng (Importance Sampling-IS) [8]; lấy mẫu định hướng (Directional Sampling-DS) [12]; kết hợp FORM và IS (FORM-IS) [8]...

+ Lấy mẫu IS: Ý tưởng chính của IS là thay thế PPXS ban đầu của các biến đầu vào bằng một PPXS “hiệu quả” hơn. Hiệu quả hơn có nghĩa là có nhiều sự kiện/biến cố hơn được tính trong D_f , do đó giảm được phương sai của ước lượng của P_f . Gọi \mathbf{Y} là vectơ ngẫu nhiên sao cho hàm PPXS $f_Y(\mathbf{y}) > 0$ hầu như ở mọi điểm trong D_f . Khi đó dựa vào CMC viết lại P_f như sau:

$$P_f = \int_{\mathbf{X}} I_{\{g(\mathbf{x}, \mathbf{d}) \leq 0\}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{X}} I_{\{g(\mathbf{x}, \mathbf{d}) \leq 0\}} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})} f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (6)$$

Từ đó nhận được ước lượng của P_f theo IS như sau:

$$\hat{P}_{fIS}^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_{\{g(\mathbf{Y}_i, \mathbf{d}) \leq 0\}} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{Y}_i)}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}_i)} \quad (7)$$

Trong công thức (6), N là tổng số mẫu, các vectơ ngẫu nhiên $\{\mathbf{Y}_i, i=1, N\}$ là độc lập, có phân phối giống nhau và tuân theo hàm mật độ xác suất $f_{\mathbf{Y}}$. Chi tiết xem trong [8].

+ Lấy mẫu DS : là kỹ thuật lấy mẫu “tăng tốc”, DS cũng dùng IT để biến đổi \mathbf{X} từ không gian X sang U trong không gian U . Trong mỗi lần mô phỏng DS sẽ thực hiện theo 3 bước để xác định được hướng mô phỏng mới và sau mô phỏng tính được ước lượng của P_f là P_{fDS} . Chi tiết xem trong [12].

+ Phương pháp kết hợp FORM-IS: đầu tiên dùng FORM để xác định DP, từ DP dùng IS để mô phỏng, FORM-IS kết hợp được các ưu điểm của hai nhóm xấp xỉ và mô phỏng và được coi là một phương pháp có hiệu quả để phân tích ĐTC [12].

3. PHÂN TÍCH ĐỘ NHẠY CỦA ĐỘ TIN CẬY KẾT CẤU

Như chúng ta đã biết, đầu ra của các mô hình thường bị ảnh hưởng rất nhiều các BNN đầu vào. Các BNN đầu vào thường được ước lượng từ một số ít các số liệu thống kê hoặc từ kinh nghiệm nên rất khó chính xác. Vấn đề đặt ra là cần đánh giá ảnh hưởng của từng BNN đầu vào ảnh hưởng đến đầu ra của mô hình, dựa vào đó để hiệu chỉnh tìm ra bộ thông số tối ưu nhằm nâng cao hiệu quả của mô hình. Phân tích độ nhạy (Sensitivity Analysis - SA) là một công cụ khảo sát, chỉ ra các thông số quan trọng (nhạy) và các thông số không quan trọng (trơ) trong một mô hình, đồng thời chỉ ra hướng hoàn thiện cấu trúc mô hình.

Phân tích độ nhạy (SA) là một vấn đề lớn trong phân tích ĐTC kết cấu. Hiện nay SA thường được chia thành hai nhóm [2, 4]: (i) nhóm các phương pháp tổng quát (Global Sensitivity Analysis-GSA) dựa vào phân phối (các momen) của đầu ra như: Sobol', Borgonovo, Cramér-von Mises...; (ii) nhóm các phương pháp liên quan đến ĐTC (Reliability-Oriented Sensitivity Analysis-ROSA) như: Xiao, Ling, Contract, Madsen... Trong nghiên cứu này chỉ tập trung vào độ nhạy Sobol' trong GSA và một số độ nhạy trong ROSA dựa trên các kết quả của phương pháp xấp xỉ FORM/SORM.

3.1. Chỉ số độ nhạy Sobol' trong nhóm GSA

Phương pháp phân tích độ nhạy Sobol' dựa trên kỹ thuật phân tích phương sai (Analysis Of Variance - ANOVA), phân tích phương sai đầu ra của mô hình thành tổng của các phương sai của các BNN đầu vào theo bậc tăng dần. Phương pháp này đã được trình bày trong nhiều công trình nghiên cứu và đã được trình bày trong [13]. Sử dụng các kết quả nghiên cứu trong [13], sẽ tính được các chỉ số độ nhạy Sobol' bậc một S_i , bậc hai S_{ij} và chỉ số tác động tổng cộng S_i^T của hàm TTGH $g(\mathbf{x}, \mathbf{d}_g)$ theo các BNN \mathbf{X} .

3.2. Các hệ số quan trọng trong nhóm ROSA

- Các hệ số quan trọng (Importance Factors-IF) theo FORM/SORM [4, 12]: Các hệ số này cung cấp một cách để đánh giá tầm quan trọng của các BNN đến XSHH đang xem xét. Hệ số quan trọng α_i^2 của BNN X_i được định nghĩa trong công thức (8), với \mathbf{u}^* là DP nhận được trong FORM. BNN có IF lớn nhất có tầm quan trọng nhất với XSHH đang xem xét. Các

BNN có IF rất nhỏ (~ 0) sẽ ít hoặc không ảnh hưởng đến XSHH và có thể coi như các biến tắt định trong các phân tích XSHH tiếp theo [4].

$$\alpha_i^2 = \frac{(u_i^*)^2}{\|\mathbf{u}^*\|^2} = \frac{(u_i^*)^2}{\beta_{HL}^2}; \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (8)$$

- Hệ số độ nhạy để lược bỏ (Omission Sensitivity Factor-OSF) [13]: hệ số này do Madsen đề xuất và còn được gọi là các hệ số Madsen, được tính như tỷ số giữa chỉ số ĐTC có điều kiện $\beta/X_i = \mu_{X_i}$ và β theo công thức:

$$O_i = \frac{\beta |X_i = \mu_{X_i}}{\beta} \quad (9)$$

Các O_i luôn ≥ 1 , BNN có O_i lớn nhất có tầm quan trọng nhất với XSHH đang xem xét. Các BNN có $O_i \sim 1$, sẽ ít hoặc không ảnh hưởng đến XSHH và có thể coi như các biến tắt định trong các phân tích XSHH tiếp theo.

- Hệ số độ nhạy đối với chỉ số ĐTC Hasofer-Lind [4, 12]: nếu gọi $\boldsymbol{\theta}$ là vector chứa các thông số của phân phối của \mathbf{X} thì hệ số này được định nghĩa như đạo hàm riêng bậc nhất của chỉ số ĐTC Hasofer-Lind β_{HL} với $\boldsymbol{\theta}$ và được tính như sau:

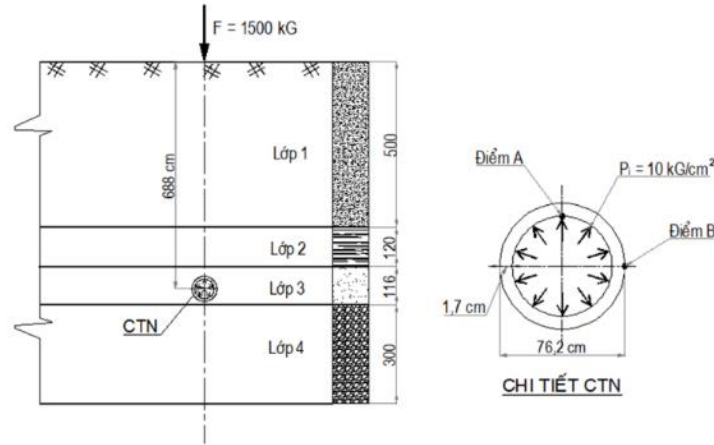
$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \beta_{HL} = \frac{1}{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}} G(\mathbf{U}_{\boldsymbol{\theta}}^*, \mathbf{d})\|} \nabla_{\mathbf{u}} (\mathbf{G}(\mathbf{U}_{\boldsymbol{\theta}}^*, \mathbf{d})) \quad (10)$$

Tương tự, cũng thiết lập được đạo hàm riêng bậc nhất của XSHH với $\boldsymbol{\theta}$. Do là đạo hàm riêng bậc nhất của chỉ số ĐTC và XSHH theo các tham số của phân phối của các BNN nên các hệ số độ nhạy này cho thấy chiều biến thiên và tốc độ thay đổi của chỉ số ĐTC và XSHH với các tham số này.

4. PHÂN TÍCH ĐỘ NHẠY KHI TÍNH TOÁN ĐỘ TIN CẬY CHO MỘT CTN

4.1. Thiết lập hàm TTGH và lựa chọn phân phối xác suất của các BNN

Trong [14], đã trình bày phương pháp mặt đáp ứng (RSM) để tính toán mặt đáp ứng của ứng suất ở thớ biên trong cùng tại điểm A σ_{innerA} của một CTN như trong hình 1. CTN bằng thép dạng ống tròn dùng vận chuyển gas đặt trong nền gồm 4 lớp, chịu một tải trọng tập trung $F = 1500\text{kG}$ và một áp lực phân bố đều trong lòng ống $p = 10\text{kG/cm}^2$. CTN này có rất nhiều BNN đầu vào cần khảo sát như: đặc trưng của các lớp nền; đặc trưng vật liệu và kích thước CTN, các tải trọng tác dụng... Trong [14] đã chọn 7 BNN gồm: 4 BNN là đặc trưng của lớp đất nền số 3 (trọng lượng thể tích g , hệ số áp lực đất tĩnh k , modun đàn hồi E và hệ số Poisson ν); 1 BNN là kích thước của ống thép (chiều dày ống t); 2 BNN là tải trọng (tải trọng tập trung F và áp lực trong ống p). Mặt đáp ứng của σ_{innerA} là một hàm của 7 BNN (g, k, E, ν, t, F, p) như trong công thức (11), và sẽ được sử dụng để tính ĐTC và phân tích độ nhạy của ĐTC theo xác suất dựa trên các phương pháp đã trình bày ở trên như một ví dụ minh họa.



Hình 1. Mặt cắt ngang CTN trong nền đất [14].

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{innerA} = & 2212,80 + 11111,11g - 483,33k - 12,28E + 930,23v \\ & + 56,82t + 2,09F + 22,25p + 8,95Ev + 2,47Et - 0.002EF \\ & + 1176,47vt - 2,62vF + 0,0099E^2 - 8879v^2 - 416,80t^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Hàm TTGH cho bài toán đang xét như sau:

$$M = R - \sigma_{innerA} \quad (12)$$

Trong công thức (12) R là ứng suất chảy của thép, σ_{innerA} như trong công thức (11).

Trong nghiên cứu này các BNN được xem như độc lập, chưa xét tới tương quan giữa các BNN. Để xác định các tham số phân phối của các BNN (giá trị trung bình, phương sai, hệ số biến sai...) cần phải tiến hành thu thập và xử lý các số liệu thống kê thu được. Các tham số phân phối của các BNN trong bài này được lựa chọn dựa trên các kết quả nghiên cứu đã có và được trình bày trong bảng 1.

Bảng 1. Bảng đặc trưng xác suất của các BNN.

Biến ngẫu nhiên	Ký hiệu	Đơn vị	Loại phân phối	Giá trị TB μ	COV (%)	Phương sai σ
Trọng lượng thể tích	g	kG/cm ³	Gauss - N(μ, σ)	0,0022	10,0	0,00022
Hệ số áp lực đất tĩnh	k	-	Gauss - N(μ, σ)	0,35	10,0	0,035
Modun đàn hồi nền	E	kG/cm ²	Gauss - N(μ, σ)	250,0	10,0	25,0
Hệ số Poisson nền	v	-	Gauss - N(μ, σ)	0,3	10,0	0,03
Chiều dày ống	t	cm	Gauss - N(μ, σ)	1,70	5,0	0,85
Tải trọng tập trung	F	kG	Gauss - N(μ, σ)	1500	5,0	75,0
Áp lực trong ống	p	kG/cm ²	Gauss - N(μ, σ)	10,0	5,0	0,5
Ứng suất chảy của thép	R	kG/cm ²	Gauss - N(μ, σ)	2350	3,0	70,5

4.2. Phân tích ĐTC của CTN với thông số của các BNN đã cho

Để phân tích ĐTC và độ nhạy đã sử dụng phần mềm lập bảng ngôn ngữ lập trình Python. Thực hiện tính toán với cùng các thông số kiểm soát trong các phương pháp tính ĐTC, nhận được các giá trị XSHH, chỉ số ĐTC và các thông số như trong bảng 2.

Bảng 2. Bảng kết quả tính XSHH và chỉ số ĐTC với các thông số đã cho.

Phương pháp tính ĐTC		Xác suất hư hỏng P_f	Hệ số biến sai CoV	Chỉ số ĐTC β	Khoảng tin cậy 95%		
					Cận dưới	Cận trên	
Mô phỏng	MC	0,000685	0,022046	3,2009	0,000656	0,000715	
	DS	0,000668	0,009999	3,2081	0,000655	0,000681	
Xấp xỉ	FORM	HF	0,000779	-	3,1637	-	
	SORM	Breitung	0,000681	-	3,2026	-	
		Honhenbichler	0,000674	-	3,2056	-	
		Tvedt	0,000672	-	3,2064	-	
Kết hợp		HF-IS	0,000667	0,009999	3,2086	0,000654	0,000680

Qua kết quả nhận được ở bảng 2 nhận thấy nhóm phương pháp mô phỏng (MC, DS) và phương pháp kết hợp (HF-IS) cho XSHH khá gần nhau. Trong nhóm các phương pháp xấp xỉ, FORM (HF) cho XSHH lớn nhất; các phương pháp SORM cho XSHH khá gần với nhau và gần với các phương pháp mô phỏng MC, DS, HF-IS. Các phương pháp mô phỏng MC, DS và HF-IS còn cho một giá trị quan trọng là CoV của XSHH với khoảng tin cậy 95% khá tốt. Có thể nhận thấy phương pháp kết hợp (HF-IS) tỏ ra tin cậy vì XSHH có CoV nhỏ nhất, cận trên và cận dưới của khoảng tin cậy 95% khá gần nhau. Nếu xét thêm thời gian phân tích thì số lần gọi hàm TTGH của MC, DS, HF và HF-IS lần lượt là 3.000.000; 7.698.334; 375 và 37.799. Qua đó cũng cho thấy các ưu điểm của phương pháp HF-IS về thời gian tính toán.

4.3. Phân tích độ nhạy của ĐTC nhận được

Sau khi tính toán cũng nhận được các chỉ số độ nhạy theo GSA (Sobol') và các chỉ số quan trọng IF theo ROSA như trình bày trong bảng 3. Từ kết quả trình bày trong bảng 3 nhận thấy trong bài toán ĐTC đang xét có 4 BNN ít hoặc không ảnh hưởng đến XSHH (do có $IF < 0,05$) là k , g , t và p . BNN có ảnh hưởng nhất là v và lần lượt là E , R và F .

Bảng 3. Bảng kết quả tính chỉ số độ nhạy Sobol' và các hệ số quan trọng IF.

BNN	Theo GSA (Sobol)		Theo ROSA				Đánh giá chỉ số quan trọng IF
	Bậc 1	Tổng cộng	MC	DS	FORM (SORM)	Hệ số O_i	
R	0,1181	0,1701	0,1034	0,1199	0,1129	1,0129	**
E	0,2006	0,2399	0,3859	0,3616	0,3848	1,1739	***
k	-0,0256	0,0115	0,0041	0,0007	0,0065	1,0000	
g	-0,0378	-0,0005	0,0003	0,0001	0,0001	1,0000	
t	0,0136	0,0283	0,0478	0,0462	0,0453	1,0021	
F	0,0856	0,1155	0,1440	0,1393	0,1383	1,0195	*
p	-0,0349	0,0047	0,0043	0,0029	0,0028	1,0000	
v	0,4491	0,4803	0,3092	0,3227	0,3092	1,1057	***

Dựa vào công thức (10), tính được các độ nhạy của $P_{FORM-HF}$ và của β_{HF} đối với các thông số của các BNN đang xem xét trong hàm TTGH (do các BNN đều có phân phối Gauss nên các thông số phân phối là kỳ vọng toán μ và phương sai σ của các BNN) trên biên nhận được như trong bảng 4 và bảng 5.

Bảng 4. Độ nhạy của $P_{FORM-HF}$ theo μ và σ .

BNN	theo μ	theo σ
R	-0,00001	0,00001
E	-0,00007	0,00013
k	-0,00616	0,00157
g	0,14165	0,00522
t	-0,00670	0,00451
F	0,00001	0,00002
p	0,00028	0,00005
v	-0,04959	0,08725

Bảng 5. Độ nhạy của β_{HF} theo μ và σ .

BNN	theo μ	theo σ
R	0,00477	-0,00506
E	0,02482	-0,04871
k	2,30314	-0,58737
g	-52,94610	-1,95116
t	2,50384	-1,68591
F	-0,00496	-0,00583
p	-0,10603	-0,01778
v	18,53670	-32,61290

Qua kết quả tính toán nhận được, xem xét độ nhạy của các thông số phân phối của E và v (hai BNN có ảnh hưởng lớn đến XSSH như đã trình bày ở trên) đối với $P_{FORM-HF}$ và β_{HF} . Nhận thấy khi μ_E tăng thì $P_{FORM-HF}$ giảm và ngược lại; khi μ_v tăng thì $P_{FORM-HF}$ giảm và ngược lại. Khi σ_E tăng thì $P_{FORM-HF}$ tăng và ngược lại; khi σ_v tăng thì $P_{FORM-HF}$ tăng và ngược lại. Trong hai BNN đang xét, v có độ nhạy cao hơn E đối với XSSH và chỉ số ĐTC.

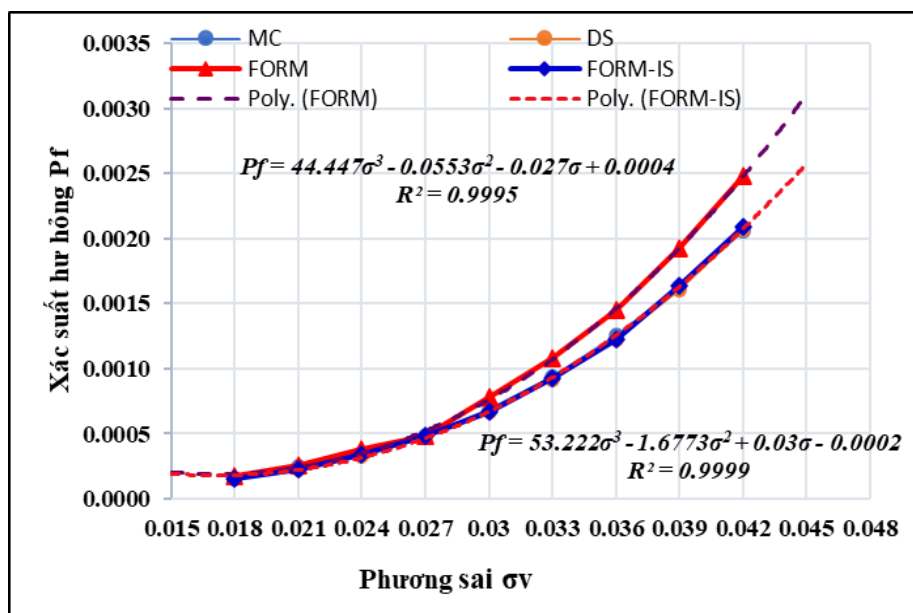
Từ phân tích trên, đã tiến hành khảo sát ảnh hưởng của σ_v đến P_f và β khi μ_v và các thông số phân phối của các BNN khác không đổi. Giá trị σ_v được xem như thay đổi đều trong [0,018; 0,042] (nghĩa là CoV của v thay đổi đều trong khoảng [6%; 14%]). Kết quả nhận được P_f và β với các phương pháp MC, DS, FORM và FORM-IS như trong bảng 6. Từ bảng 6 nhận thấy P_f giảm (β tăng) khi σ_v giảm và ngược lại. Sự thay đổi của P_f là khá lớn trong [0,000152; 0,002061].

Bảng 6. Kết quả tính XSSH P_f và chỉ số ĐTC β theo các phương pháp khi thay đổi σ_v .

σ_v	MC		DS		FORM		FORM-IS	
	P_f	β	P_f	β	P_f	β	P_f	β
0,018	0,000152	3,6119	0,000154	3,6086	0,000172	3,5804	0,000153	3,6099
0,021	0,000247	3,4840	0,000227	3,5065	0,000256	3,4744	0,000229	3,5042
0,024	0,000349	3,3904	0,000332	3,4040	0,000379	3,3677	0,000339	3,3983
0,027	0,000486	3,2985	0,000477	3,3038	0,000486	3,2985	0,000483	3,3002
0,003	0,000685	3,2009	0,000668	3,2081	0,000779	3,1637	0,000667	3,2086
0,033	0,000939	3,1089	0,000913	3,1171	0,001077	3,0682	0,000930	3,1117
0,036	0,001251	3,0231	0,001222	3,0302	0,001455	2,9771	0,001226	3,0293
0,039	0,001630	2,9420	0,001604	2,9470	0,001922	2,8908	0,001632	2,9417
0,042	0,002061	2,8686	0,002065	2,8681	0,002485	2,8090	0,002087	2,8646

Các kết quả trong bảng 6 về độ nhạy của σ_v đến P_f được thể hiện trên hình 2. Từ đó có thể xấp xỉ tìm được hàm của P_f theo σ_v từ phương pháp FORM với $R^2=0,9995$ và từ phương pháp FORM-IS với $R^2=0,9999$. Các kết quả nhận được phù hợp với các phân tích ở trên.

Qua hình 2 cũng có thể nhận thấy khi XSSH P_f nhận được từ các phương pháp khá gần nhau khi $P_f < 5.10^{-4}$ và sự sai lệch giữa các phương pháp càng lớn khi XSSH $P_f > 5.10^{-4}$. Kết quả này cũng phù hợp với các nghiên cứu đã công bố [1, 2, 3].



Hình 2. Quan hệ giữa P_f và σ_v .

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã phân tích các phương pháp tính ĐTC theo xác suất, hệ số quan trọng (IF) hệ số độ nhạy (SI) và các vấn đề liên quan đến việc tính ảnh hưởng của độ nhạy của các BNN đến ĐTC kết cấu. Đã tiến hành phân tích ĐTC theo TTGH cường độ của một CTN như một minh chứng. Từ kết quả nghiên cứu có thể rút ra một số nhận xét sau đây:

- Về lựa chọn phương pháp phân tích ĐTC kết cấu: Hiện nay có nhiều phương pháp để phân tích ĐTC kết cấu, khi lựa chọn phương pháp cần chú ý đến: số chiều, tính phi tuyến của hàm TTGH, giá trị khoảng XSSH sẽ nhận được và thời gian tính toán. Cụ thể đề nghị như sau: (i) trong mọi trường hợp, các phương pháp mô phỏng (MC, IS, DS) nên được lựa chọn đầu tiên bởi vì các phương pháp này cho phép nhận được hệ số biến sai và khoảng tin cậy của XSSH; (ii) khi hàm TTGH là tuyến tính, các BNN có phân phối chuẩn và số BNN ít (thường dưới 3 BNN), nên sử dụng phương pháp chính xác; (iii) khi hàm TTGH là tuyến tính hoặc phi tuyến yếu, XSSH nhỏ ($p < 5 \times 10^{-4}$) có thể sử dụng các phương pháp xấp xỉ (FORM và SORM); (iv) khi hàm TTGH là phi tuyến mạnh, có số chiều lớn nên sử dụng phương pháp kết hợp FORM-IS vì phương pháp này kết hợp được các mặt mạnh của cả phương pháp xấp xỉ và phương pháp mô phỏng.

- Hệ số quan trọng (IF) và chỉ số độ nhạy (SI) đóng vai trò quan trọng trong phân tích ĐTC kết cấu. Hệ số quan trọng và chỉ số độ nhạy cho thấy ảnh hưởng của các BNN đang xem xét tới XSSH và chỉ số ĐTC kết cấu. Dựa trên các giá trị này có thể đưa một số BNN không hoặc ít ảnh hưởng thành các biến tất định để tập trung tiềm lực vào các BNN còn lại, nhằm giảm số chiều của bài toán; dành công sức và chi phí vào việc khảo sát, xử lý các thông số phân phối xác suất của các BNN có ảnh hưởng mạnh. Việc nghiên cứu độ nhạy của các thông số phân phối tới XSSH và chỉ số ĐTC đem lại nhiều lợi ích, đặc biệt khi lựa chọn loại vật liệu và kích thước kết cấu trong các bài toán thiết kế theo độ tin cậy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. R. V. Grandhi, L. Wang, Structural Reliability Analysis and Optimization: Use of Approximations, NASA/Contractor Report-1999-209154, Wright State University (1999).
- [2]. H. O. Madsen, S. Krenk, N. C. Lind, Methods of Structural Safety, Prentice Hall, 1986.
- [3]. E. Borgonovo, A new uncertainty importance measure, Reliab. Eng. Syst. Saf., 92 (2007) 771-784. <https://doi.org/10.1016/j.res.2006.04.015>
- [4]. R. Lebrun, A. Dufloy, Do Rosenblatt and Nataf isoprobabilistic transformations really differ?, Prob. Eng. Mech., 24 (2009) 577-584. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2009.04.006>
- [5]. M. Rosenblatt, Remarks on a multivariate transformation, The Ann. Math. Stat., 23 (1952) 470-472. <https://projecteuclid.org/euclid.aoms/1177729394>
- [6]. K. Breitung, Asymptotic approximations for multinormal integrals, J. Eng. Mech., 110 (1984) 357-367. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1984\)110:3\(357\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:3(357))
- [7]. M. Hohenbichler, R. Rackwitz, Improvement of second order reliability estimates by importance sampling, J. of Eng. Mech., 114 (1988) 2195-2199. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:12\(2195\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:12(2195))
- [8]. L. Tvedt, Second order reliability by an exact integral, Proc. of the IFIP Working Conf. Reliability and Optimization of Structural Systems, 48 (1988) 377-384. https://doi.org/10.1007/978-3-642-83828-6_26
- [9]. R.Y. Rubinstein, D. P. Kroese, Simulation and The Monte-Carlo methods, Third Ed., John Wiley & Sons, 2016.
- [10]. J. C. Helton, F.J. Davis, Latin Hypercube Sampling and the Propagation of Uncertainty in Analyses of Complex Systems, Reliability Engineering & System Safety, 81 (2003) 23-69. [https://doi.org/10.1016/S0951-8320\(03\)00058-9](https://doi.org/10.1016/S0951-8320(03)00058-9)
- [11]. P. Bjerager, Probability integration by Directional Simulation, J. Struct. Eng., 114 (1988) 1285-1302. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:8\(1285\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:8(1285))
- [12]. H. O. Madsen, Omission Sensitivity Factors, Structural Safety, 5 (1988) 35-45. [https://doi.org/10.1016/0167-4730\(88\)90004-5](https://doi.org/10.1016/0167-4730(88)90004-5)
- [13]. Bùi Đức Chính, Phân tích độ nhạy của các thông số ảnh hưởng đến thời gian bắt đầu ăn mòn cốt thép do thấm nhập clo, Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải, số đặc biệt (2018) 3-11.
- [14]. Bùi Đức Chính, Mô hình hóa kết cấu bằng phương pháp mặt đáp ứng-Một nghiên cứu áp dụng cho công trình ngầm, Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải, 70 (2019) 236-251. <https://doi.org/10.25073/tcsj.70.4.1>