Transport and Communications Science Journal

SYSTEM MODELLING USING THE RESPONSE SURFACE METHOD (RSM). A STUDY APPLIED TO THE UNDERGROUND WORK

Bui Duc Chinh[1]

[1]*University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam.*

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article
Received: 15/08/2019
Revised: 13/09/2019
Accepted: 14/09/2019
Published online: 16/12/2019
https://doi.org/10.25073/tcsj.70.4.11
* *Corresponding author*
Email: bdchinh@gmail.com; buiducchinh@utc.edu.vn; Tel: 0913525001

Abstract. This article introduces the results of research on system/structural modelling using the response surface method (RSM). The article has analysed the techniques in design of experiments (DoE), issues related to structural modelling using RSM, from which the proposed sequence of structural modelling by RSM. Based on the software, Design of Expert and TUNA, has conducted modelling a ground-underground system with the inputs change. The results received shows that RSM is a highly effective tool in structural modelling. The response surfaces found by the RSM is very convenient in the study of the uncertainty quantification (UQ) of systems/structures.

Keywords. system/structure, modelling, design of experiments (DoE), response surface method (RSM), Box-Behnken Experimental design (BBED), underground work.

© 2019 University of Transport and Communications

Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải

MÔ HÌNH HÓA KẾT CẤU BẰNG PHƯƠNG PHÁP MẶT ĐÁP ỨNG-MỘT NGHIÊN CỨU ÁP DỤNG CHO CÔNG TRÌNH NGẦM

Bùi Đức Chính[1]

[1]*Trường Đại học Giao thông vận tải, số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam*

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học
Ngày nhận bài: 15/08/2019
Ngày nhận bài sửa: 13/09/2019
Ngày chấp nhận đăng: 14/09/2019
Ngày xuất bản Online: 16/12/2019
https://doi.org/10.25073/tcsj.70.4.11
[*] *Tác giả liên hệ*
Email: bdchinh@gmail.com; buiducchinh@utc.edu.vn; Tel: 0913525001

Tóm tắt. Bài báo này giới thiệu những kết quả nghiên cứu về mô hình hóa hệ thống/kết cấu bằng phương pháp mặt đáp ứng (Response Surface Method - RSM). Bài báo đã phân tích các kỹ thuật trong thiết kế thí nghiệm (Design of Experiments - DoE), các vấn đề liên quan đến mô hình hóa kết cấu sử dụng RSM, từ đó đề xuất trình tự mô hình hóa kết cấu bằng RSM. Dựa trên các phần mềm, Design of Expert và TUNA, đã tiến hành mô hình hóa một công trình ngầm (CTN) với các yếu tố đầu vào thay đổi. Những kết quả nhận được cho thấy RSM là một công cụ có hiệu quả trong mô hình hóa kết cấu. Các mặt đáp ứng tìm được bằng RSM rất thuận lợi trong nghiên cứu lượng hóa độ không chắc chắn (Uncertainty Quantification - UQ) của hệ thống/kết cấu.

Từ khóa: hệ thống/kết cấu, mô hình hóa, thiết kế thí nghiệm, phương pháp mặt đáp ứng, thiết kế thí nghiệm Box-Behnken, công trình ngầm.

© 2019 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Như đã biết, một hệ thống/kết cấu là một tập hợp nhiều thành phần, giữa chúng có mối liên hệ và tương tác lẫn nhau. Việc nghiên cứu/thí nghiệm trên hệ thống/kết cấu thực thường gặp nhiều khó khăn, tốm kém và thậm chí có thể gây hư hỏng hệ thống/kết cấu. Chính vì vậy, trong nghiên cứu thường phải tiến hành *mô hình hóa* (modelling) các hệ thống/kết cấu thành các *mô hình* (model). Có nhiều công cụ để mô hình hóa hệ thống/kết cấu, trong đó có RSM. Trên thế giới đã có nhiều công trình nghiên cứu về RSM và ứng dụng nó trong mô hình hóa hệ thống/kết cấu như của D.C. Montgomery và đồng nghiệp [2, 8], của K. Hinkelmann và O. Kempthorne [4, 5] ... Ở Việt Nam, cũng đã có một số nghiên cứu ứng dụng RSM cho một số dạng kết cấu trong xây dựng [12]. Nghiên cứu này nhằm làm rõ về DoE và các kỹ thuật trong

DoE, và các vấn đề liên quan đến mô hình hóa hệ thống/kết cấu bằng RSM. Một nghiên cứu áp dụng cho một hệ nền - CTN được tiến hành như một minh chứng về RSM.

2. THIẾT KẾ THÍ NGHIỆM VÀ PHƯƠNG PHÁP MẶT ĐÁP ỨNG

2.1. Thiết kế thí nghiệm (DoE) và các kỹ thuật trong DoE

Mục đích của DoE và xử lý số liệu là nhằm thu thập một lượng thông tin tối đa bằng một lượng tối thiểu các thí nghiệm/mô phỏng.

Trong DoE, các khái niệm quan trọng là "yếu tố" (factor), "điểm thí nghiệm" (design point), "mức" (level), "nghiệm thức" (treatment), "số lần lặp của điểm" (replicate number of point), "đơn vị thí nghiệm" (ĐVTN). Với mỗi yếu tố khảo sát, thường tiến hành thí nghiệm với một số giá trị. Mỗi giá trị này được gọi là một mức của yếu tố. Đối với các yếu tố kiểu có hiệu số, mức cao ứng với giá trị lớn nhất, mức thấp ứng với giá trị nhỏ nhất, mức ở tâm ứng với trung bình của mức cao và mức thấp. Để thuận lợi, các giá trị của các yếu tố thường được mã hóa (coding): mức cao là +1, mức ở tâm là 0 và mức thấp là -1. Số yếu tố *k*, mức thí nghiệm *L*, số lần lặp *r*...của mỗi yếu tố sẽ dẫn tới số nghiệm thức N_{ngt} và số ĐVTN N_{DoE} khác nhau tùy theo các kỹ thuật DoE khác nhau [2, 4, 5, 7, 8]. Có nhiều các kỹ thuật DoE như:

- Thiết kế thí nghiệm kiểu kết hợp yếu tố đủ (Full Factorial Design - FFD): khi đó số nghiệm thức $N_{ngt} = L^k$;

- Thiết kế thí nghiệm kiểu chia khối ngẫu nhiên đủ (Randomized Complete Block Design - RCBD): là kỹ thuật dựa trên FFD và việc chia khối, thường được sử dụng khi quan tâm đến một hoặc một số yếu tố quan trọng, khi đó $N_{ngt} = \prod_{i=1}^{k} L_i$;

- Thiết kế thí nghiệm kiểu kết hợp yếu tố một phần (Fractional Factorial Design - FrFD): thích hợp cho các thí nghiệm sàng lọc để loại bỏ bớt *p* yếu tố không có ảnh hưởng hay chỉ có ảnh hưởng yếu, khi đó $N_{ngt} = L^{k-p}$

- Thiết kế thí nghiệm kiểu sao (Star Experimental Design - SED): gồm các điểm trục trên 2 trục của mỗi yếu tố, cách tâm một khoảng δ và điểm tâm là trung bình của các yếu tố, khi đó $N_{ngt} = 2k + 1$[7];

- Thiết kế theo phương pháp phối hợp có tâm (Central Composite Design - CCD): là kết hợp giữa một FFD 2 mức và một SED, khi đó mỗi yếu tố có 5 mức và $N_{ngt} = 2^k + 2k + 1$. Tùy theo giá trị của δ có thể có các tên gọi khác nhau như CCC (Central Composite Circumscribed), CCF (Central Composite Faced) hoặc CCS (Central Composite Scaled) [7];

- Thiết kế thí nghiệm kiểu Box-Behken (Box-Behnken Experimental Design - BBED): chỉ dùng khi $k > 2$, có thể xem cách thiết kế này là sự kết hợp giữa FFD cho *b* yếu tố ($b < k$) ở hai mức ($L = 2$) và cách thiết kế chia khối không đủ, khi đó $N_{ngt} = k^2 + k$ [3];

2.2. Phương pháp mặt đáp ứng (RSM)

Một trong những mục đích quan trọng trong các thí nghiệm/mô phỏng, là tìm cách tối ưu đáp ứng *y*, nghĩa là tìm giá trị của các yếu tố **x** để *y* đạt giá trị tốt nhất (có thể là tối đa hay tối thiểu). Để tìm *y*, có thể sử dụng các kỹ thuật thiết kế kết hợp yếu tố đủ với số mức thí nghiệm/mô phỏng phù hợp. Tuy nhiên, khi số yếu tố tăng thì số nghiệm thức cũng như số

ĐVTN sẽ tăng lên đáng kể, trong một số trường hợp là không khả thi. Một cách khác là chỉ cần lập được phương trình tương đối đơn giản, biểu diễn một cách gần đúng mối tương quan giữa đáp ứng *y* và các yếu tố **x**, dựa trên một số lượng vừa phải các nghiệm thức và các ĐVTN, từ đó sử dụng các công cụ toán để thu được lời giải. Về mặt hình học mối tương quan giữa *y* và **x** được biểu diễn bằng một "mặt", được gọi là mặt đáp ứng (response surface). Nhóm các phương pháp DoE theo hướng này được gọi là nhóm RSM [2, 7, 8].

Nếu coi đáp ứng *y* như một hàm chưa biết của các yếu tố đầu vào **x**, thì mặt đáp ứng $\hat{f}(\mathbf{x})$ được biểu diễn như trong công thức (1), với $\varepsilon(\mathbf{x})$ là sai số của đáp ứng:

$$y = f(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}) \Rightarrow \hat{y} = \hat{f}(\mathbf{x}) \tag{1}$$

Với N_{DoE} ĐVTN/mô phỏng trong DoE, thu được $N_{DoE}(\mathbf{x}_i, y_i)$ cặp, là thể hiện của y_i tại điểm $\mathbf{x}_i$ trong không gian thiết kế **x**. Để tìm mặt đáp ứng, có thể dùng nhiều công cụ tối ưu khác nhau như: phương pháp bình phương nhỏ nhất (Least Squares Method - LSM), phương pháp mặt đáp ứng tối ưu, phương pháp Shepard, phương pháp lân cận gần nhất (K - Nearest method), hoặc mạng nơron nhân tạo (Artifcial Neural Network - ANN)…

Với LSM, hàm đáp ứng được định nghĩa là $\hat{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$, với $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, ..., \beta_m]^T$ là vectơ của *m* hệ số chưa biết cần tìm, $\mathbf{x} = [x_1, ..., x_k]^T$ là vectơ của *k* yếu tố đầu vào, tập dữ liệu chứa các cặp $(\mathbf{x}_i, y_i)$ ($i = 1, ..., N_{DoF}$), $\mathbf{x}_i$ là các yếu tố đầu vào ở thí nghiệm/mô phỏng thứ *i* ứng với y_i. Các hệ số chưa biết $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, ..., \beta_m]^T$ được xác định bằng cách cực tiểu hóa hàm *S* trong công thức (2), bằng cách giải phương trình (3)

$$S = \sum_{i=1}^{N_{DoE}} \varepsilon_i^2; \quad \varepsilon_i = y_i - \hat{f}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}), i = 1, ...N_{DoE} \tag{2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_j} = 2\sum_{i=1}^{N_{DoE}} \varepsilon_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \beta_j} = -2\left[y_i - \hat{f}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) \right] \frac{\partial \hat{f}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} = 0; \quad j = 1, ..., m \tag{3}$$

Mặt đáp ứng có thể dưới dạng mặt tuyến tính và mặt phi tuyến.

Trong bài toán tuyến tính, dễ dàng tìm được lời giải giải tích của mặt đáp ứng khi có N_{DoE} thí nghiệm/mô phỏng của *k* yếu tố:

$$\hat{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + x_1 \beta_1 + ... + x_k \beta_k; \quad \hat{f}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} x_{i,j} \beta_j \tag{4}$$

Trong bài toán phi tuyến, có thể dùng các thuật toán lặp (như thuật toán Gauss - Newton) để tìm $\boldsymbol{\beta}$, đầu tiên chọn $\boldsymbol{\beta}^{(1)}$, quá trình lặp ở bước thứ *i* nhận được:

$$\boldsymbol{\beta}^{(i+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(i)} + \Delta\boldsymbol{\beta}^{(i)} \tag{5}$$

$$\Delta\boldsymbol{\beta}^{(i)} = \left(\mathbf{J}^{(i)T} \mathbf{J}^{(i)} \right)^{-1} \mathbf{J}^{(i)T} \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \tag{6}$$

Trong công thức (6), **J** là ma trận Jacobi kích thước (*N x m)*.

Mặt đáp ứng tuyến tính và phi tuyến có thể ở dạng đa thức đủ hoặc không đủ. Số các hệ số đủ *m* cho đa thức bậc *n* của *k* yếu tố được tính theo công thức (7):

$$m = \binom{k+n}{n} = \frac{(k+n)!}{n!k!} \tag{7}$$

Một cách tổng quát đa thức bậc *n* của mặt đáp ứng được viết như sau:

$$\hat{f}_{(n)^{th}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\beta}) = \hat{f}_{(n-1)^{th}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\beta}) + cac\ so\ hang\ bac\ n^{th} \tag{8}$$

Trong các dạng thức toán học của mặt đáp ứng, đa thức bậc 2 được ưa chuộng hơn cả vì số lượng thí nghiệm không nhiều, dễ xử lý số liệu mà vẫn đáp ứng đầy đủ các yêu cầu đề ra như có độ chính xác cao, dễ tiến hành các bước tiếp sau đó [2]:

$$\hat{f}_{1^{st}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k}\beta_i x_i; \quad \hat{f}_{2^{nd}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\beta}) = \hat{f}_{1^{st}}(\mathbf{x},\boldsymbol{\beta}) + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{i}\beta_{i,j}x_i x_j \tag{9}$$

RSM sử dụng LSM gắn liền với phân tích phương sai (AN*alysis* Of VAriance - ANOVA). Để đánh giá mức độ phù hợp của mô hình (Goodness of Fit - GoF), thường dùng các thông số như *F-value, P-value*, độ đo tỷ số nhiễu *Adeq Precision*, R^2, R^2_{adj}, R^2_{predic} [2, 7, 11]…Hệ số R^2 được tính theo công thức (10), R^2 nhận các giá trị giữa *0* và *1*, càng gần *1* thì mô hình càng phù hợp:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{y}_i)^2}; \quad \overline{y}_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \tag{10}$$

Do có nhiều ưu điểm, CCD và BBED là hai kỹ thuật DoE thường được sử dụng trong RSM [2, 3, 4, 5, 7]. Đặc biệt là kỹ thuật BBED, do số mức thí nghiệm ít hơn so với CCD, dẫn tới cùng số yếu tố đầu vào nhưng số ĐVTN/mô phỏng cần thiết ít hơn nhiều so với CCD, nhất là khi số yếu tố đầu vào lớn [3, 7]. Thí dụ như với *k = 7*, kỹ thuật CCD cần *143* nghiệm thức, trong khi đó kỹ thuật BBDE chỉ cần *56* nghiệm thức, chưa kể các nghiệm thức ở tâm.

2.3. Các bước và công cụ xây dựng mặt đáp ứng

Một cách tổng quát, để mô hình hóa hệ thống/kết cấu theo RSM cần tiến hành theo các bước chính sau đây:

- Bước 1: Từ hệ thống/mô hình thực, lựa chọn các thông số đầu ra mong muốn nhận được ở mô hình thay thế;

- Bước 2: lựa chọn *k* các yếu tố đầu vào dự báo có ảnh hưởng đến các đáp ứng đầu ra đã lựa chọn ở bước 1, lựa chọn *l* mức thí nghiệm của các yếu tố;

- Bước 3: sử dụng các phương pháp thiết kế/mô phỏng thí nghiệm đã trình bày ở mục 2.2 để xác định số lượng các nghiệm thức N_{ngt}, số các ĐVTN N_{DOF};

- Bước 4: tiến hành các thí nghiệm/mô phỏng theo các nghiệm thức đã xây dựng ở bước 3, sau khi xong bước này sẽ có bảng thí nghiệm/mô phỏng kết quả đầu ra theo các yếu tố đầu vào của các nghiệm thức;

- Bước 5: từ bảng thí nghiệm/mô phỏng kết quả đầu ra theo các yếu tố đầu vào của các nghiệm thức của bước 4, tiến hành xây dựng mặt đáp ứng, kiểm tra các kết quả ANOVA để đánh giá mức độ phù hợp của mô hình và hiệu chỉnh mô hình.

Do khối lượng phân tích và tính toán rất lớn, RSM gắn liền với sự phát triển của công nghệ phần mềm với các ngôn ngữ lập trình bậc cao...Có rất nhiều phần mềm thương mại (có

phí) về RSM như JMP của SAS Institute (Statistical Analysis System - SAS) [10], Design Expert của Stat-Ease Inc. [11]...Một hướng khác là sử dụng các "gói công cụ" (tool packages) đã có trong các ngôn ngữ lập trình như C, C++, Matlab, Python, R…Có nhiều "gói" công cụ về RSM, ví dụ như "gói" RSM của Russell V. Lenth trong R [9]; "gói" pyDOE của M. Baudin trong Python [6] ... Trong nghiên cứu này sử dụng phần mềm Design Expert ver. 11 của Stat-Ease Inc. [11].

3. MỘT NGHIÊN CỨU ÁP DỤNG CHO HỆ NỀN - CÔNG TRÌNH NGẦM

3.1. Các thông số của bài toán

Xét một CTN bằng thép dạng ống tròn dùng vận chuyển gas đặt trong nền gồm 4 lớp có thông số như trong bảng 1, chịu một tải trọng tập trung $F = 1500kG$ và một áp lực phân bố đều trong lòng ống $p_i = 10kG/cm^2$ như trong hình 1.

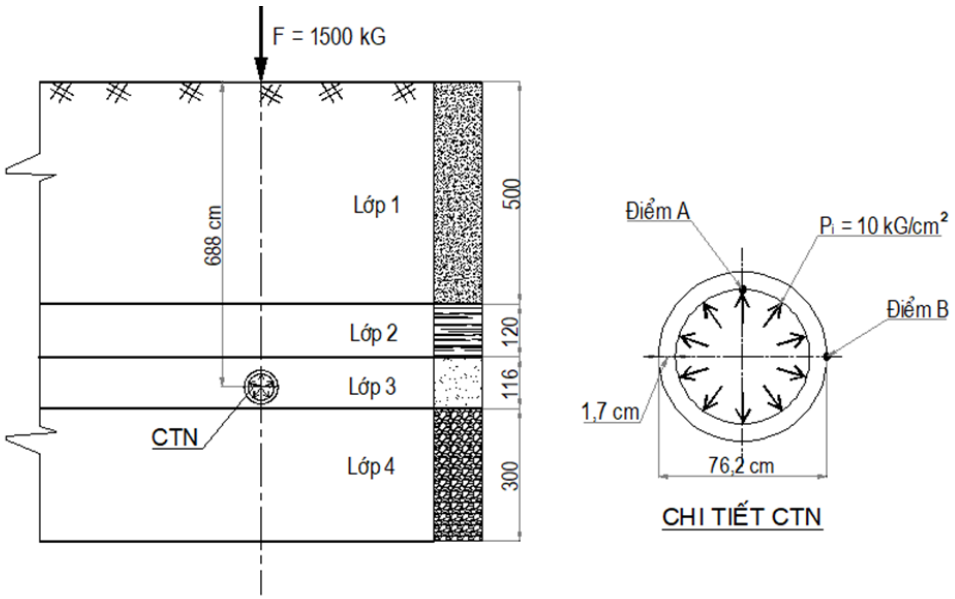
Vấn đề đặt ra là tìm các hàm đáp ứng của hệ nền - CTN trong quá trình thi công và khai thác theo các yếu tố ảnh hưởng được xem như thay đổi.

3.2. Thiết kế bảng thí nghiệm/mô phỏng theo RSM

Lựa chọn các thông số đầu ra cần khảo sát: với bài toán này có rất nhiều các đáp ứng của hệ nền - CTN cần khảo sát. Trong nghiên cứu này lựa chọn 3 thông số đầu ra là: σ_{maxnen} - ứng suất chính lớn nhất trong các lớp nền; σ_{innerA} - ứng suất ở thớ biên trong cùng tại điểm A và σ_{outerB} - ứng suất ở thớ biên ngoài cùng tại điểm B của CTN trong giai đoạn khai thác.

***Bảng 1**. Các thông số của các lớp nền.*

Thông số nền	Ký hiệu	Đơn vị	Lớp 1	Lớp 2	Lớp 3	Lớp 4	Chú thích
Chiều dày lớp	H	cm	500	300	116	120	
Trọng lượng thể tích	γ_n	kG/cm^3	0,0020	0,0020	0,0022	0,0023	
Hệ số áp lực đất tĩnh	k_o	-	0,40	0,40	0,35	0,31	
Modun đàn hồi nền	E_n	kG/cm^2	230	230	250	300	
Hệ số Poisson nền	ν_n	-	0,30	0,30	0,30	0,25	



***Hình 1**. Mặt cắt ngang CTN trong nền đất.*

Lựa chọn các yếu tố ảnh hưởng: có rất nhiều yếu tố đầu vào cần khảo sát như đặc trưng của các lớp nền; đặc trưng vật liệu và kích thước CTN, các tải trọng tác dụng. Trong nghiên cứu này chọn 7 yếu tố ảnh hưởng thay đổi gồm: 4 yếu tố của lớp đất nền số 3 (trọng lượng thể tích γ_n, hệ số áp lực đất tĩnh k_0, modun đàn hồi E_n và hệ số Poisson v_n); 1 thông số của ống thép (chiều dày ống t); 2 yếu tố tải trọng (tải trọng tập trung F và áp lực trong ống p_i). Giá trị các mức của các yếu tố được lựa chọn dựa trên các kết quả nghiên cứu đã có trình bày trong bảng 2.

Dựa trên bảng 2, tiến hành thiết kế thí nghiệm/mô phỏng như đã trình bày trong mục 2. Ở đây sử dụng kỹ thuật BBED để thiết kế bảng thí nghiệm/ mô phỏng với: $k = 7$; $l = 3$; $n_0 = 7$. Kết quả bảng thí nghiệm nhận được như trong bảng B1 (Phụ lục), gồm 57 nghiệm thức với 63 ĐVTN/mô phỏng cần thiết. Số thứ tự sắp xếp được chuẩn hóa (std. order) theo cột 1, thứ tự thực hiện các ĐVTN/mô phỏng ở cột 2, từ cột 3 đến cột 16 chỉ giá trị các yếu tố khảo sát của ĐVTN/mô phỏng theo mã hóa (coded) và các giá trị thực (actual) của các yếu tố.

***Bảng 2**. Các mức của các yếu tố khảo sát.*

Yếu tố	Ký hiệu	Đơn vị	Mức ở tâm	Mức thấp	Mức cao	Chú thích
Các yếu tố lớp đất nền số 3						
Trọng lượng thể tích	γ_n	kG/cm^3	0,0022	0,0019	0,0025	
Hệ số áp lực đất tĩnh	k_0	-	0,35	0,20	0,50	
Modun đàn hồi nền	E_n	kG/cm^2	250	225	275	
Hệ số Poisson nền	v_n	-	0,3	0,2	0,4	
Các yếu tố vật liệu ống thép						
Chiều dày ống	t	cm	1,70	1,53	1,87	
Các yếu tố tải trọng						
Tải trọng tập trung	F	kG	1500	1350	1650	
Áp lực trong ống	p_i	kG/cm^2	10	9	11	

3.3. Thực hiện các thí nghiệm/mô phỏng bằng phần mềm TUNA

Bước tiếp theo là sử dụng các phần mềm địa kỹ thuật để phân tích hệ nền - CTN nhằm xác định các phản ứng của hệ nền - CTN dưới sự thay đổi của các yếu tố khảo sát. Hiện nay có nhiều phần mềm địa kỹ thuật dạng thương phẩm như PLAXIS của Delff (Hà Lan), MIDAS GTS NX của MIDAS Information Technology Co., Ltd. (Hàn Quốc)...Để phân tích hệ nền - CTN như trong hình 1, đã sử dụng phần mềm thương phẩm TUNA (TUNnel Analysis Program) Version 7.0 (2019) của Comtec Research [1]. TUNA là một phần mềm phân tích CTN theo phương pháp PTHH theo mô hình 2D, sơ đồ biến dạng phẳng, xét đồng thời tương tác giữa hệ nền và CTN. Đầu vào của TUNA là các thông số của các lớp đất nền, đặc trưng hình học và vật liệu của CTN, các thông số tải trọng. Đầu ra là biến dạng, ứng suất, chuyển vị của nền; nội lực, ứng suất, biến dạng và chuyển vị của CTN...Chi tiết về TUNA xem trong [1] và Phụ lục A.

Tiến hành 63 phân tích hệ nền - ống với các ĐVTN/mô phỏng đã trình bày trong bảng A1 (Phụ lục A) bằng TUNA, các giá trị nhận được của ba đáp ứng khảo sát được trình bày trong các cột từ 17 đến 19 của bảng A1 (Phụ lục A). Trong hình A1 (Phụ lục A) trình bày sơ đồ lưới PTHH và các biểu đồ σ_{maxnen}, σ_{innerA}, σ_{outerB} của nghiệm thức MP17.

Tiến hành xử lý bảng thí nghiệm nhận được bằng phần mềm Design Expert ver. 11 [11], tìm được các mặt đáp ứng của σ_{maxnen}, σ_{innerA} và σ_{outerA}. Do khuôn khổ bài báo ở đây chỉ trình bày mặt đáp ứng của σ_{innerA}, các mặt đáp ứng khác phân tích tương tự. Với $k = 7$, $n = 2$ (bậc

khảo sát là bậc hai), mặt đáp ứng đủ bậc 2 có *m = 36* số hạng theo công thức (7). Phương trình mặt đáp ứng tìm được theo công thức (11).

Kết quả ANOVA cho thấy mô hình theo công thức (11) có *F-value* là 4186,35; *P-value* < 0,0001; $R^2 = 0,9998$; $R^2_{adj} = 0,9996$; $R^2_{predic} = 0,9987$; độ đo tỷ số nhiễu *Adeq Precision* = *271,580* lớn hơn rất nhiều so với 4; như vậy độ phù hợp (significant) của mô hình này khá cao.

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{innerA} = 1764,81 + 27500\gamma_n - 856,94k_0 - 12,46E_n + 876,25\nu_n + 370,10t \\
&+2,26F + 49,21p_i - 19444,4\gamma_n k_0 - 33,33\gamma_n E_n - 4166,67\gamma_n \nu_n + 7,17*10^{-10}\gamma_n t \\
&-2,78\gamma_n F + 416,67\gamma_n p_i + 0,77k_0 E_n + 208,33k_0\nu_n + 98,04k_0 t - 0.01k_0 F \\
&+1,77*10^{-13}k_0 p_i + 8,95E_n\nu_n + 2,47E_n t - 0.002E_n F - 0,005E_n p_i \\
&+1176,47\nu_n t - 2,62\nu_n F - 1,25\nu_n p_i - 0,14tF - 14,71tp_i + 0.001Fp_i \\
&+1,39*10^{-6}\gamma_n^2 + 5,56k_0^2 + 0,01E_n^2 - 8875\nu_n^2 - 415,23t^2 + 2,22*10^{-5}F^2 - 0,13p_i^2
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Phân tích chi tiết hơn nhận thấy, trong mô hình theo công thức (11) có 15 số hạng chứa các yếu tố: γ_n, k_0, E_n, ν_n, t, F, p_i, $E_n\nu_n$, $E_n t$, $E_n F$, $\nu_n t$, $\nu_n F$, E_n^2, ν_n^2 và t^2 có *P-value* < 0,0001; đây là các yếu tố có ảnh hưởng lớn đến mô hình. Các số hạng còn lại có *P-value* ≥ 0,100 là ít hoặc không ảnh hưởng đến mô hình có thể bỏ qua. Một số kết quả phân tích mặt đáp ứng xem trong Phụ lục B.

Tiến hành xử lý lại bảng thí nghiệm với việc bỏ qua các số hạng ít hoặc không ảnh hưởng, nhận được phương trình mới của mặt đáp ứng gồm 16 số hạng:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{innerA} = 2212,80 + 11111,11\gamma_n - 483,33k_0 - 12,28E_n + 930,23\nu_n \\
&+56,82t + 2,09F + 22,25p_i + 8,95E_n\nu_n + 2,47E_n t - 0.002E_n F \\
&+1176,47\nu_n t - 2,62\nu_n F + 0,0099E_n^2 - 8879\nu_n^2 - 416,80t^2
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Kết quả ANOVA cho thấy mô hình rút gọn theo công thức (12) có *F-value* là 12225,5; *P-value* < 0,0001; $R^2 = 0,9997$; $R^2_{adj} = 0,9997$; $R^2_{predic} = 0,9993$; *Adeq Precision* = 455,7565 lớn hơn rất nhiều so với của mô hình đầy đủ. như vậy độ phù hợp (significant) của mô hình mới này cao hơn so với mô hình đầy đủ.

4. NHẬN XÉT VÀ KẾT LUẬN

Bài báo đã phân tích các kỹ thuật trong DoE, các vấn đề liên quan đến mô hình hóa kết cấu sử dụng RSM, từ đó đề xuất trình tự mô hình hóa kết cấu bằng RSM. Dựa trên các phần mềm, Design of Expert và TUNA, đã tiến hành mô hình hóa một công trình ngầm (CTN) với các yếu tố đầu vào thay đổi. Từ kết quả nghiên cứu có thể rút ra một số nhận xét và kết luận sau đây:

- RSM là một công cụ có hiệu quả không chỉ trong lĩnh vực thiết kế thí nghiệm (DoE) mà còn rất hiệu quả trong mô hình hóa hệ thống/kết cấu. Với các công cụ toán và phần mềm phân tích kết cấu, có thể tìm được các đáp ứng của hệ thống/kết cấu để phục vụ cho việc lượng hóa độ không chắc chắn (Uncertainty Quantification - UQ) của hệ thống/kết cấu, một lĩnh vực đang thu hút rất nhiều các nghiên cứu.

- Khi áp dụng RSM, do phải xây dựng phương trình tương quan giữa *y* và **x** nên các yếu

tố và đáp ứng phải là số. Phương trình toán học của mặt đáp ứng tìm ra chỉ mô tả một cách gần đúng mối tương quan giữa *y* và **x** nên thường chỉ tương thích tốt trong khoảng giá trị được khảo sát của các yếu tố, vì thế trước khi tiến hành, cần biết khoảng giá trị hợp lý của các yếu tố thông qua kinh nghiệm, tài liệu tham khảo hoặc dựa vào kết quả của một số thí nghiệm thăm dò.

- Các yếu tố đầu vào có thể chia thành hai nhóm chính: các yếu tố không chắc chắn có tính may rủi (aleatory uncertainty) thường không kiểm soát được và các yếu tố không chắc chắn do thiếu tri thức (epistemic uncertainty) thường kiểm soát được. Trong ví dụ minh họa cho hệ nền - CTN, đã lựa chọn các yếu tố đầu vào có tính may rủi (các thông số đất nền) và các yếu tố có thể kiểm soát được (các thông số CTN và tải trọng) để chứng minh cho RSM. Với các công trình thực tế, việc lựa chọn các yếu tố đầu vào và các giá trị của nó cần có các nghiên cứu dựa trên số liệu cụ thể.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Comtec Research, TUNA-TUNnel Analysis Program Version 7.0, 90 p., 2019.

[2] D.C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 5th Edition, p.699, John Wiley & Sons Inc, 2001.

[3] G. E. Box, D. W. Behnken, Some new three level designs for the study of quantitative variables, Technometrics, A Journal of Statistics for the Physical, Chemical and Engineering Sciences, 2 (1960) 455 - 475.

[4] K. Hinkelmann, O. Kempthorne, Design and analysis of experiments, Volume 1: Introduction to Design of experiments, Second Edition, p. 668, John Wiley & Sons Inc, 2007.

[5] K. Hinkelmann, O. Kempthorne, Design and analysis of experiments, Volume 2: Advanced Experimental Design, p.811, John Wiley & Sons Inc, 2005.

[6] M. Baudin, pyDOE: The experimental design package for python, Version 1.15.0, 2013.

[7] NIST/SEMATECH, Engineering Statistics Handbook, e-Handbook of Statistical Methods, http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/pri.htm.

[8] R.H. Myers, D.C. Montgomery, C.M. Aderson-Cook, Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Third Edition, John Wiley & Sons Inc, 2007

[9] R.V. Lenth, Response-Surface Methods in R, Using rsm, Updated to version 2.10, September 2, 2018.

[10] SAS Institute, JMP-Design of Experiments, Version 14, 770 pages, March 2018.

[11] Stat-Ease Inc., Design-Expert® Software v11, 2017.

[12] N. H. Tuấn, L. X. Huỳnh, Một thuật toán phần tử hữu hạn mờ cải tiến trong phân tích tĩnh kết cấu, Tạp chí KHCN Xây dựng, 1 (2017) 3-9.