



APPLICATION OF THE “TOTAL STRAIN CRACK” MODEL IN MODELING THE NONLINEAR BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE SLAB SUBJECTED TO INCLINED LOADING

Bui Ngoc Tinh^{1,2*}, Nguyen Ngoc Long², Nguyen Viet Trung², Minh Ngo^{2**}

¹Transport Engineering Consultant No 2, 278 Ton Duc Thang Street, Ha Noi, Vietnam

²University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 01/12/2019

Revised: 26/12/2019

Accepted: 27/12/2019

Published online: 29/02/2020

<https://doi.org/10.25073/tcsj.71.2.1>

* *Corresponding author*

Email: *tinhtedi72@gmail.com; **minhngovan83@utc.edu.vn

Abstract. The paper introduces the application of “total strain crack” model in numerical modeling of the non-linear behavior of reinforced concrete slab subjected to incline loading. The modeling results are then compared to 09 experimental results with 03 incline angles carrying out in the laboratory of the University of Transport and Communications in order to prove the capability of the “total strain crack” model in analyzing this type of structure. The comparison results show the good matching between the modeling results and the experimental results and prove the capability of the “total strain crack” model in calculation and design of RC slab subjected to incline loadings.

Keywords: Total strain crack model, RC slab subjected to incline loading, local failure of RC

© 2020 University of Transport and Communications



ỨNG DỤNG MÔ HÌNH “NÚT THEO TỔNG BIẾN DẠNG” PHÂN TÍCH ỨNG XỬ PHI TUYẾN CỦA BẢN BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU LỰC NÉN XIÊN

Bùi Ngọc Tình^{1,2*}, Nguyễn Ngọc Long², Nguyễn Việt Trung², Ngô Văn Minh^{2**}

¹Công ty CP Tư vấn Xây dựng Công trình GT 2, Số 278 Tôn Đức Thắng, Hà Nội, Việt Nam

²Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 01/12/2019

Ngày nhận bài sửa: 26/12/2019

Ngày chấp nhận đăng: 27/12/2019

Ngày xuất bản online: 29/02/2020

<https://doi.org/10.25073/tcsj.71.2.1>

* Tác giả liên hệ

Email: *tinhtedi72@gmail.com; **minhngovan83@utc.edu.vn

Tóm tắt. Bài báo giới thiệu mô hình phân tích nút theo tổng biến dạng và tiến hành áp dụng mô hình này để phân tích ứng xử đến phá hoại của bản BTCT chịu nén xiên. Kết quả mô hình hóa được so sánh với kết quả thí nghiệm từ 09 mẫu thí nghiệm với 03 góc nghiêng khác nhau của lực nén được thực hiện ở trường Đại học Giao thông vận tải để chứng minh khả năng sử dụng mô hình này trong việc phân tích, tích toán dạng kết cấu chịu lực này. Kết quả so sánh cho thấy sự phù hợp giữa kết quả phân tích và kết quả thí nghiệm, và do đó khẳng định khả năng sử dụng mô hình phân tích nút theo tổng biến dạng trong tính toán và thiết kế các kết cấu bản BTCT chịu lực nén xiên.

Từ khóa: Mô hình nút theo tổng biến dạng, bản BTCT chịu nén xiên ngoài mặt phẳng, phá hoại cục bộ BTCT

© 2020 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Kết cấu bản bê tông cốt thép chịu lực tác dụng xiên góc ngoài mặt phẳng bản được sử dụng rất phổ biến trong các thiết kế cầu nói riêng và công trình nói chung. Đối với công trình cầu, dạng kết cấu này được áp dụng tại các bản mặt cầu của cầu dây văng một mặt phẳng dây chịu kéo xiên giữa mặt phẳng; hoặc tại các vị trí neo dây trên trụ tháp trong trường hợp trụ tháp BTCT hình hộp rỗng và đầu neo đặt ở vách trong của trụ. Với các kết cấu dạng này,

bản bê tông cốt thép ngoài chịu lực trong phương của bản (có thể là nén hoặc kéo), phải chịu lực uốn, cắt ngoài mặt phẳng bản và lực tác động cục bộ tại vị trí đặt lực. Đây là một trạng thái chịu lực phức tạp và đã được một số tác giả nghiên cứu về cả khía cạnh thí nghiệm và mô phỏng số.

Theo khía cạnh mô phỏng số, các tác giả trước đây để phân tích ứng xử ngoài miền đàn hồi của bản bê tông cốt thép chịu uốn ngoài mặt phẳng thường sử dụng mô hình “phân lớp”, theo đó bản được chia thành nhiều lớp và mỗi lớp được coi như có trạng thái ứng suất biến dạng đều và theo phương của bản. Trong hướng tiếp cận này, bản thân cốt thép trong phương của bản cũng được mô hình như các lớp vật liệu cùng với các lớp vật liệu của bê tông và giúp xử lý tốt các ứng xử trong phương của bản. Tuy nhiên, hướng tiếp cận này không xét được ảnh hưởng của ứng suất – biến dạng theo phương vuông góc với bản, ví dụ như hiệu ứng cắt, trượt ngoài mặt phẳng bản. Đồng thời, cũng không xét được sự tham gia làm việc của cốt thép chịu lực cục bộ thường được đặt theo phương lực tác dụng lên bản. Để giải quyết nội dung này, Hryniuk và Vecchio đã căn cứ vào lý thuyết trường đề xuất mô hình “phân lớp” nhưng có xét đến hiệu ứng cắt trượt theo phương vuông góc với bản (xem [1]). Đây là cách tiếp cận này phù hợp với các lực tác động vuông góc với bản. Khi đó phương của ứng suất và biến dạng chính trùng với phương của bản mặt cầu và phương vuông góc với phương của bản mặt cầu. Tuy nhiên vấn đề quan trọng là mô phỏng được sự hình thành và phát triển các vết nứt tại vùng cục bộ của kết cấu thì chưa xử lý được.

Để có thể mô phỏng sự phát triển và hình thành vết nứt trong kết cấu bê tông cốt thép nói chung, có hai hướng tiếp cận chính là hướng sử dụng mô hình nứt rời rạc (không liên tục - discrete model) và hướng sử dụng mô hình phân tán (smeared crack model). Hướng sử dụng mô hình không liên tục coi môi trường kết cấu sau khi xuất hiện vết nứt được tác thành những thành phần độc lập; được mô tả trong véc-tơ chuyển vị của cơ hệ bằng các hàm dạng không liên tục bổ sung thêm vào các hàm dạng liên tục thông thường được dùng để mô phỏng chuyển vị của các phần tử thuộc kết cấu. Đây là hướng nghiên cứu sử dụng các phần tử hữu hạn mở rộng (X-FEM, ED-FEM) để mô tả biến dạng nứt trong kết cấu, thường được sử dụng để mô tả các vết nứt lớn, đủ để làm mất tính liên tục trong cơ cấu chịu lực của kết cấu. Các nghiên cứu thuộc hướng này có thể kể đến như các nghiên cứu của Ibrahimbegovic và cộng sự (xem [2] và [3]) cho kết cấu bê tông, kết cấu thép, kết cấu bê tông cốt thép chịu tác động cơ học, tác động nhiệt, tải trọng động,.. Hướng nghiên cứu này khi áp dụng cho vật liệu BTCT dạng khối là khó khăn do việc cần phải xây dựng được phương trình tương tác giữa bê tông, cốt thép và dính bám của bê tông với thép theo các phương khi đã xảy ra vết nứt.

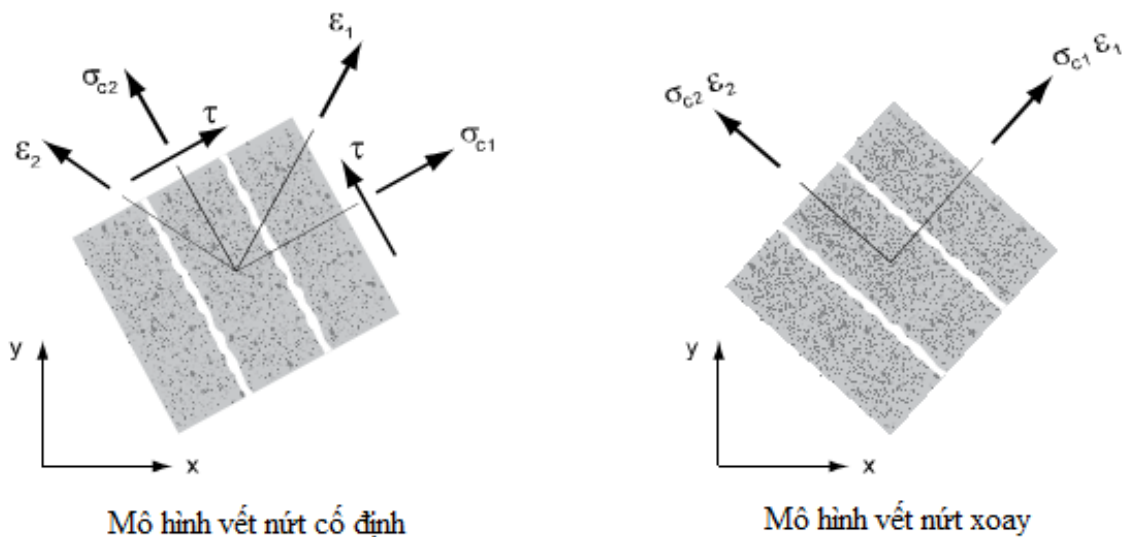
Hướng tiếp cận thứ hai được gọi là mô hình nứt phân tán (smeared crack model). Theo đó, vật liệu sau khi nứt vẫn được coi là khối chịu lực liên tục và phần biến dạng lớn do nứt được mô phỏng bằng các phương trình liên tục. Khi đó, vết nứt ở mỗi phần tử được tích hợp trong tổng biến dạng – chuyển vị của phần tử đó chứ không nằm ở vị trí tiếp giáp giữa các phần tử. Mô hình nứt phân tán được nhiều tác giả nghiên cứu, phát triển (xem [4]). Mô hình nứt phân tán này được Selby và cộng sự (xem [5]) áp dụng để phát triển lý thuyết trường nén cải tiến dùng cho kết cấu bê tông cốt thép của Vecchio và Collins (xem [6]) để áp dụng cho những phần tử bê tông cốt thép dạng khối và được đưa vào trong các phần mềm phần tử hữu hạn dưới tên gọi là mô hình phân tích “nứt dựa trên tổng biến dạng” (total strain crack model). Mô hình “nứt dựa trên tổng biến dạng” về nguyên tắc giúp phân tích được sự hình thành và phát triển vết nứt tại những khu vực có trạng thái ứng suất – biến dạng dạng khối, và do đó đã được áp dụng để phân tích các bài toán nứt liên quan đến dầm BTCT dự ứng lực (xem [7], [8] và [9]). Việc sử dụng mô hình “nứt dựa trên tổng biến dạng” để phân tích phát hoại của bản

chịu lực thẳng đứng (tại vị trí liên giữa cột và bản) đã được Ngekepe và Barisua tiến hành và cho kết quả tốt (xem [10]) tuy nhiên chưa được sử dụng để phân tích sự làm việc của kết cấu bản chịu tải trọng nén hoặc kéo xiên góc.

Trên khía cạnh thí nghiệm, cũng chưa có nhiều nghiên cứu trên thế giới tiến hành thí nghiệm phá hoại kết cấu bản BTCT chịu lực xiên góc. Một số nghiên cứu thí nghiệm trước đây với kết cấu bản thường chỉ đề cập đến ứng xử của bản chịu nén thẳng đứng, chưa có kết quả về các bản bê tông cốt thép chịu nén xiên góc. Trong báo cáo này, tác giả trình bày về khả năng ứng dụng của mô hình nứt dựa trên tổng biến dạng để áp dụng cho phân tích bản bê tông cốt thép chịu nén theo phương xiên.

2. MÔ HÌNH “NÚT DỰA TRÊN TỔNG BIẾN DẠNG”

Như đã giới thiệu ở phần trên, mô hình nứt dựa trên tổng biến dạng là mô hình phân tích nứt thuộc nhóm mô hình phân tán (smeared crack model). Theo phương pháp này, các vết nứt được coi là xảy ra khi ứng suất chính theo các phương vượt quá giới hạn chịu kéo của vật liệu. Phương của vết nứt vuông góc với phương của ứng suất chính. Trong mô hình nứt theo tổng biến dạng, phương của ứng suất chính được xem như trùng với phương của biến dạng chính. Theo các phương chính, quan hệ ứng suất – biến dạng của bê tông cốt thép được xây dựng trên cơ sở của lý thuyết trường nén cải tiến của Vecchio và Collins và phát triển của Selby và Vecchio [5] cho phần tử bê tông cốt thép dạng khối (xem hình 1).



Hình 1. Trạng thái ứng suất – biến dạng cho một phân tử bê tông cốt thép.

Do mô hình này áp dụng cho vật liệu bê tông cốt thép nên các thông số đầu vào của bê tông là cần thiết, các thông số này bao gồm: mô đun đàn hồi, hệ số Poisson, cường độ chịu kéo, cường độ chịu nén và năng lượng phá hoại. Các tiêu chuẩn thiết kế liên quan đến vật liệu bê tông đều có những công thức quan hệ tương ứng để xác định được các thông số này thông qua cấp của bê tông. Riêng đối với năng lượng phá hoại (G_f), CEB-FIP 1990 (xem [11]) có công thức và bảng tra để xác định giá trị này từ đường kính hạt cốt liệu (xem công thức 1 và bảng 1)

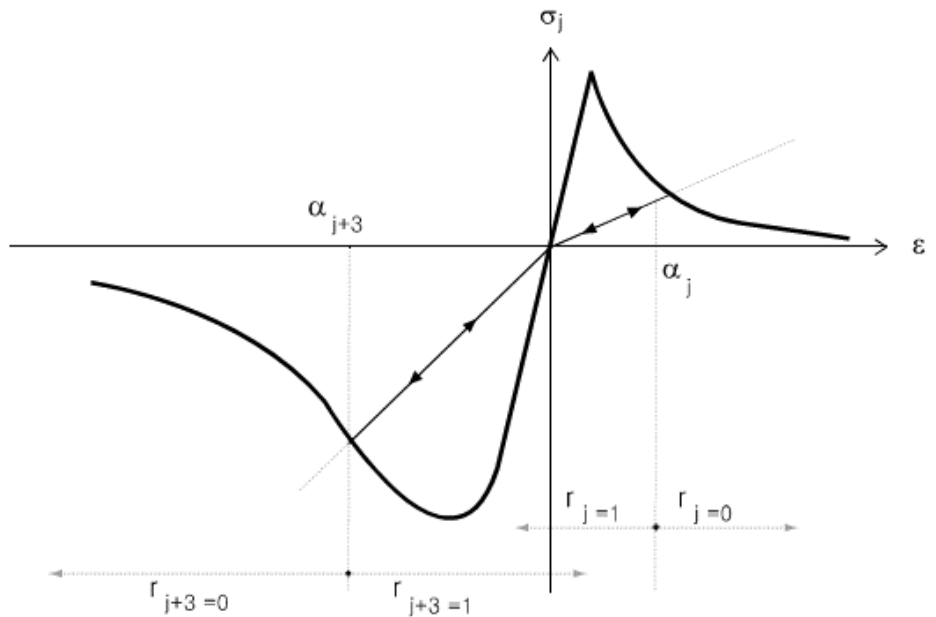
$$G_f = G_{fo} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (1)$$

Trong đó: f_{cm} là cường độ chịu nén trung bình của bê tông; f_{cm0} là giá trị cường độ chịu nén tham chiếu, lấy bằng 10 MPa. Giá trị của năng lượng phá hoại tham chiếu G_{f0} lấy theo bảng 1:

Bảng 1. Giá trị G_{f0} tương đương với D_{max} .

D_{max} (mm)	G_{f0} (J/m ²)
8	25
16	30
32	58

Dựa trên các thông số đầu vào của bê tông kể trên, xây dựng được đường cong quan hệ ứng suất – biến dạng của vật liệu bê tông khi chịu kéo nén và quá trình tăng tải, dỡ tải theo phương ứng suất chính ở hình 2.



Hình 2. Đường cong quan hệ ứng suất – biến dạng của bê tông khi chịu kéo, nén.

Có rất nhiều mô hình toán học đã được đề xuất để mô tả đường cong ứng suất – biến dạng của bê tông ở vùng chịu nén và chịu kéo. Công thức 2 giới thiệu phương trình Thorenfeldt và công thức 3 giới thiệu mô hình của của Vecchio và Collins ([6]) cho vùng chịu kéo.

Phương trình đường cong Thorenfeldt (xem [12]) cho bê tông chịu nén:

$$f = -f_p \frac{\alpha_i}{\alpha_p} \left(\frac{n}{n-1 + \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_p} \right)^{nk}} \right) \quad (2)$$

Trong đó: $n = 0.80 + \frac{f_{cc}}{17}$, $k = \begin{cases} 1 & \text{nếu } 0 > \alpha > \alpha_p \\ 0.67 + \frac{f_{cc}}{62} & \text{nếu } \alpha \leq \alpha_p \end{cases}$

Phương trình đề xuất của Vecchio và Collins cho vùng kéo của bê tông.

$$f_{c1} = \begin{cases} E_c \varepsilon_1 & 0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr} \\ \frac{f_t'}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} & \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \end{cases} \quad (3)$$

Ứng xử chịu cắt của bê tông được thể hiện qua mô đun đàn hồi cắt. Tại vị trí xuất hiện vết nứt, độ cứng chống cắt giảm do ảnh hưởng của vết nứt và được tính theo công thức 4:

$$G^{cr} = \beta G \quad (4)$$

Trong đó β là hệ số chiết giảm do ảnh hưởng của hư hỏng nứt. β bằng từ 0 đến 1.

Đối với đường cong ứng suất biến dạng của cốt thép, có thể sử dụng mô hình đàn dẻo:

$$f_{si} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{si} & 0 < \varepsilon_{si} < \varepsilon_y \\ f_y & \varepsilon_{si} > \varepsilon_y \end{cases} \quad (5)$$

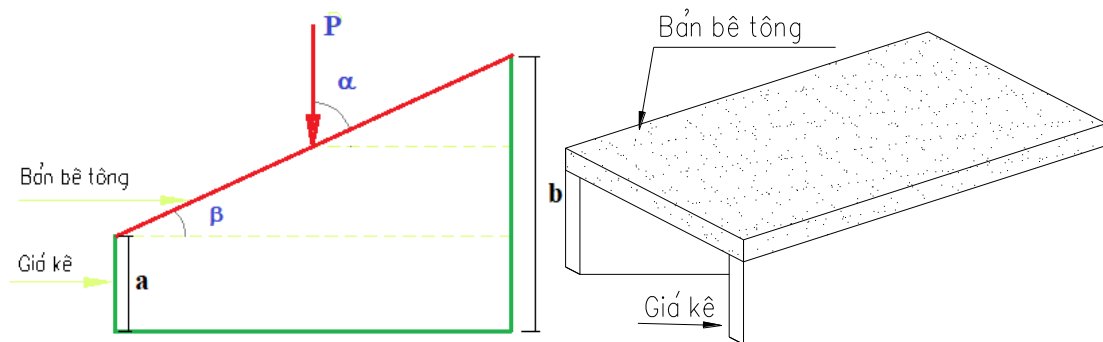
Các đường cong ứng suất biến dạng của bê tông và cốt thép là cơ sở để xây dựng được đường cong ứng suất biến dạng của vật liệu bê tông cốt thép theo phương ứng suất, biến dạng chính. Đây là cơ sở của mô hình nứt theo tổng biến dạng.

3. THÍ NGHIỆM VÀ MÔ HÌNH BẢN BTCT CHỊU NÉN NGHIÊNG

Để chứng minh khả năng sử dụng mô hình phân tích nứt theo tổng biến dạng trong việc phân tích sự làm việc của bản BTCT chịu nén nghiêng, tiến hành mô phỏng và so sánh với kết quả thí nghiệm.

3.1. Mô hình thí nghiệm

Xây dựng mô hình bản bê tông chịu nén với 03 góc nghiêng α khác nhau lần lượt là 25 độ, 45 độ và 70 độ.



Hình 3. Mẫu thí nghiệm.

Mỗi góc nghiêng tiến hành chế tạo 03 mẫu thí nghiệm. Bản bê tông dày 10cm, rộng 5m và dài 6m, cường độ chịu nén khi uốn $f_c = 40\text{MPa}$, kích thước cốt liệu lớn nhất $D_{\max} = 20\text{mm}$. Bản được bố trí 2 lưới cốt thép đường kính $D = 10\text{mm}$, bước cốt thép bằng 150×150

mm. Vị trí đặt lực nén đặt một tấm thép kê ngang, được hàn vào lưới cốt thép trên để tránh lực đặt trực tiếp lên bê tông. Trong quá trình thí nghiệm tiến hành ghi nhận cấp lực tác động (P), đo đặc biến dạng trong cốt thép, biến dạng của bê tông mặt dưới ngay dưới điểm đặt lực và chuyển vị thẳng đứng ở đáy bản. Bản được nén đến phá hoại.

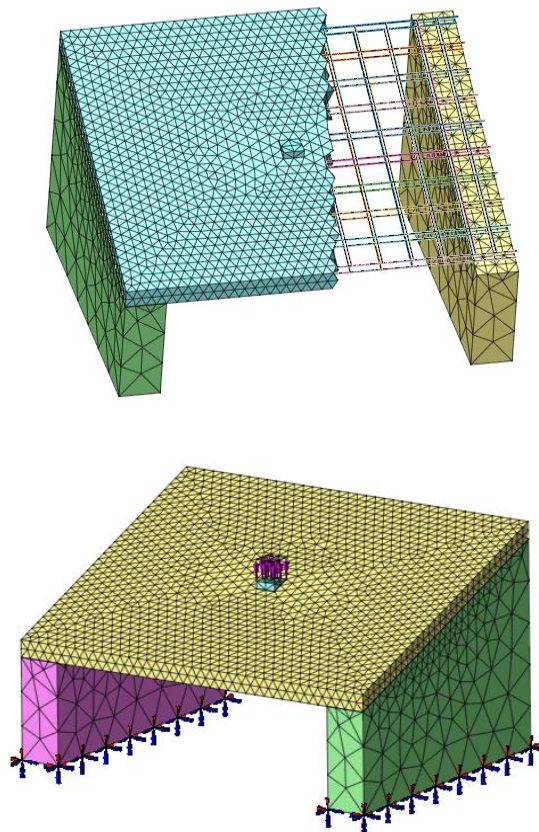
3.2. Kết quả mô hình hóa

Các mẫu thí nghiệm cũng được mô phỏng số sử dụng mô hình nứt theo tổng biến dạng; trong mô hình sử dụng thông số đầu vào của vật liệu như sau:

Bảng 2. Thông số đầu vào của vật liệu.

STT	Tên chỉ tiêu	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
Cốt thép CB400V				
1	Giới hạn chảy	f_y	400	MPa
2	Mô đun đàn hồi	E_s	20000	MPa
Bê tông C40				
3	Cường độ chịu nén	f_c	40	MPa
4	Mô đun đàn hồi	E_c	31975	MPa
5	Hệ số Poisson	ν	0,2	

Từ thông số đầu vào này, đường cong quan hệ ứng suất – biến dạng của bê tông và cốt thép được xây dựng theo các công thức đã được giới thiệu ở mục 2. Bản BTCT được mô hình theo phương pháp phần tử hữu hạn, có xét mô hình đầy đủ cốt thép và bê tông (xem hình 4)



Hình 4. Mô hình bản bê tông chịu nén.

Tiến hành phân tích chuyển vị thẳng đứng của bản và ứng suất trong cốt thép của bản theo các cấp tải trọng cho ở Bảng 3.

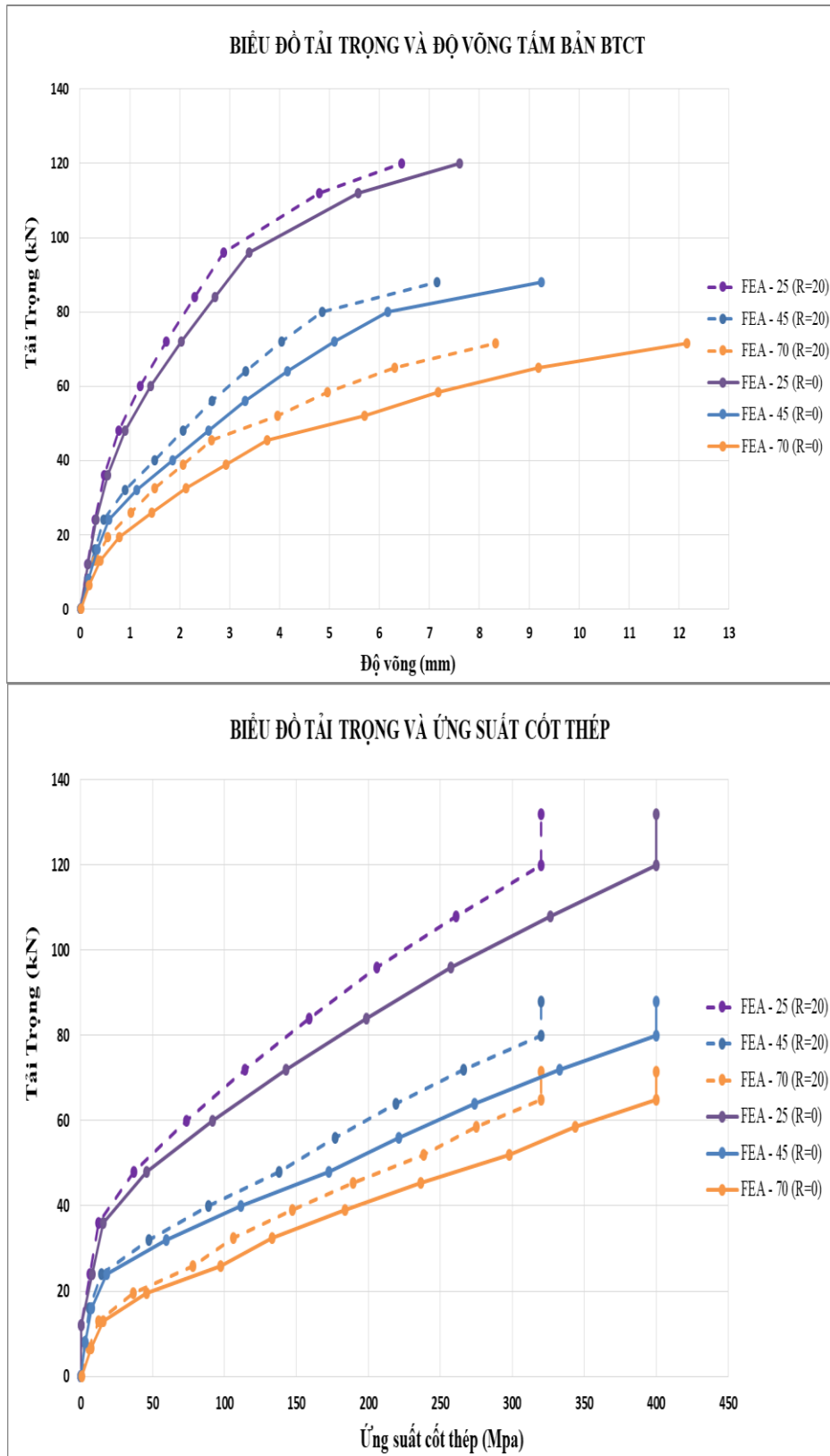
Bảng 3. Các cấp tải thí nghiệm/mô hình hóa.

Cấp tải	Pi/Pgh	Giá trị (kN)		
		$\alpha = 25^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 70^\circ$
CT 1	0,1Pgh	12	8	6,5
CT 2	0,2Pgh	24	16	13
CT 3	0,3 Pgh	36	24	19,5
CT 4	0,4 Pgh	48	32	26
CT 5	0,5 Pgh	60	40	32,5
CT 6	0,6 Pgh	72	48	39
CT 7	0,7 Pgh	84	56	45,5
CT 8	0,8 Pgh	96	64	52
CT 9	0,9 Pgh	108	72	58,5
CT 10	Pgh	120	80	65
CT 11	1.1Pgh	132	88	71,5

Kết quả phân tích chuyển vị lớn nhất, ứng suất trên cốt thép cho các bản với các góc nghiêng khác nhau qua 11 cấp tải được tổng hợp ở Bảng 4 và hình 5. Trong hình 5, nét đứt thể hiện độ võng, ứng suất trong thép ở điểm cách vị trí đặt lực 20 cm; trong khi nét liền thể hiện độ võng, ứng suất trong thép ở vị trí ngay dưới điểm đặt lực.

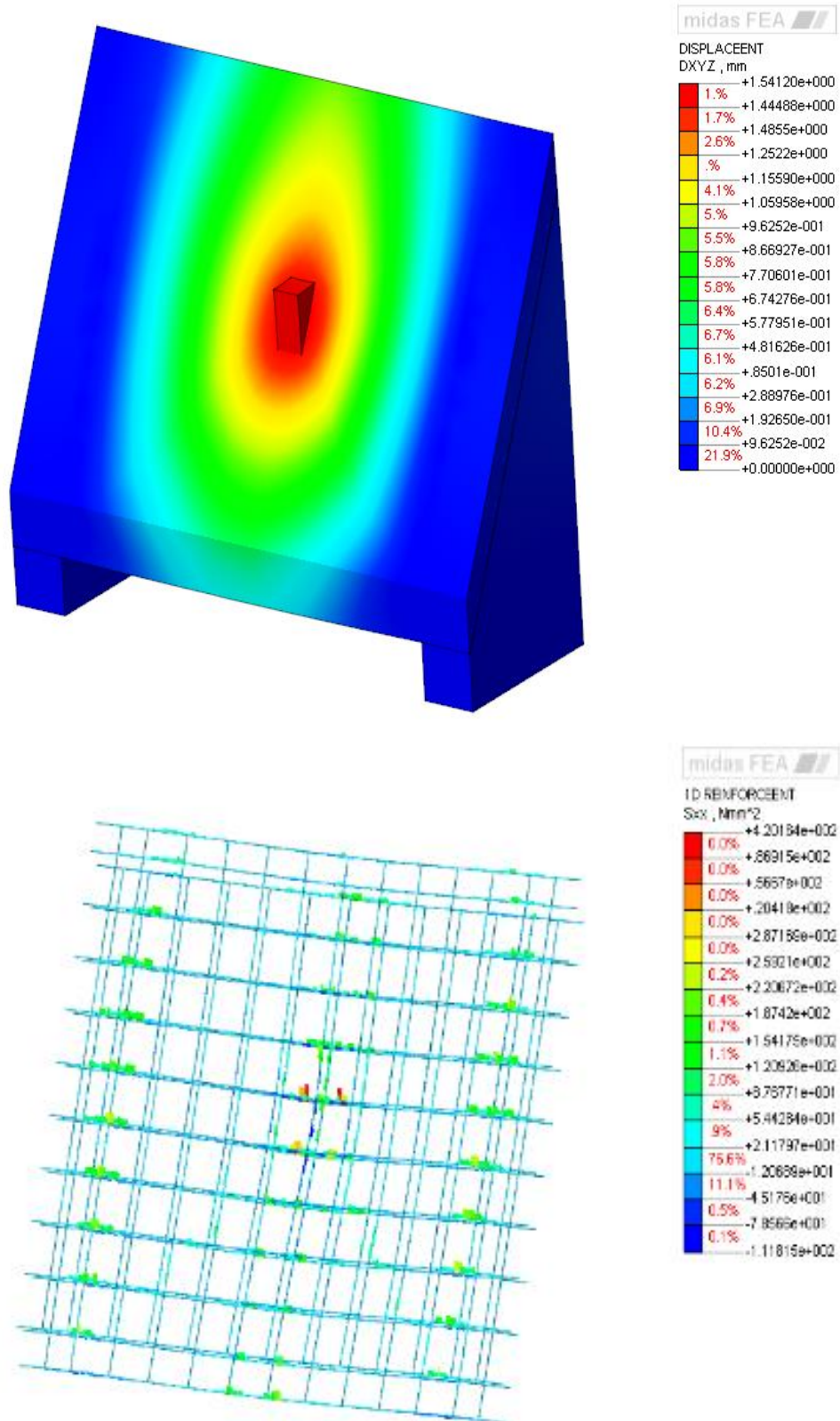
Bảng 4. Tóm tắt kết quả trên mô hình phân tích.

Cấp tải	Chuyển vị lớn nhất (mm)			Ứng suất cốt thép (Mpa)		
	$\alpha = 25^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 70^\circ$	$\alpha = 25^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 70^\circ$
1	0,17	0,17	0,19	0,5	3,4	7,1
2	0,32	0,35	0,41	8,1	7,8	15,9
3	0,56	0,58	0,80	15,8	18,1	45,8
4	0,91	1,13	1,44	46,1	59,6	97,5
5	1,42	1,86	2,13	91,9	111,3	133,0
6	2,03	2,58	2,93	142,8	172,5	183,8
7	2,70	3,31	3,75	198,7	221,0	236,6
8	3,39	4,16	5,70	257,3	273,9	297,9
9	5,58	5,09	7,17	326,4	332,7	343,6
10	7,61	6,17	9,18	400,0	400,0	400,0
11	10,81	9,24	12,16	400,0	400,0	400,0

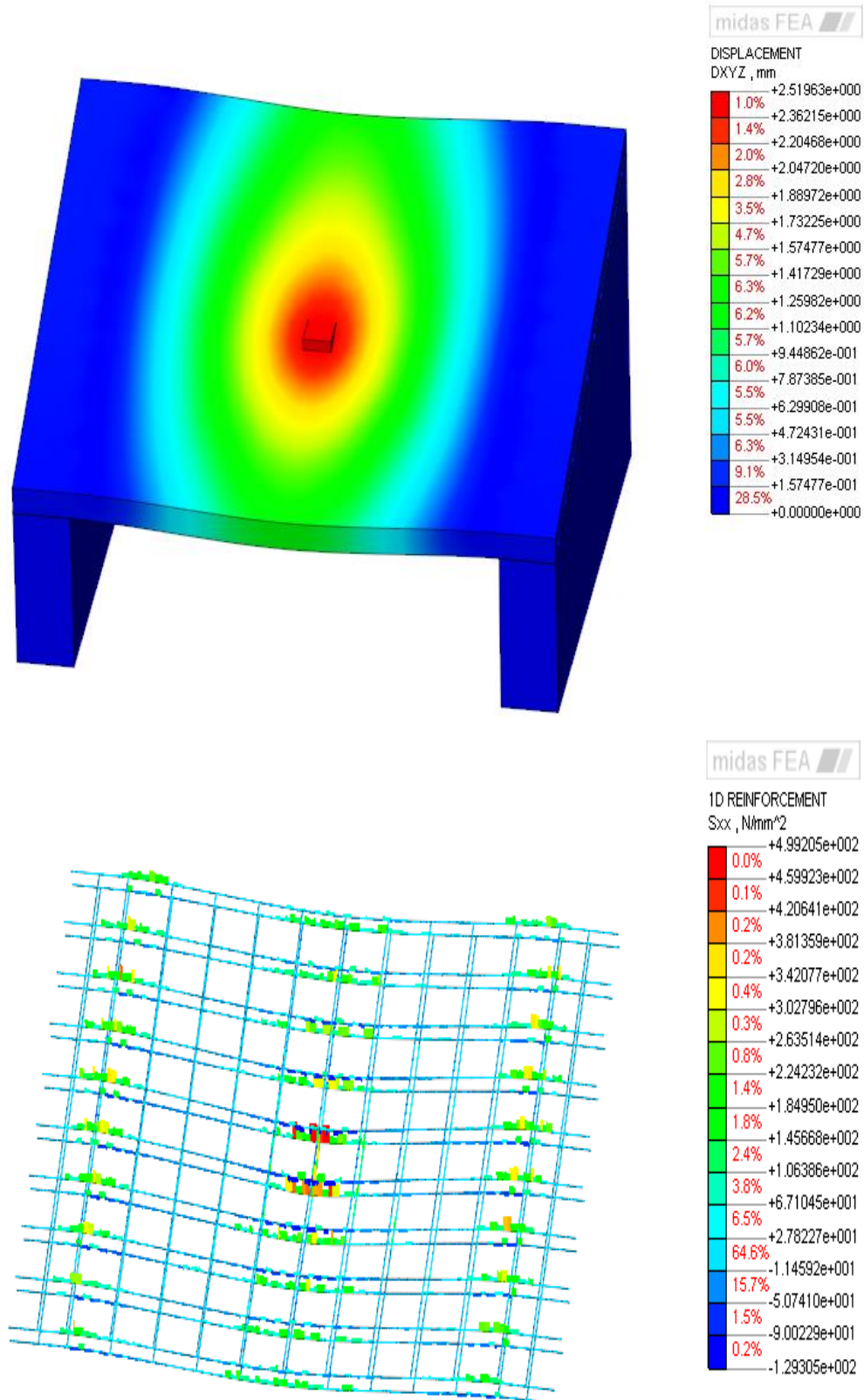


Hình 5, Biểu đồ quan hệ giữa tải trọng và độ võng, giữa tải trọng và ứng suất cốt thép.

Hình 6 thể hiện biến dạng của bản và phân bố ứng suất trong bản bê tông ứng với tải trọng tác dụng Pgh (cấp tải 10) cho các góc nghiêng khác nhau.



Hình 6a. Kết quả biến dạng bản và phân bố ứng suất trong cốt thép ở cấp tải 10 với trường hợp $\alpha=25$ độ, $P = 120$ kN.



Hình 6b. Kết quả biến dạng bản và phân bố ứng suất trong cốt thép ở cấp tải 10 với trường hợp $\alpha = 70$ độ, $P=65$ kN.

Bảng 4 và hình 6 cho thấy ứng suất kéo trong thép đạt giá trị giới hạn (400MPa) ở cấp tải 10 với các giá trị tải trọng phá hoại của bản (P_{gh}) cho các góc nghiêng 25 độ, 45 độ và 70 độ lần lượt là 120 kN, 80kN và 65 kN.

3.3. So sánh kết quả mô hình hóa và kết quả thí nghiệm

Độ võng và lực tác dụng tại thời điểm phá hoại tương ứng với các từng mẫu thí nghiệm được thể hiện ở bảng 5.

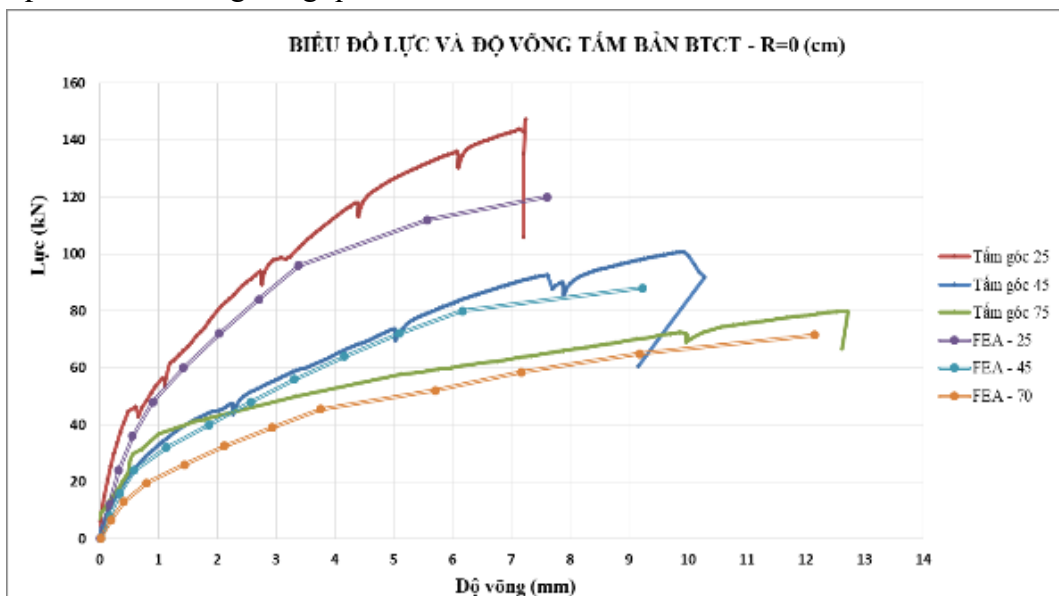
Bảng 5. Tóm tắt kết quả trên mô hình phân tích.

KẾT QUẢ THÍ NGHIỆM							
Lần đo	Vị trí (cm)	Mẫu 25°		Mẫu 45°		Mẫu 70°	
		Võng (mm)	Lực phá hoại (kN)	Võng (mm)	Lực phá hoại (kN)	Võng (mm)	Lực phá hoại (kN)
Lần 1	R=0	7,22	142	9,94	100,2	12,72	79,6
	R=20	6,27		7,20		8,48	
Lần 2	R=0	7,04	141,1	9,08	92,8	12,20	79,85
	R=20	6,02		6,68		8,39	
Lần 3	R=0	7,32	140	9,28	97,32	12,01	80,39
	R=20	6,25		7,25		9,08	

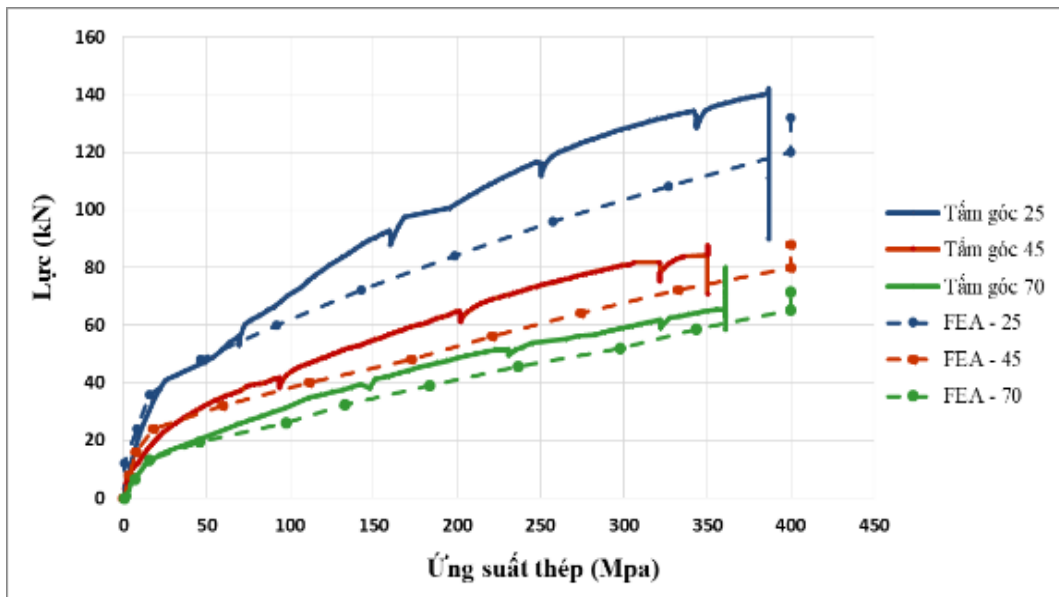
(R là khoảng cách từ vị trí đo võng đến tim điểm đặt lực)

Kết quả nén mẫu cho thấy lực phá hoại của bản ở các góc nghiêng 25 độ, 45 độ và 70 độ lần lượt là 141 kN, 96 kN và 80kN; lệch và lớn hơn giá trị theo kết quả mô hình là khoảng 15% đến 20%, Quan hệ lực – độ võng của bản theo thí nghiệm và theo kết quả mô phỏng được thể hiện ở hình 7, Nguyên nhân của sai khác là sự không đồng nhất trong ứng xử chịu lực của bê tông và trong mô hình đang giả thiết dính bám giữa thép và bê tông là tuyệt đối.

Dạng phá hoại từ kết quả mô hình cũng cho thấy sự tương đồng với dạng phá hoại thu nhận được từ kết quả thí nghiệm (xem hình 8). Theo đó, phá hoại gồm hai dạng là phá hoại do uốn và phá hoại tại vùng xung quanh điểm đặt lực.

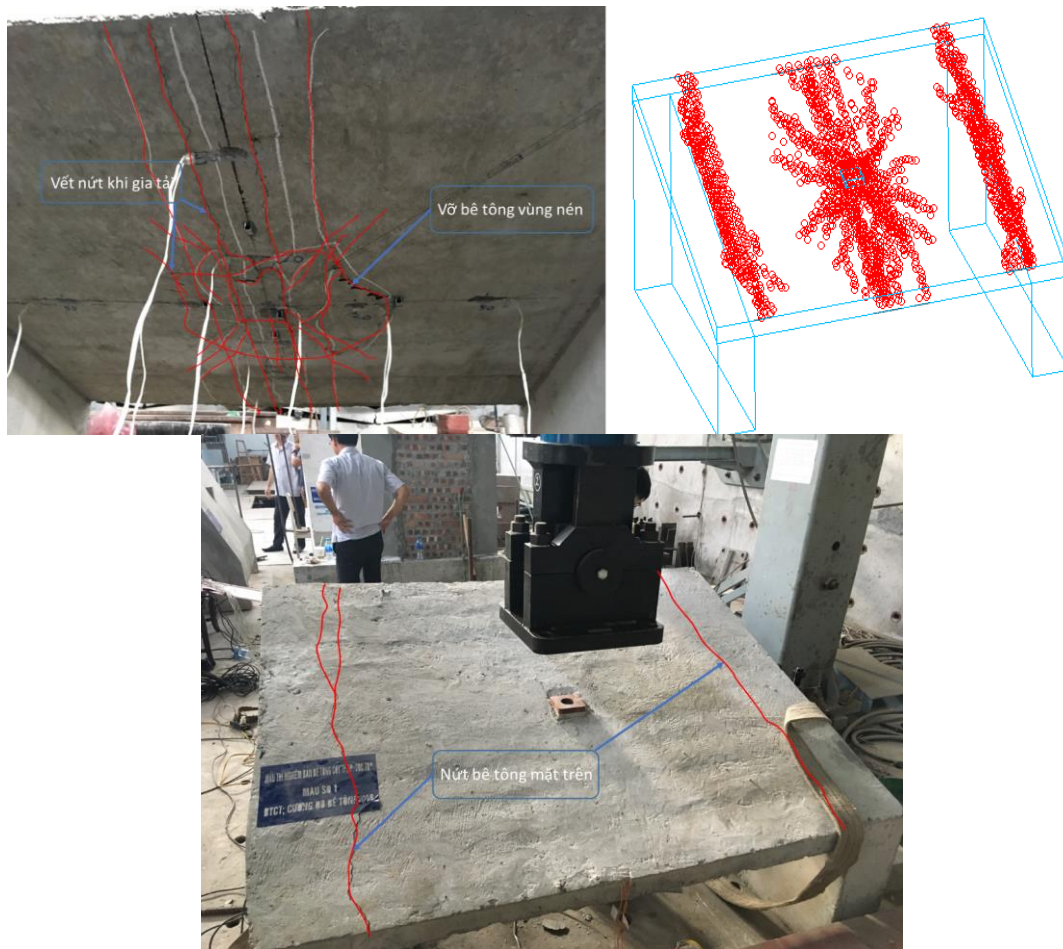


Hình 7a. So sánh kết quả mô hình và kết quả thí nghiệm.



Hình 7b. So sánh kết quả mô hình và kết quả thí nghiệm (tiếp).

Hình 8 cho thấy dạng phá hoại theo kết quả mô hình và thí nghiệm là phù hợp với nhau.



Hình 8. Dạng phá hoại trên bản BTCT theo kết quả thí nghiệm và theo mô hình.

4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, tác giả đã giới thiệu phương pháp mô hình nứt theo tổng biến dạng cho bê tông cốt thép hình khối; đồng thời ứng dụng và chứng minh được sự phù hợp của mô hình này trong việc phân tích sự làm việc trong và ngoài giai đoạn đàn hồi của bản BTCT chịu lực nén xiên thông qua kết quả thí nghiệm. Kết quả mô hình hóa và kết quả thí nghiệm cho thấy việc sử dụng kết quả mô hình nứt theo tổng biến dạng cho phép phân tích được ứng xử uốn tổng thể kết hợp với phá hoại cục bộ tại vị trí đặt lực, đồng thời cho phép phân tích xác định được ứng suất trong cốt thép, chuyển vị của bản bê tông và độ mở rộng vết nứt trên bản khi chịu lực. Đây là các giá trị cần thiết trong bài toàn phân tích bản BTCT chịu lực kéo/nén xiên góc ngoài mặt phẳng bản và có thể áp dụng trong thiết kế các công trình xây dựng bằng BTCT như vị trí bản mặt cầu chịu lực kéo xiên của dầm văng, bản chịu lực chống xiên của cột bê tông cốt thép đặt nghiêng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. T. D. Hrynyk, F. J. Vecchio, Capturing Out-of-Plane Shear Failures in the Analysis of Reinforced Concrete Shells, *J. Struct. Eng.*, 141 (2015) 1–11. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001311](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001311)
- [2]. M. Ngo, D. Brancherie, A. Ibrahimbegovic, Softening behavior of quasi-brittle material under full thermo-mechanical coupling condition: Theoretical formulation and finite element implementation, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 281 (2014) 1–28. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.07.029>
- [3]. N. N. Bui, M. Ngo, M. Nikolic, D. Brancherie, A. Ibrahimbegovic, Enriched Timoshenko beam finite element for modeling bending and shear failure of reinforced concrete frames, *Comput. Struct.*, 143 (2014) 9–18. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.06.004>
- [4]. J.G. Rots, J. Blaauwendraad, Crack Models for Concrete, Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating?, *Heron*, 34 (1989) 59 pages. <http://resolver.tudelft.nl/uuid:0a401939-2938-4f9d-a395-b6a6652b2cd9>
- [5]. R. G. Selby, F. J. Vecchio, A constitutive model for analysis of reinforced concrete solids, *Can. J. Civ. Eng.*, 24 (1997) 460–470. <http://hdl.handle.net/1807/10030>
- [6]. E. C. Bentz, F. J. Vecchio, M. P. Collins, Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements, *ACI Struct. J.*, 103 (2006) 614–624.
- [7]. Nguyễn Tuấn Bình, Ngô Văn Minh, Bùi Tiên Thành, Nguyễn Ngọc Long, Phân tích sự làm việc ngoài miền đàn hồi của dầm bê tông cốt thép dự ứng lực mặt cắt chữ U dùng trong đường sắt đô thị, *Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải*, 52 (2016) 10-17.
- [8]. Bùi Ngọc Tình, Nguyễn Ngọc Long, Nguyễn Viết Trung, Ngô Văn Minh, Phân tích trạng thái ứng suất – biến dạng bản mặt cầu và hiệu quả của hệ tăng cường trong cầu dầm văng một mặt phẳng dầm, *Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải*, 56 (2017) 41-46.
- [9]. Ngô Văn Minh, Phân tích nguyên nhân gây ra nứt xiên vách dầm hộp bê tông dự ứng lực căng sau của cầu đúc hẫng cân bằng, *Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải*, 70 (2019) 21-31. <https://doi.org/10.25073/tcsj.70.1.3>
- [10]. B. Ngekepe, T. Ode, S.N. Eluozo, Application of Total-Strain Crack Model in Finite Element Analysis for Punching Shear at Edge Connection, *International Journal of Research in Engineering and Social Sciences*, 06 (2016) 1-9.
- [11]. Comité Euro-International Du Béton, Ceb-Fip Model Code 1990: Design Code, 1993. <https://www.icevirtuallibrary.com/doi/book/10.1680/ceb-fipmc1990.35430>
- [12]. E. Thorenfeldt, A. Tomaszewicz, J.J. Jensen, Mechanical properties of high-strength concrete and application in design, *Proc. of the Symposium on Utilization of High-Strength Concrete*, Tapir, Trondheim, Norway, 1987, 149-159.