



**ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE ELEMENT UNDER
AXIAL LOAD AND BIAXIAL BENDING AT SERVICEABILITY
LIMIT STATE ACCORDING TO VIETNAMESE STANDARD
TCVN 11823-2017**

Tran Viet Hung¹, Do Van Trung¹

¹Structural Engineering Section, Faculty of Civil Engineering, University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 13/5/2019

Revised: 20/6/2019

Accepted: 28/6/2019

Published online: 16/9/2019

<https://doi.org/10.25073/tcsj.70.1.45>

* *Corresponding author*

Email: hungtv@utc.edu.vn

Abstract: This paper presents an iterative method to compute normal stresses in concrete and reinforced bars of reinforced concrete (RC) element under biaxial bending effects at Serviceability limit state considering tensile strength of concrete. Based on Gravity Method (GM) for homogenic material section, this method is extended and developed for the structures having reinforced concrete section subjected axial load and biaxial bending. The algorithms of this method are built as a calculating program, named by “FSBiax” and implemented by using MATLAB software. These algorithms are quickly converged and robust. The validation examples from simply to complex are performed in “FSBiax” and then compared with RESPONSE 2000. The “FSBiax” is used to evaluate RC sections subjected axial load and biaxial bending at Serviceability limit state according to Vietnamese Standard TCVN 11823-2017.

Keywords: Reinforced concrete, Gravity Method, Serviceability limit state, TCVN 11823-2017.

© 2019 University of Transport and Communications



PHÂN TÍCH CẤU KIỆN BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU NÉN UỐN PHỨC TẠP Ở TRẠNG THÁI GIỚI HẠN SỬ DỤNG THEO TIÊU CHUẨN VIỆT NAM TCVN 11823-2017

Trần Việt Hưng¹, Đỗ Văn Trung¹

¹Bộ môn Kết cấu, Khoa Công trình, Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội.

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 13/5/2019

Ngày nhận bài sửa: 20/6/2019

Ngày chấp nhận đăng: 28/6/2019

Ngày xuất bản Online: 16/9/2019

<https://doi.org/10.25073/tcsj.70.1.45>

* Tác giả liên hệ

Email: hungtv@utc.edu.vn

Tóm tắt: Bài báo này trình bày về một phương pháp lập để tính toán ứng suất trong bê tông và cốt thép của các cấu kiện chịu nén uốn phức tạp ở Trạng Thái Giới Hạn Sử Dụng (TTGH SD) có xét đến khả năng chịu kéo của bê tông. Phương pháp này dựa trên phương pháp trọng tâm (Gravity Method – GM) cho các mặt cắt có vật liệu đồng nhất được mở rộng và phát triển cho các kết cấu có mặt cắt bê tông cốt thép chịu tải trọng nén uốn đồng thời. Các thuật toán của phương pháp này được xây dựng thành chương trình tính toán có tên “FSBiax” dựa trên nền phần mềm MATLAB. Các thuật toán này có tính hội tụ nhanh và đáng tin cậy. Các ví dụ tính toán để kiểm tra và kiểm chứng “FSBiax” được trình bày từ đơn giản đến phức tạp và được so sánh với phần mềm RESPONSE 2000. Chương trình “FSBiax” cho phép đánh giá kết cấu BTCT chịu nén uốn phức tạp ở TTGH SD theo tiêu chuẩn Việt Nam 11823-2017.

Từ khóa: BTCT, Nén uốn phức tạp, TTGH SD, Gravity method, TCVN 11823-2017.

© 2019 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cấu kiện chịu nén uốn là cấu kiện chịu tải trọng nén lệch tâm theo một hoặc hai trục. Đây là dạng cấu kiện khá phổ biến trong kết cấu bê tông cốt thép (BTCT) có vai trò quan trọng ảnh hưởng đến quá trình khai thác công trình như kết cấu trụ cầu trong các công trình cầu, các

kết cấu trụ của cửa xả lũ các công trình thủy điện và các kết cấu cột. Thông thường các cấu kiện này tường chịu tải trọng và các tổ hợp tải trọng phức tạp. Trong phần mềm CADAM 3D[1], dựa vào phương pháp trọng tâm (Gravity Method – GM), Leclerc và Léger (2007) đã xây dựng chương trình phân tích kết cấu bê tông bị nứt dưới tác dụng của tải trọng theo một phương, hạ lưu – thượng lưu. Phương pháp này được dùng để phân tích các kết cấu thủy điện có xét đến ảnh hưởng của áp lực đẩy nổi của nước trong các vết nứt. CADAM 3D có thể dùng để tính toán cho các kết cấu bê tông cốt thép chịu nén uốn lệch tâm như kết cấu trụ cầu tuy nhiên chỉ có thể giải quyết được bài toán theo một phương, không thể giải quyết được các trường hợp tải trọng phức tạp. Trong phần mềm OPENSEES [2], các tác giả đã giới thiệu một vài mô hình phần tử dầm nhiều thớ để phân tích các kết cấu bê tông cốt thép dưới tác dụng của tải trọng 3D. Các mặt cắt được chia nhỏ bằng các phần tử chữ nhật, gọi là các thớ (Fiber elements) để tính toán các đặc trưng hình học cũng như ứng suất biến dạng của mặt cắt. Tuy nhiên phần mềm này còn tương đối phức tạp và yêu cầu kỹ sư cần có khả năng lập trình và xử lý kết quả nhận được. Mô hình kết cấu bằng phương pháp phần tử hữu hạn 3D bằng cách sử dụng phần mềm thương mại như ABAQUS là một phương pháp tổng quát để tính toán phân tích kết cấu cho kết quả gần với ứng xử thực tế của kết cấu. Tuy nhiên, đối với bài toán nứt, việc tính toán kết cấu thường khó đạt được hội tụ và khó khăn trong việc sử lý kết quả. Có một vài phương pháp tính toán để nhằm tránh được việc không hội tụ của các thuật toán phi tuyến như thay vì đặt tải trọng người ta áp đặt chuyển vị cho kết cấu. Tuy nhiên, đối với tải trọng phức tạp, sẽ rất khó khăn để xác định chuyển vị cho phép thực tế của cấu kiện dưới tác động của các tổ hợp tải trọng trong tiêu chuẩn thiết kế đề ra. Một phần mềm tính toán mặt cắt của cấu kiện BTCT rất nổi tiếng của Đại học Toronto là Response 2000 [3] dựa trên các tiêu chuẩn tính toán hiện đại của Mỹ và Canada. Đây là phần mềm phân tích ứng xử uốn, cắt của mặt cắt các cấu kiện BTCT chịu uốn, cắt và nén uốn. Tuy nhiên, phần mềm này chỉ phù hợp với các cấu kiện chịu nén uốn theo một phương, không thể giải quyết được bài toán nén uốn theo hai phương.

Trong tiêu chuẩn thiết kế cầu Việt Nam, TCVN 11823-2017, có đề cập đến việc phân tích khả năng chịu lực của cấu kiện BTCT chịu nén uốn theo hai phương dựa trên phương trình tương tác giữa tải trọng dọc trục và các mô-men uốn theo mỗi phương. Tuy nhiên phương pháp này chỉ dùng phân có cấu kiện ở trạng thái giới hạn cường độ (TTGH CĐ) mà không thể đưa ra câu trả lời về ứng suất trong bê tông và cốt thép ở trạng thái giới hạn sử dụng (TTGH SD). Basler (1960)[4] đã giới thiệu phương pháp phân tích mặt cắt BTCT chịu tác dụng của tải trọng nén uốn phức tạp bằng cách xây dựng các biểu đồ tương tác và phương pháp tải trọng nghịch đảo. Phương pháp biểu đồ tương tác và tải trọng nghịch đảo được tác giả Cao Thị Mai Hương (2018)[5] sử dụng bằng cách xây dựng các biểu đồ tương tác cầu để đánh giá lại các

cầu kiện chịu nén lệch tâm xiên theo 22TCN 272-05. Tuy nhiên các kết quả này cũng chỉ có thể phân tích mặt cắt BTCT ở TTGH CD.

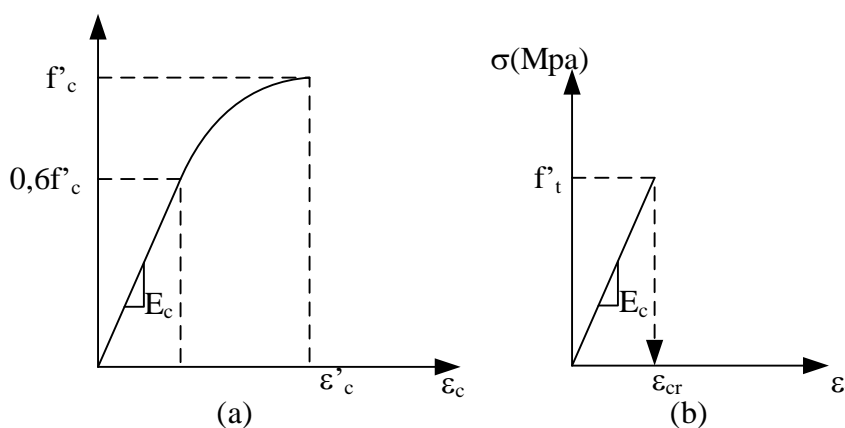
Trong bài báo này, các tác giả giới thiệu phương pháp trọng tâm mở rộng để tính toán mặt cắt BTCT dưới tác dụng của tải trọng lệch tâm theo hai phương ($P-M_x-M_y$) dựa trên thuật toán đã được giới thiệu bởi Stefan và Léger (2008) đối với mặt cắt không cốt thép chịu nén uốn theo hai phương. Chương trình được xây dựng trên phần mềm MATLAB giúp phân tích ứng suất trong bê tông và cốt thép có xét đến khả năng chịu kéo của bê tông dưới tác dụng của tải trọng ở TTGH SD nhằm xác định được các chỉ tiêu đánh giá an toàn của kết cấu ở TTGH SD như: ứng suất trong cốt thép chịu kéo, ứng suất trong bê tông chịu nén, độ mở rộng vết nứt, lõi Kernel của tiết diện sau nứt, vv... Phương pháp này vẫn dựa trên sự đồng nhất vật liệu của TCVN 11823-2017 bằng cách chuyển hóa diện tích cốt thép dọc thành diện tích bê tông tương ứng thông qua tỉ số mô-đun đàn hồi của cốt thép và bê tông.

2. CÁC GIẢ THIẾT TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KIỆN KIỂM TOÁN

2.1. Các giả thiết tính toán

Các giả thiết sau đây được tác giả đưa ra để phân tích một mặt cắt ở TTGH SD:

- Mặt cắt của dầm trước và sau biến dạng vẫn phẳng (giả thiết Bernoulli)
- Ứng xử của cốt thép là đàn hồi, ứng suất và biến dạng trong cốt thép tuân theo định luật Hook
- Bê tông chịu nén có ứng xử đàn hồi tuyến tính, ở TTGH SD, giá trị ứng suất nén lớn nhất trong bê tông là $0,6f'_c$.
- Ứng xử của bê tông chịu kéo được xem xét 02 trường hợp $f'_t = 0$, hoặc $f'_t = 0,8f_r$.



Hình 1. Mô hình ứng xử của bê tông ở TTGH SD
(a) ứng xử nén của bê tông; (b) ứng xử kéo của bê tông.

2.2. Điều kiện kiểm toán

Theo TCVN 11823-2017 [6], ở TTGH SD các nội dung được xem xét là sự không chế

nứt, biến dạng và ứng suất trong bê tông và cốt thép dưới các điều kiện sử dụng bình thường. Các hệ số tải trọng và sức kháng đều được lấy bằng đơn vị.

Kiểm soát nứt:

Theo TCVN 11823-2017 quy định: Để không chế nứt, khoảng cách cốt thép thường trong lớp gần nhất với mặt chịu kéo phải thỏa mãn điều kiện theo phương trình(1):

$$s = \frac{123000\gamma_e}{\beta_s f_{ss}} - 2d_c (mm); \quad \beta_s = 1 + \frac{d_c}{0,7(h - d_c)} \quad (1)$$

Trong đó: γ_e - hệ số phơi nhiễm bề mặt, phụ thuộc vào điều kiện phơi nhiễm; d_c - khoảng cách từ trọng tâm cốt thép chịu kéo lớp ngoài cùng đến thớ bê tông chịu kéo ngoài cùng (mm); f_{ss} - Ứng suất kéo xuất hiện trong cốt thép thường ở TTGH SD không vượt quá $0,6f_y (MPa)$; h - tổng độ dày hoặc chiều cao của mặt cắt cấu kiện (mm).

Kiểm soát biến dạng:

Theo TCVN 11823-2017, chuyển vị của kết cấu được tính toán thông qua mô men quán tính hữu hiệu của tiết diện sau nứt. Đối với cấu kiện chịu nén uốn hoặc tải trọng theo hai trục (P-V_x-V_y), trong TCVN 11823 chưa đề cập đến. Do đó, tác giả đề xuất việc tính toán chuyển vị lớn nhất có thể thực hiện theo cả hai phương dựa trên mô men quán tính hữu hiệu của mặt cắt sau nứt theo phương trình (2) và lấy chuyển vị tổ hợp của các chuyển vị theo mỗi phương.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (2)$$

Trong đó: I_g - là mô men quán tính của mặt cắt nguyên; M_{cr} - Mô men uốn gây nứt của mặt cắt; M_a - Mô men uốn do tải trọng ở TTGH SD gây ra.

3. PHÂN TÍNH KẾT CẤU CHỊU NÉN UỐN PHỨC TẠP

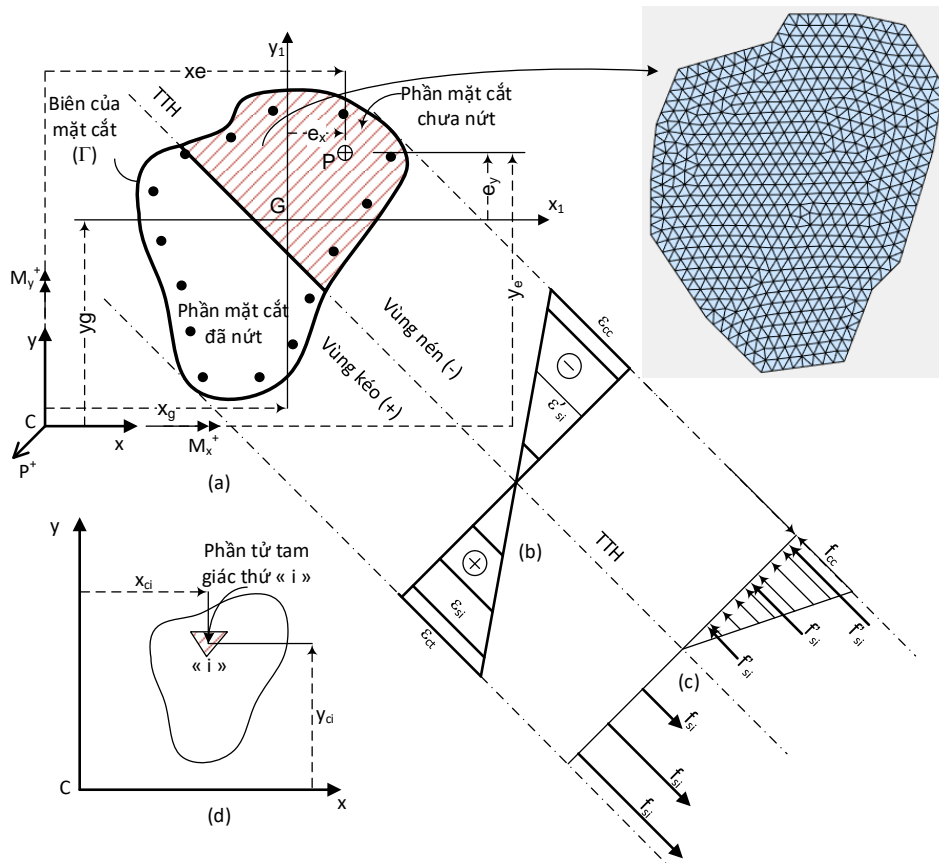
3.1. Phương trình cân bằng tổng quát

Xét một mặt cắt bất kì, chịu tác dụng của tải trọng lệch tâm theo hai phương như **Hình 2**. Giả sử trục trung hòa (TTH) có dạng như trên **Hình 2** và phân chia mặt cắt thành hai vùng kéo và nén. Sơ đồ ứng suất và biến dạng của mặt cắt giả sử được đề xuất như trên **Hình 2b** và **Hình 2c**. Các phương trình cân bằng tổng quát tương ứng với ngoại lực tác dụng được trình bày ở phương trình (3) và (4).

$$P = \int_A \sigma dA + \sum f_{si} A_{si} \quad (3)$$

$$M_x = \int_A \sigma y dA + \sum f_{si} A_{si} (y_{si} - y_g); \quad M_y = \int_A \sigma x dA + \sum f_{si} A_{si} (x_{si} - x_g) \quad (4)$$

Trong đó: A_{si} - diện tích của cốt thép thứ i ; f_{si} - ứng suất trong cốt thép thứ i ; (x_{si}, y_{si}) - tọa độ trọng tâm của cốt thép thứ i .



Hình 2. Mô hình phân tích cho một mặt cắt BTCT bất kỳ: (a) Mặt cắt BTCT dưới tác dụng của tải trọng lệch tâm; (b) Sơ đồ biến dạng; (c) Sơ đồ ứng suất; (d) Phần tử tam giác thứ i .

3.2. Phương pháp trọng tâm cho mặt cắt chịu nén uốn phức tạp

3.2.1. Xác định vị trí trục trung hòa

Chúng ta xem xét một mặt cắt bất kỳ, chịu tải trọng lệch tâm theo hai phương như **Hình 2**. Tại phần tử tam giác thứ « i » của mặt cắt, có tọa độ trọng tâm là (x_{ci}, y_{ci}) , diện tích A_i , có biến dạng là ϵ_i và ứng suất pháp tương ứng là σ_i . Các phương trình cân bằng được trình bày ở phương trình (5) ÷ (7):

$$P = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i + \sum f_{si} A_{si} \quad (5)$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i (y_{ci} - y_g) + \sum f_{si} A_{si} (y_{si} - y_g) \quad (6)$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i (x_{ci} - x_g) + \sum f_{si} A_{si} (x_{si} - x_g) \quad (7)$$

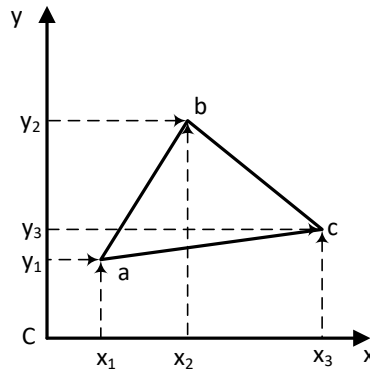
Xác định ứng suất trên mặt cắt ngang dưới tác dụng của tải trọng: P-M_x-M_y

$$\sigma = C + C_x \cdot y - C_y \cdot x \quad (8)$$

$$C = \frac{P}{A}; \quad C_x = \frac{M_x I_y + M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2}; \quad C_y = \frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2}; \quad (9)$$

Trong đó: A - diện tích mặt cắt ngang; I_x - Mô men quán tính của mặt cắt đối với trục x; I_y - Mô men quán tính của mặt cắt đối với trục y; I_{xy} - Mô men quán tính ly tâm; P - lực dọc tác dụng tại trọng tâm mặt cắt; M_x - Mô men uốn quanh trục x; M_y - Mô men uốn quanh trục y.

Các đặc trưng hình học mặt cắt được tính toán dựa vào vị trí của TTH và phần diện tích mặt cắt chưa nứt. Các yếu tố này được tính toán từ các phần tử tam giác trên mặt cắt chưa nứt. Giả sử có một phần tử tam giác thứ « i » (**Hình 3**), có tọa độ các điểm là: a(x₁, y₁), b(x₂; y₂), c(x₃, y₃) thì các giá trị đặc trưng hình học tương ứng của phần tử được tính toán theo phương trình (10) ÷ (13):



Hình 3. Phần tử tam giác điển hình (typical triangular element).

Diện tích của phần tử tam giác:

$$A_e = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Mô men quán tính tĩnh của phần tử tam giác:

$$S_{xe} = \frac{A_e}{3} (y_1 + y_2 + y_3); \quad S_{ye} = \frac{A_e}{3} (x_1 + x_2 + x_3) \quad (11)$$

Trọng tâm của mặt cắt ngang:

$$x_g = \frac{S_y}{A}; \quad y_g = \frac{S_x}{A} \quad (12)$$

Mô men quán tính của phần tử tam giác:

$$I_{xe} = \frac{A_e}{6} (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_1 y_2 + y_1 y_3 + y_2 y_3)$$

$$I_{ye} = \frac{A_e}{6} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) \quad (13)$$

$$I_{xye} = \frac{A_e}{6} (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3) + \frac{A_e}{12} (x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_1 y_3 + x_3 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_2)$$

Các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang được tính toán bằng tổng của các phần tử tam giác trên toàn bộ mặt cắt ngang.

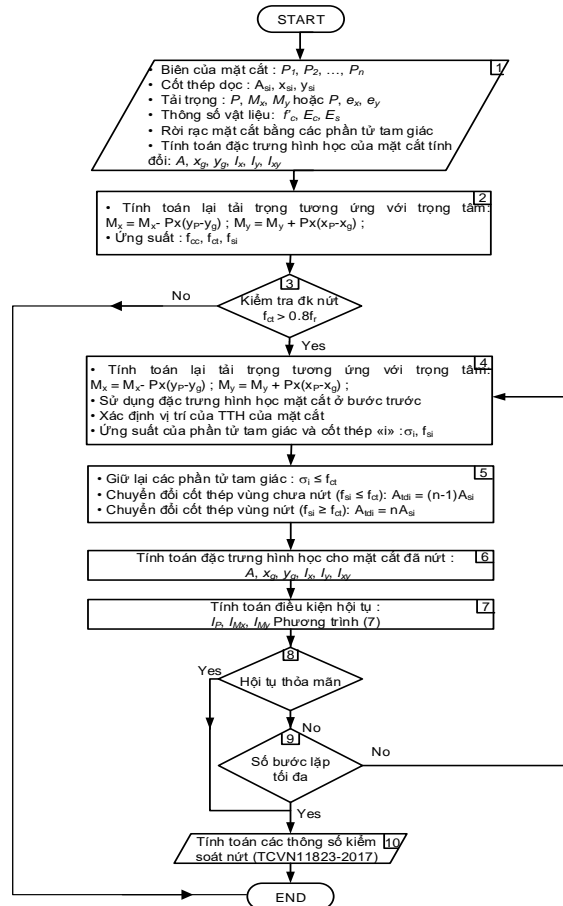
Thuật toán kiểm soát nứt của mặt cắt BTCT dưới tác dụng của tải trọng nén uốn phức tạp được trình bày trên **Hình 4**. Đây là một thuật toán lặp gần đúng dựa trên các sai số hội tụ cho phép. Các điều kiện hội tụ, phương trình (14), dựa theo tiêu chuẩn hội tụ của bài toán phi tuyến của các tải trọng tác dụng (Sai số cho phép là 10^{-3}).

$$I_P = \left| \frac{\int_A \sigma dA - P}{P} \right|; \quad I_{M_x} = \left| \frac{\int_A \sigma y dA - M_x}{M_x} \right|; \quad I_{M_y} = \left| \frac{\int_A \sigma x dA - M_y}{M_y} \right| \quad (14)$$

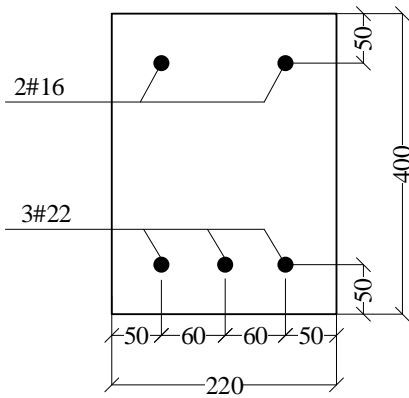
4. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

4.1. Mặt cắt BTCT chịu uốn đơn giản ở TTGH SD

Xét một mặt cắt chữ nhật, có kích thước như **Hình 5**, được tính toán bằng tay theo TCVN 11823-2017, sử dụng phần mềm Response 2000 và dùng phần mềm FSBIax. Kết quả tính toán được giới thiệu trên **Bảng 1** cho hai trường hợp bỏ qua khả năng chịu kéo của bê tông và có xét đến khả năng chịu kéo của bê tông. Kết quả cho thấy, phần mềm FSBIax được đề xuất cho kết quả với độ sai số <2% so với kết quả tính tay và phần mềm Response 2000 sau 3 bước lặp. Điều này chứng tỏ thuật toán được sử dụng trong FSBIax có độ chính xác cao và có tính hội tụ rất tốt.



Hình 4. Thuật toán kiểm soát nứt theo TCVN 11823-2017 của mặt cắt BTCT chịu nén uốn phức tạp.



Kích thước mặt cắt $b \times h = 220 \times 400 \text{ mm}^2$;
 Bê tông có $f'_c = 30 \text{ MPa}$; $\gamma_c = 2400 \text{ kG/m}^3$;
 Cốt thép A615M, có : $A_s = 3\#22$; $d_s = 350 \text{ mm}$;
 $A'_s = 2\#16$, $d'_s = 50 \text{ mm}$; $f'_y = f_y = 420 \text{ MPa}$;
 Điều kiện bề mặt loại 1;
 Mô men tính toán ở TTGH SD $M_a = 80 \text{ kN.m}$

Hình 5. Ví dụ 4.1- mặt cắt BTCT chịu uốn ở TTGH SD.

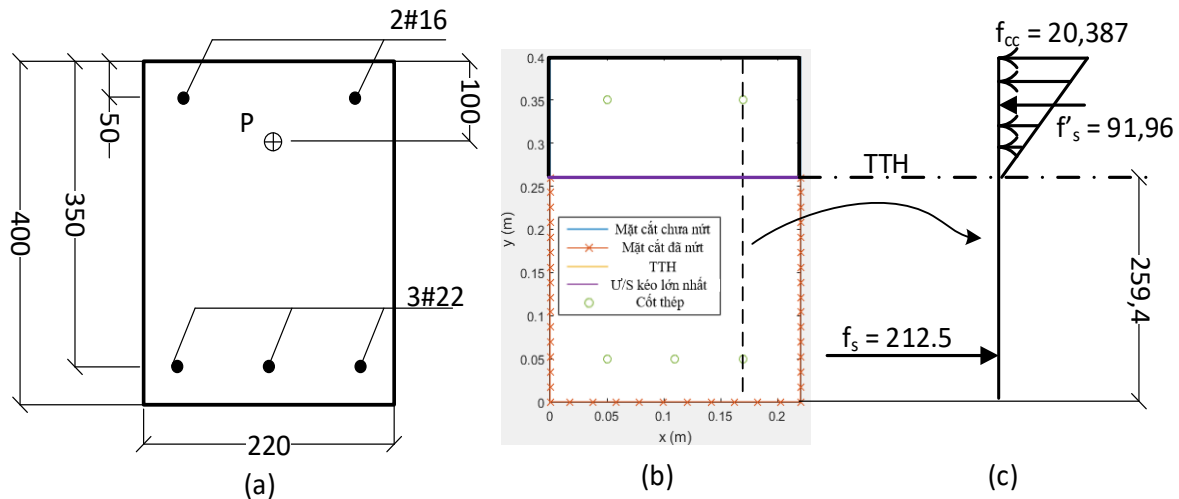
Bảng 1. Đánh giá kết quả tính toán bằng phần mềm FSBIax so với tính toán bằng tay và Response 2000 (Response 2000 làm căn cứ đánh giá sai số FSBIax), Ví dụ 4.1.

Chỉ tiêu	Bỏ qua khả năng chịu kéo của bê tông			Có xét đến khả năng chịu kéo của BT		
	Tính tay	Response 2000	FSBIax	Response 2000	FSBIax	Sai số (%)
Ư/S cốt thép kéo (Mpa)	223,65	223,54	223,65	217,35	221,47	1,90%
Ư/S cốt thép nén (MPa)	-72,14	-72,15	-72,14	-74,59	-73,64	1,28%
Ư/S bê tông nén (MPa)	-17,35	-17,35	-17,35	-17,61	-17,55	0,33%
TTH (mm)	276,83	276,79	276,80	273,21	275,10	0,69%
$I_{cr} \text{ (mm}^4\text{)}$	567964354	567964433	567964355	568460170	569076511	0,11%

* I_{cr} : Mô men quán tính của mặt cắt đã nứt.

4.2. Mặt cắt BTCT chịu nén uốn theo một phương ở TTGH SD

Trường hợp tải trọng phức tạp hơn với cấu kiện chịu nén uốn lệch tâm theo một phương được xem xét trong Ví dụ 4.1. Giả sử rằng ngoài mô men uốn ở TTGH SD $M_a = 80 \text{ kN.m}$, mặt cắt chịu thêm tải trọng nén $P = -100 \text{ kN}$ và đặt lệch tâm cách đỉnh của mặt cắt là 100 mm . Kết quả về tính toán bằng FSBIax cho thấy vị trí TTH của mặt cắt ngang sau nứt và phân bố ứng suất trong bê tông và cốt thép theo chiều cao của mặt cắt được trình bày trong **Hình 6**. Đánh giá kết quả của FSBIax so với Response 2000 được trình bày trong **Bảng 2**. Kết quả cho thấy sai số rất nhỏ giữa Response 2000 và FSBIax, chứng tỏ rằng phần mềm FSBIax phù hợp phân tích cấu kiện chịu nén uốn theo một phương cho kết quả đáng tin cậy.



Hình 6. Ví dụ 4.2- mặt cắt BTCT chịu nén uốn một phương ở TTGH SD dùng FSBIax: (a) mặt cắt BTCT và tải trọng $P = -100 \text{ kN}$, $M_a = 80 \text{ kN.m}$; (b) Mặt cắt sau nứt; (c) Phân bố ứng suất pháp theo chiều cao của mặt cắt.

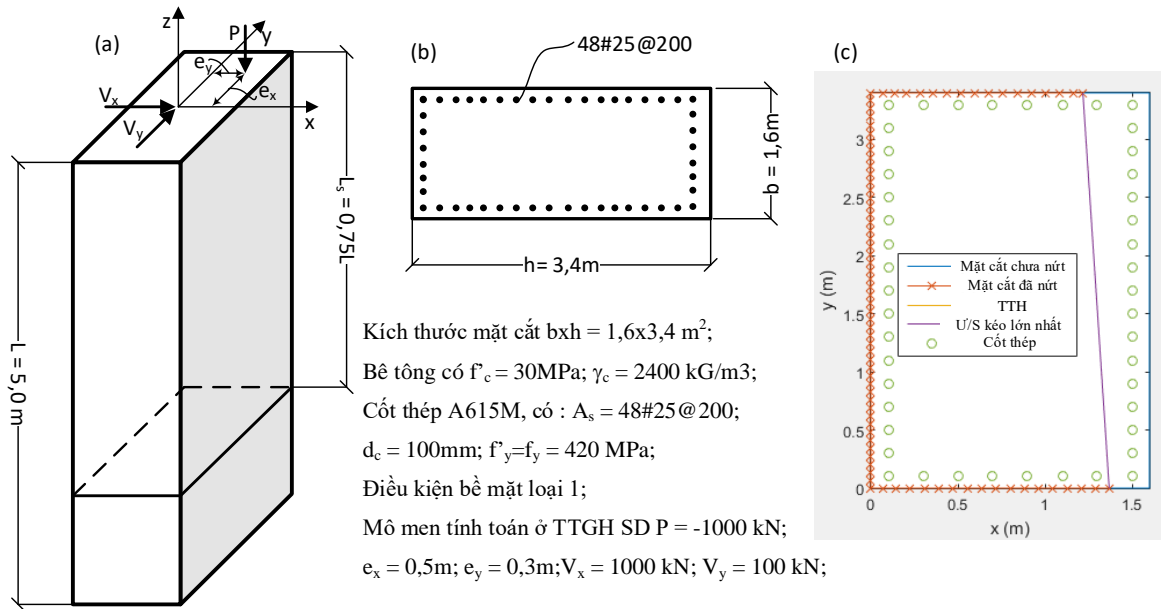
Bảng 2. Đánh giá kết quả tính toán bằng phần mềm FSBIax so với Response 2000 (Response 2000 làm căn cứ đánh giá sai số FSBIax), ví dụ 4.1.

Chỉ tiêu	Nén uốn theo một phương		
	Response 2000	FSBIax	Sai số (%)
Ư/S cốt thép kéo (Mpa)	212,39	212,50	0,05%
Ư/S cốt thép nén (MPa)	-91,96	-91,96	0,01%
Ư/S bê tông nén (MPa)	-20,38	-20,38	0,02%
TTH (mm)	259,15	259,40	0,10%
I_{cr} (mm ⁴)	580126489	568293454	2,04%

* I_{cr} : Mô men quán tính của mặt cắt đã nứt.

4.3. Mặt cắt BTCT chịu nén uốn phức tạp ở TTGH SD

Trường hợp cấu kiện chịu nén uốn phức tạp ở TTGH SD, xét một kết cấu trụ cầu Bê tông cốt thép, có chiều cao $L = 5\text{m}$, mặt cắt ngang $b \times h = 1,6 \times 3,4\text{m}^2$ như **Hình 7** chịu tải trọng nén P , lực ngang theo hướng xe chạy V_x , lực theo hướng vuông góc với hướng xe chạy V_y . Sử dụng phần mềm FSBIax, kết quả phân tích thu được ứng suất lớn nhất trong cốt thép là $f_s = 217,22 \text{ MPa}$ nhỏ hơn giá trị cho phép là $0,6f_y = 252 \text{ MPa}$. Với giá trị này, các kiểm toán ở TTGH SD được xem xét đều đảm bảo. Khoảng cách tối đa giữa các cốt thép theo tính toán là $342,8(\text{mm})$, theo bố trí là $200(\text{mm})$. Bề rộng vết nứt tính toán là $0,526 \text{ (mm)}$ theo công thức của ACI 318-99 [13].



Hình 7. Ví dụ 4.3- Trụ BTCT mặt cắt chữ nhật và thông số bài toán: (a) Kết cấu trụ 3D; (b) Mặt cắt bê tông cốt thép; (c) Mặt cắt sau khi tính toán.

5. KẾT LUẬN

Trong nội dung bài báo này, nhóm tác giả đã trình bày một phương pháp trọng tâm mở rộng để tính toán mặt cắt kết cấu bê tông cốt thép chịu nén uốn phức tạp ở TTGH SD. Đây là phương pháp lập – phương pháp gần đúng để xác định vị trí của TTH cũng như các đặc trưng hình học của mặt cắt BTCT sau nứt dưới tác dụng của tải trọng nén uốn phức tạp. Qua các ví dụ đã tính toán ở trên, có thể thấy phương pháp này có tính hội tụ nhanh, kết quả chính xác và đáp ứng được yêu cầu về việc đánh giá kết cấu bê tông cốt thép ở TTGH SD theo tiêu chuẩn Việt Nam 11823-2017.

Một điểm hạn chế của phương pháp này là chỉ tính toán ở các mặt cắt độc lập, chưa có sự tương tác giữa các mặt cắt dọc theo chiều dài cầu kiện. Vẫn coi ứng xử nén của bê tông là tuyến tính. Trong phiên bản tiếp theo của FSBIax, nhóm tác giả sẽ cải thiện các nhược điểm này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Leclerc Martin, Pierre Léger: CADAM3D. Version 2 - User's manual. 2007: École Polytechnique de Montréal, Canada, 2007.
- [2] Opensees, The Open System for Earthquake Engineering Simulation: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 2006.
- [3] E.C. Bentz, M.P.J.R.A. Collins, Response 2000 v1.0.5. <http://www.ecf.utoronto.ca/~bentz/r2k.htm>

- [4] B. Bresler, Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending, *ACI Structural Journal*, 57 (1960) 481-490.
- [5] Hyo-Gyoung Kwak, Ji-Hyun Kwak, An improved design formula for a biaxially loaded slender RC column, *Engineering Structures*, 32 (2010) 226 – 237. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.09.009>
- [6] Vassilis K. Papanikolaou, Analysis of arbitrary composite sections in biaxial bending and axial load, *Computers and Structures*, 98-99 (2012) 33 - 54. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.02.004>
- [7] Ji Hyeon Kim, Hae Sung Lee, Reliability assessment of reinforced concrete rectangular columns subjected to biaxial bending using the load contour method, *Engineering Structures*, 150 (2017) 636 - 645. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.07.061>
- [8] Cao Thị Mai Hương, Các phương pháp tính toán cột bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm xiên theo 22TCN 272-05, *Giao Thông Vận Tải*, 3 (2018) 84-88.
- [9] Liauw Te-Chang, Kwan Kwok-Hung, Computerized modular ratio design of reinforced concrete members subjected to axial load and biaxial bending, *Computers & Structures*, 18 (1984) 819-832. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(84\)90029-4](https://doi.org/10.1016/0045-7949(84)90029-4)
- [10] Luciano Rosati, Francesco Marmo, Roberto Serpieri, Enhanced solution strategies for the ultimate strength analysis of composite steel–concrete sections subject to axial force and biaxial bending, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197 (2008) 1033-1055. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2007.10.001>
- [11] Bộ Giao Thông Vận Tải, Tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ - Phần 5: Kết Cấu Bê Tông, TCVN 11823 – 2017, 2017.
- [12] Lucian Stefan, Pierre Leger, Extension of the Gravity Method for 3D Cracking Analysis of Spillway Piers Including Uplift Pressures, *Journal of Structural Engineering*, 134 (2008) 1035-1043. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:8\(1278\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:8(1278))
- [13] Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-95 and Commentary ACI 318R-95, American Concrete Institute, Detroit, 1995.