



DETERMINATION OF EFFECTIVE ANISOTROPIC THERMAL CONDUCTIVITY OF LAMINATED COMPOSITE WITH PERFECT INTERFACES

Nguyen Dinh Hai^{1,3}, Tran Anh Tuan^{2,3}

¹Section of Building Materials, University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

²Section of Bridge and Tunnel Engineering, University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

³Research and application center for technology in civil engineering (RACE) - University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 8/1/2020

Revised: 25/3/2020

Accepted: 28/3/2020

Published online: 24/4/2020

<https://doi.org/10.25073/tcsj.71.3.5>

* *Corresponding author*

Email: nguyendinhhai.1986@utc.edu.vn

Abstract. The objective of this investigation is to determine the effective thermal conductivity for layered composite where the layers are assumed to be perfectly bonded together and smooth in the case of anisotropic thermal conduction. Under these two assumptions, the temperature and the normal component of the heat flux vector are continuous across the interfaces. The key to finding the effective thermal conductivity tensors of laminate materials is to look for solutions to the field equations where the fields vary only in the lamination direction. The analytical results obtained for the effective thermal conductivity tensors are compared with results given by finite element method by using Comsol Multiphysic Software and Voigt – Reuss Bounds.

Keywords: Homogenization, laminated material, thermal conductivity, perfect interface, anisotropic thermal conduction.

© 2020 University of Transport and Communications



XÁC ĐỊNH TÍNH DẪN NHIỆT BẤT ĐẲNG HƯỚNG CÓ HIỆU CỦA VẬT LIỆU XẾP LỚP VỚI MẶT PHÂN GIỚI HOÀN HẢO

Nguyễn Đình Hải^{1,3}, Trần Anh Tuấn^{2,3}

¹Bộ môn Vật liệu xây dựng, Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

²Bộ môn Cầu hầm, Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

³Trung tâm nghiên cứu và ứng dụng công nghệ trong xây dựng (RACE), Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 8/1/2020

Ngày nhận bài sửa: 25/3/2020

Ngày chấp nhận đăng: 28/3/2020

Ngày xuất bản Online: 24/4/2020

<https://doi.org/10.25073/tcsj.71.3.5>

* Tác giả liên hệ

Email: nguyendinhhai.1986@utc.edu.vn

Tóm tắt. Nghiên cứu này được thực hiện để xác định tính chất dẫn nhiệt có hiệu của vật liệu dẫn nhiệt xếp lớp khi các lớp được giả sử là có mặt phân giới nhẵn và hoàn hảo trong trường hợp các vật liệu thành phần là dẫn nhiệt bất đẳng hướng. Hai giả thuyết đó cho thấy thành phần pháp tuyến của vector dòng nhiệt và trường nhiệt độ là liên tục khi đi qua mặt phân giới giữa các lớp vật liệu. Để xác định được tensor dẫn nhiệt có hiệu của loại composite này thì ta cần phải xác định nghiệm các trường và biết rằng nó chỉ thay đổi theo phương xếp lớp. Nghiệm giải tích của bài toán sẽ được so sánh với các kết quả mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn thực hiện bằng phần mềm Comsol Multiphysic và với các giới hạn Voigt - Reuss.

Từ khóa: Đồng nhất hoá, vật liệu đa lớp, dẫn nhiệt, mặt phân giới hoàn hảo, dẫn nhiệt bất đẳng hướng.

© 2020 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Vật liệu xếp lớp bản chất là vật liệu nhiều thành phần được bố trí trong không gian theo dạng xếp lớp [1, 2]. Do có cấu tạo từ nhiều lớp vật liệu khác nhau nên vật liệu xếp lớp có được ưu điểm từ các vật liệu thành phần đồng thời hạn chế được nhược điểm của chúng nhờ

sự tác động tương hỗ giữa các lớp vật liệu khi tham gia làm việc trong một hệ thống nhất. Điều này lý giải tại sao chúng được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khoa học kỹ thuật như điện tử, cơ khí, xây dựng [3, 7 - 9] ...

Trong các ngành kỹ thuật ứng dụng người ta coi vật liệu xếp lớp là vật liệu đồng nhất và chỉ quan tâm đến các tính chất tổng thể (tính chất có hiệu) của nó. Tính chất tổng thể này phụ thuộc chặt chẽ vào các đặc tính của từng vật liệu thành phần. Tính chất có hiệu của vật liệu đa lớp có thể được xác định bằng nhiều phương pháp như thí nghiệm, giải tích, mô phỏng ..., trong đó phương pháp đồng nhất hoá có nội dung cơ bản là sử dụng các tính chất, tỷ lệ thể tích và phân bố của các vật liệu thành phần làm dữ liệu đầu vào cho các mô hình giải tích, thực hiện các phép biến đổi toán cơ để thu được tính chất tổng thể của vật liệu đa lớp [1 - 5], khác với các phương pháp cổ điển trước đây [9] chỉ xét trường hợp đơn giản nhất là vật liệu thành phần có tính dẫn nhiệt đẳng hướng thì đồng nhất hoá vật liệu cho phép xác định tính chất có hiệu của vật liệu dẫn nhiệt trong trường hợp tổng quát nhất khi vật liệu có ứng xử dẫn nhiệt là bất đẳng hướng [11, 12]. Đây cũng chính là phương pháp mà nhóm tác giả sử dụng trong nghiên cứu này để tính toán đặc tính truyền nhiệt của vật liệu đa lớp.

Bài báo này được kết cấu thành bốn phần, trong đó phần 2 dùng để xây dựng các phương trình giải tích cho bài toán đồng nhất hoá tính dẫn nhiệt của vật liệu đa lớp. Để chứng minh tính hiệu quả của phương pháp này, một số ví dụ áp dụng và so sánh với phương pháp mô phỏng bằng phần tử hữu hạn [6] và các biên Voigt – Reuss [3 - 5, 13] sẽ được trình bày trong phần 3. Cuối cùng, phần 4 dành để đưa ra một số kết luận và kiến nghị.

2. MÔ TẢ BÀI TOÁN NHIỆT – VẬT LIỆU XẾP LỚP

2.1. Bài toán nhiệt cục bộ

Xét một vật liệu composite Ω bao gồm ba tấm $\Omega^{(1)}$, $\Omega^{(2)}$, $\Omega^{(3)}$ xếp chồng lên nhau thứ tự từ trên xuống dưới theo trục x_3 , chiều dày của 3 lớp lần lượt là h_1 , h_2 , h_3 ; chiều dài và rộng của ba tấm bằng nhau và có giá trị lần lượt là b , a (xem Hình 1).

Phương trình truyền nhiệt trong cả ba lớp của vật liệu thì được miêu tả bởi định luật Fourier [4, 5]:

$$\mathbf{q}^{(i)} = -\mathbf{K}^{(i)} \nabla \theta^{(i)} \quad (1)$$

Trong đó $\mathbf{q}^{(i)}$, $\mathbf{K}^{(i)}$ và $\theta^{(i)}$ lần lượt là vector dòng nhiệt, tensor hệ số dẫn nhiệt và nhiệt độ trong tấm i với $i = 1, 2, 3$. Tensor $\mathbf{K}^{(i)}$ là đối xứng và được định nghĩa là một tensor dương

bậc hai $\mathbf{K}^{(i)} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(i)} & K_{12}^{(i)} & K_{13}^{(i)} \\ K_{21}^{(i)} & K_{22}^{(i)} & K_{23}^{(i)} \\ K_{31}^{(i)} & K_{31}^{(i)} & K_{33}^{(i)} \end{bmatrix}$, vector mật độ nhiệt được định nghĩa:

$$\mathbf{e}^{(i)} = -\nabla \theta^{(i)} \quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta được

$$\mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{K}^{(i)} \mathbf{e}^{(i)} \quad (3)$$

Vector dòng nhiệt $\mathbf{q}^{(i)}$ phải thoả mãn phương trình cân bằng năng lượng:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^{(i)} + P = \rho_c^{(i)} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4)$$

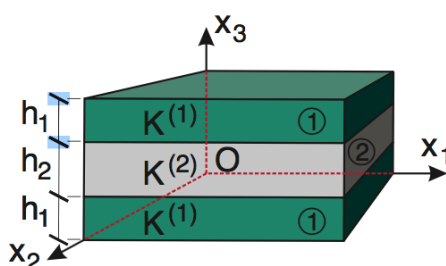
với $\rho_c^{(i)}$ là nhiệt dung riêng của vật liệu i có đơn vị là $J.K^{-1}.m^{-3}$ và P là nguồn nhiệt có đơn vị $W.m^{-3}$.

Gọi $\Gamma^{(1)}$ là mặt phân giới giữa tấm $\Omega^{(1)}$, $\Omega^{(2)}$, và $\Gamma^{(2)}$ là mặt phân giới giữa tấm $\Omega^{(2)}$, $\Omega^{(3)}$. Giả sử mặt phân giới $\Gamma^{(j)}$ (với $j = 1, 2$) là hoàn hảo thì trường nhiệt độ và thành phần pháp tuyến của vector dòng nhiệt phải liên tục khi đi qua nó:

$$[[\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}]] = \mathbf{0}, [[\theta]] = 0 \quad (5)$$

trong trường hợp này vector pháp tuyến đơn vị \mathbf{n} trùng với phương x_3 và được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$



Hình 1. Vật liệu đa lớp với mặt phân giới hoàn hảo.

Trong trường hợp đặc biệt ở trạng thái ổn định (nhiệt độ không đổi theo thời gian), không có nguồn phát nhiệt, phương trình bảo toàn năng lượng được viết lại như sau:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^{(i)} = 0 \quad (7)$$

với \cdot là tích có hướng của hai vector.

2.2. Đồng nhất hoá vật liệu dẫn nhiệt đa lớp – mặt phân giới hoàn hảo

Theo Milton [1] khi phương trình (7) thoả mãn sẽ dẫn đến

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{n} \cdot \langle \mathbf{q} \rangle \quad (8)$$

trong đó $\langle \mathbf{q} \rangle$ là trung bình theo thể tích của \mathbf{q} . Hai toán tử chiếu song song \mathbf{P}^{\parallel} và vuông góc \mathbf{P}^{\perp} [1, 2] được định nghĩa như sau

$$\mathbf{P}^{\perp} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \mathbf{P}^{\parallel} = \mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (9)$$

với \otimes là phép nhân tensor, \mathbf{I} là tensor đơn vị bậc 2. Thực hiện các phép chiếu song song và vuông góc được

$$\mathbf{P}^{\perp} \cdot \mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{P}^{\perp} \cdot \langle \mathbf{q} \rangle \quad (10)$$

$$\mathbf{P}^{\parallel} \cdot \mathbf{e}^{(i)} = \mathbf{P}^{\parallel} \cdot \langle \mathbf{e} \rangle \quad (11)$$

Khi phương xếp lớp $\mathbf{n} \equiv \mathbf{e}_3$ thay vào các phương trình (9 - 11) ta thấy các thành phần q_3, e_1, e_2 là không đổi. Phương trình (3) có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{bmatrix} q_1^{(i)} \\ q_2^{(i)} \\ q_3^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(i)} & K_{12}^{(i)} & K_{13}^{(i)} \\ K_{21}^{(i)} & K_{22}^{(i)} & K_{23}^{(i)} \\ K_{31}^{(i)} & K_{32}^{(i)} & K_{33}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^{(i)} \\ e_2^{(i)} \\ e_3^{(i)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ở cấp độ vĩ mô phương trình Fourier được khai triển với các thành phần vĩ mô ở dạng sau:

$$\begin{bmatrix} q_1^{(*)} \\ q_2^{(*)} \\ q_3^{(*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(*)} & K_{12}^{(*)} & K_{13}^{(*)} \\ K_{21}^{(*)} & K_{22}^{(*)} & K_{23}^{(*)} \\ K_{31}^{(*)} & K_{31}^{(*)} & K_{33}^{(*)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^{(*)} \\ e_2^{(*)} \\ e_3^{(*)} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Phương trình (12) và (13) có thể hiểu là một hệ phương trình 3 ẩn q_1, q_2, e_3 , ta tiến hành giải hai hệ phương trình này ta được:

$$\begin{bmatrix} q_1^{(i)} \\ q_2^{(i)} \\ e_3^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(i)} - \frac{K_{13}^{(i)}K_{31}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & K_{12}^{(i)} - \frac{K_{13}^{(i)}K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & \frac{K_{13}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \\ K_{21}^{(i)} - \frac{K_{31}^{(i)}K_{23}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & K_{22}^{(i)} - \frac{K_{23}^{(i)}K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & \frac{K_{23}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \\ -\frac{K_{31}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & -\frac{K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} & \frac{1}{K_{33}^{(i)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^{(i)} \\ e_2^{(i)} \\ q_3^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} q_1^{(*)} \\ q_2^{(*)} \\ e_3^{(*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(*)} - \frac{K_{13}^{(*)}K_{31}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & K_{12}^{(*)} - \frac{K_{13}^{(*)}K_{32}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & \frac{K_{13}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} \\ K_{21}^{(*)} - \frac{K_{31}^{(*)}K_{23}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & K_{22}^{(*)} - \frac{K_{23}^{(*)}K_{32}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & \frac{K_{23}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} \\ -\frac{K_{31}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & -\frac{K_{32}^{(*)}}{K_{33}^{(*)}} & \frac{1}{K_{33}^{(*)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^{(*)} \\ e_2^{(*)} \\ q_3^{(*)} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Do các thành phần q_3, e_1, e_2 là không đổi nên $\begin{bmatrix} e_1^{(i)} \\ e_2^{(i)} \\ q_3^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^{(*)} \\ e_2^{(*)} \\ q_3^{(*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$. Lấy trung bình hai vế

của phương trình (14) ta được

$$\begin{bmatrix} q_1^{(*)} \\ q_2^{(*)} \\ e_3^{(*)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle q_1^{(i)} \rangle \\ \langle q_2^{(i)} \rangle \\ \langle e_3^{(i)} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle K_{11}^{(i)} - \frac{K_{13}^{(i)}K_{31}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle K_{12}^{(i)} - \frac{K_{13}^{(i)}K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle \frac{K_{13}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle \\ \langle K_{21}^{(i)} - \frac{K_{31}^{(i)}K_{23}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle K_{22}^{(i)} - \frac{K_{23}^{(i)}K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle \frac{K_{23}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle \\ \langle -\frac{K_{31}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle -\frac{K_{32}^{(i)}}{K_{33}^{(i)}} \rangle & \langle \frac{1}{K_{33}^{(i)}} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ q_3 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Đồng nhất các phần tử của ma trận ở hai phương trình (15) và (16) ta nhận được tensor truyền nhiệt có hiệu với các thành phần như sau:

$$K_{33}^* = \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} \quad (17)$$

$$K_{22}^* = \langle K_{22} \rangle + \langle K_{23} K_{33}^{-1} \rangle^2 \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} - \langle K_{23}^2 K_{33}^{-1} \rangle \quad (18)$$

$$K_{11}^* = \langle K_{11} \rangle + \langle K_{13} K_{33}^{-1} \rangle^2 \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} - \langle K_{13}^2 K_{33}^{-1} \rangle \quad (19)$$

$$K_{12}^* = \langle K_{12} \rangle + \langle K_{13} K_{33}^{-1} \rangle \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} \langle K_{33}^{-1} K_{23} \rangle - \langle K_{13} K_{33}^{-1} K_{23} \rangle \quad (20)$$

$$K_{13}^* = \langle K_{13} K_{33}^{-1} \rangle \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} \quad (21)$$

$$K_{23}^* = \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} \langle K_{33}^{-1} K_{23} \rangle \quad (22)$$

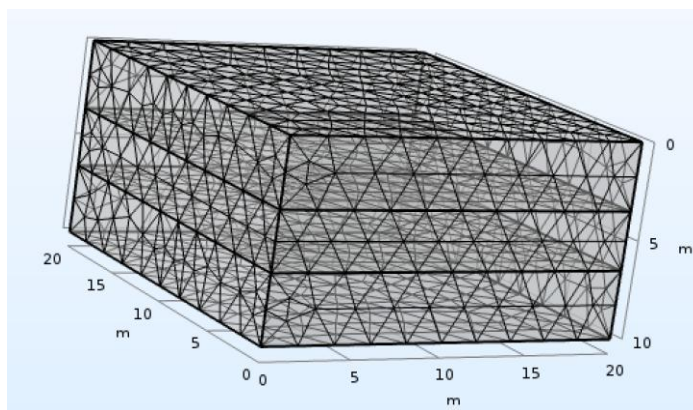
Trong trường hợp đặc biệt khi các vật liệu cấu thành nên Ω là đẳng hướng $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{k}^{(i)} \mathbf{1}$ thì các thành phần khác không của tensor dẫn nhiệt có hiệu được tính như công thức dưới đây:

$$\begin{cases} K_{33}^* = \langle K_{33}^{-1} \rangle^{-1} \\ K_{22}^* = \langle K_{22} \rangle \\ K_{11}^* = \langle K_{11} \rangle \end{cases} \quad (23)$$

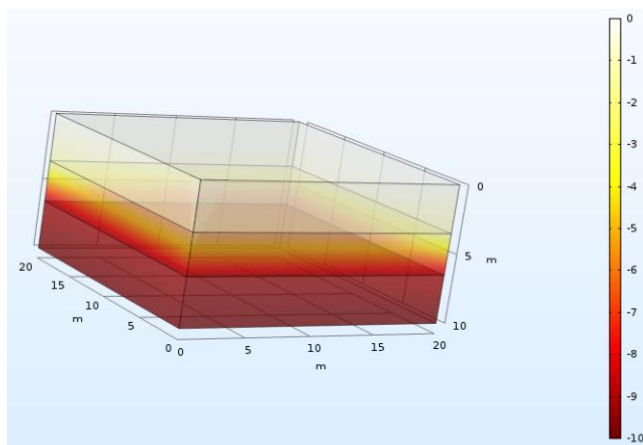
3. SO SÁNH KẾT QUẢ SỐ GIẢI TÍCH VÀ MÔ PHỎNG TRÊN COMSOL

Để mô tả các kết quả giải tích nhận được ở phần 2, trong phần này ta sẽ lấy các ví dụ áp dụng số cho trường hợp vật liệu cấu thành composite là đẳng hướng và bất đẳng hướng. Giả sử tổng chiều dày của vật liệu xếp lớp là $h = 10$ cm, lớp giữa có chiều dày h_2 biến đổi từ 1 đến 8cm và 2 lớp ngoài cùng có chiều dày như nhau $h_1 = h_3 = (h - h_2)/2$. Với tensor hệ số dẫn nhiệt của lớp 1 và 3 là như nhau nhưng lớp thứ hai khác với hai lớp kể trên.

Trong trường hợp vật liệu thành phần của composite là đẳng hướng, lớp 1 và 3 được cấu thành bởi vật liệu 1 có hệ số dẫn nhiệt $\mathbf{K}^{(1)} = \mathbf{K}^{(3)} = k_1 \mathbf{I}$, lớp 2 nằm ở giữa có hệ số dẫn nhiệt $\mathbf{K}^{(2)} = k_2 \mathbf{I}$ với $k_1 = 10$ và $k_2 = 1$. Thay các thông số của các vật liệu thành phần vào kết quả giải tích (23) cũng như đưa các thông số này vào phần mềm mô phỏng bằng phần tử hữu hạn Comsol Multiphysic [6] xem hình 2 và hình 3.

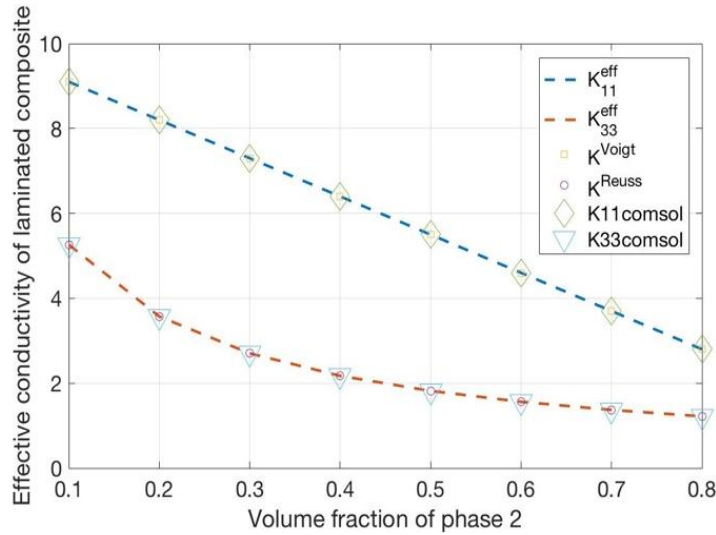


Hình 2. Rời rạc hoá kết cấu bằng phương pháp phần tử hữu hạn.



Hình 3. Kết quả tính toán bằng phần mềm Comsol Multiphysic.

Các kết quả ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến tính dẫn nhiệt có hiệu của vật liệu xếp lớp tính bằng phương pháp giải tích, Phần tử hữu hạn và các biên Voigt - Reus được trình bày trên biểu đồ hình 4 dưới đây:



Hình 4. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến tính chất dẫn nhiệt có hiệu của vật liệu xếp lớp.

Hệ số dẫn nhiệt có hiệu của vật liệu xếp lớp theo phương x_1, x_2 tỷ lệ nghịch tuyến tính với thể tích của pha 2, trong khi đó hệ số dẫn nhiệt có hiệu theo phương x_3 của vật liệu xếp lớp tỷ lệ nghịch phi tuyến với tỷ lệ thể tích của pha 2. Giá trị hệ số dẫn nhiệt theo phương 1 và 2 là trung bình theo thể tích của các hệ số dẫn nhiệt vật liệu thành phần (mắc song song), trong khi đó giá trị hệ số dẫn nhiệt theo phương 3 (phương xếp lớp) là trung bình nghịch đảo theo thể tích của các vật liệu thành phần, điều này chỉ ra rằng ứng xử truyền nhiệt có hiệu của vật liệu xếp lớp là bất đẳng hướng. Các kết quả thu được bằng phương pháp giải tích (đồng nhất hoá vật liệu xếp lớp) bám sát với kết quả mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn và các biên Voigt (K_{11} và K_{22}), Reuss (K_{33}).

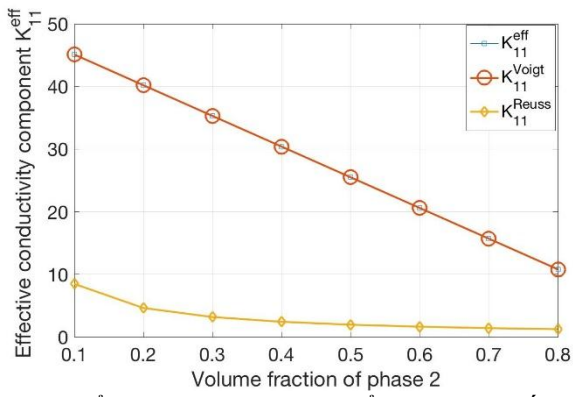
Trong trường hợp vật liệu có tính dẫn nhiệt bất đẳng hướng hai vật liệu của các lớp 1 và 3 được gán các giá trị số như sau

$$\mathbf{K}^{(1)} = \mathbf{K}^{(3)} = \begin{bmatrix} 50 & 40 & 30 \\ 40 & 60 & 20 \\ 30 & 20 & 70 \end{bmatrix} (w.m^{-1}.K^{-1}) \quad (18)$$

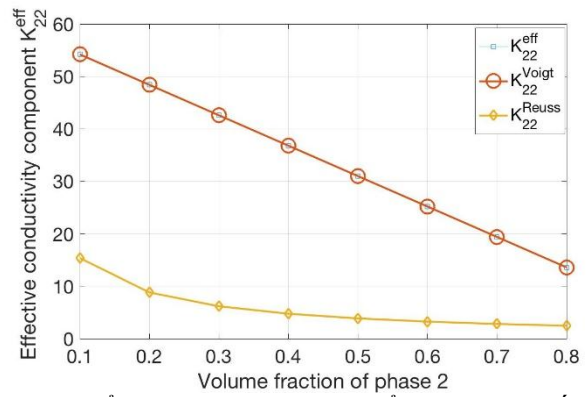
Vật liệu cấu thành nên lớp giữa có tensor hệ số dẫn nhiệt như sau

$$\mathbf{K}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} (w.m^{-1}.K^{-1}) \quad (19)$$

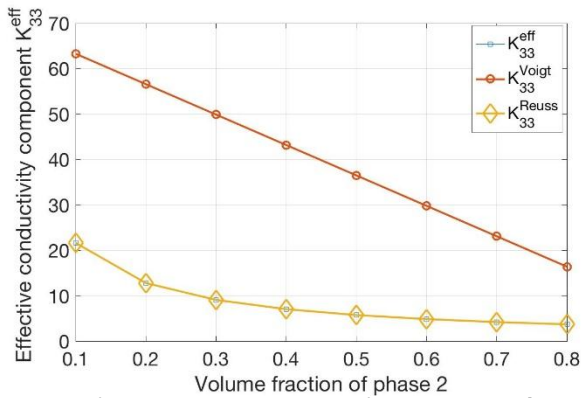
Các kết quả giải tích các hệ số của tensor dẫn nhiệt có hiệu của vật liệu tổng hợp được tính dựa và các công thức từ (17) đến (22) sẽ được so sánh với biên Voigt – Reuss thể hiện ở các biểu đồ hình từ 5 đến 10, biểu đồ hình 11 giới thiệu tổng hợp các giá trị từng phần tử của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu theo sự biến đổi của chiều dày lớp giữa.



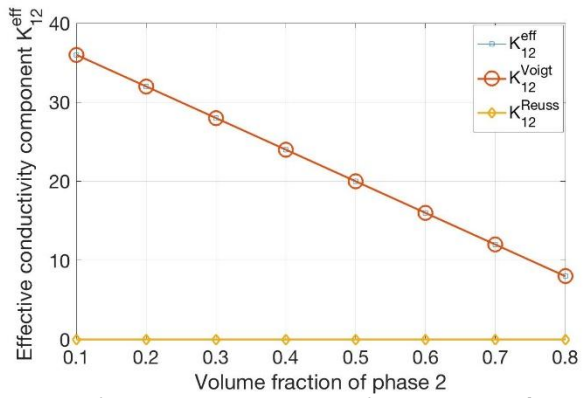
Hình 5. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{11} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



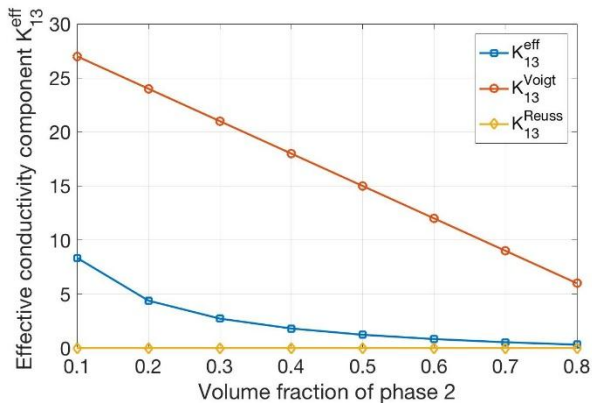
Hình 6. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{22} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



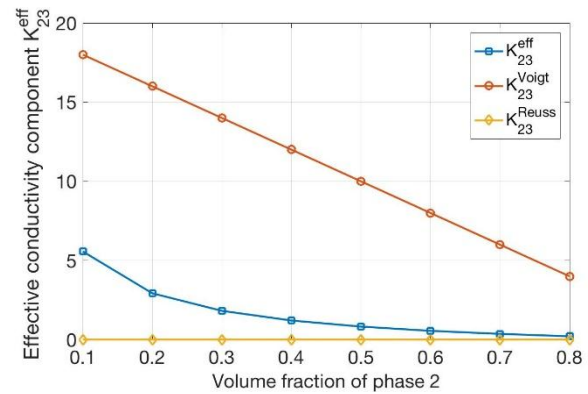
Hình 7. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{33} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



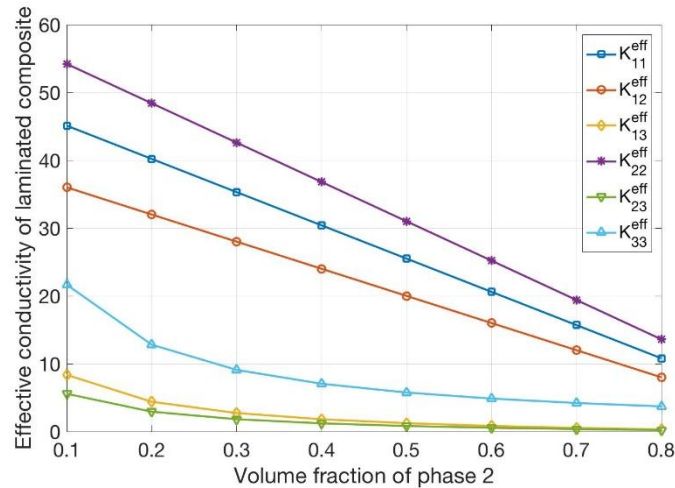
Hình 8. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{12} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



Hình 9. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{13} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



Hình 10. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 đến hệ số K_{23} của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.



Hình 11. Ảnh hưởng của tỷ lệ thể tích pha 2 các hệ số của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu.

Quan sát các biểu đồ từ hình 5 đến hình 10 ta thấy rằng các kết quả giải tích thu được bằng phương pháp giải tích đồng nhất hoá vật liệu của tensor hệ số dẫn nhiệt có hiệu hoàn toàn nằm trên giới hạn Voigt (K_{11} , K_{22} , K_{12}) hoặc Reuss (K_{33} , K_{13} , K_{23}) điều này có thể lý giải về tính chất mắc song song trong mặt phẳng x_1Ox_2 khi vật liệu xếp lớp theo phương x_3 và mắc nối tiếp theo phương xếp lớp.

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã trình bày phương pháp đồng nhất hoá vật liệu bằng giải tích đối với bài toán nhiệt cho vật liệu xếp lớp khi mặt phân giới giữa các lớp là hoàn hảo và vật liệu cấu thành có tính chất truyền nhiệt bất đẳng hướng, các kết quả thu được bằng phương pháp này đã được kiểm chứng bởi phương pháp phần tử hữu hạn cho trường hợp vật liệu đẳng hướng và so sánh với biên Voigt –Reuss khi vật liệu là bất đẳng hướng. Kết quả thu được có thể được áp dụng để dự báo tính dẫn nhiệt có hiệu của các vật liệu cách nhiệt được cấu tạo dạng xếp lớp dùng trong xây dựng công trình. Phương pháp đồng nhất hoá trình đã ở trình bày ở trên mới chỉ ứng dụng cho đặc tính dẫn nhiệt của vật liệu, tuy nhiên trong xây dựng thì kết cấu còn chịu các tác động cơ học do đó việc nghiên cứu tối ưu giữa tính dẫn nhiệt và khả năng chịu lực là một vấn đề cần giải quyết trong thời gian tới.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.02-2017.10

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. W. Milton, The theory of composite, Cambridge Monographs on applied and computational mathematics, Cambridge University Press, UK, 2004.
- [2]. D. H. Nguyen, A. T. Tran, Tính chất đàn hồi hiệu quả của vật liệu xếp lớp với mặt phân giới hoàn hảo. Tạp chí Khoa học Giao thông Vận tải, 70 (2019) 451-459. <https://doi.org/10.25073/tcsj.70.5.9>
- [3]. Q. C. He, Z.Q. Feng, Homogenization of layered elastoplastic composites: Theoretical results, Int. J. Non-linear Mech., 47 (2012) 367–376. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2011.09.018>.
- [4]. H. LeQuang, D.H. Nguyen, H.T. Le, Q.C. He, Determination of the effective conductive properties of composites with curved oscillating interfaces by a two-scale homogenization procedure,

- Computational Materials Science, 94 (2014) 150 – 162. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.03.014>.
- [5]. D.H. Nguyen, Analyse asymptotique, modélisation micromécanique et simulation numérique des interfaces courbées rugueuses dans des matériaux hétérogènes, PhD Thesis, Université Paris – Est, France, 2014. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01127312>.
- [6]. W. Pryor, Multiphysics Modeling Using Comsol: A First Principles Approach, John Bartlett publisher, UK, 2011.
- [7]. L. V. Gibiansky, S. Torquato, Matrix laminate composites: Realizable approximations for the effective moduli of piezoelectric dispersions, Journal of Materials Research, 1 (1999) 49–63. <https://doi.org/10.1557/JMR.1999.0010>.
- [8]. P. Kujala, A. Klanac, Steel sandwich panels in marine applications, Brodo Gradnja, 56 (2005) 305 – 314.
- [9]. A. N. Ede, A. Ogundiran, Thermal behaviour and admissible compressive strength of expanded polystyrene wall panels of varying thickness, Current Trends in Technology and Science, 3 (2014) 110-117. <http://eprints.covenantuniversity.edu.ng/id/eprint/7124>
- [10]. H. T. N. Hà, Tài liệu giảng dạy- Truyền nhiệt, sấy, Đại học Lạc Hồng, Thành phố Hồ Chí Minh, 2015.
- [11]. P. Jiang, X. Qian, X. Li, R. Yang, Three – dimensional Anisotropic Thermal Conductivity Tensor of Single Crystalline beta – Ga₂O₃, Applied physics letters, 113 (2018) 232105. <https://doi.org/10.1063/1.5054573>.
- [12]. K.P. Vemuri, F. M. Canbazoglu, P. R. Bandaru, Experimental verification of heat flux bending in multilayered thermal matmaterials, Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 9160 (2014) 916010. <https://doi.org/10.1117/12.2062157>
- [13]. BV. Trần, TK. Nguyễn, AT. Trần, ĐH. Nguyễn, Đồng nhất vật liệu nhiều thành phần - Ứng xử tuyến tính, Xuất bản lần 1, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2019.