



COMPRESSIVE BEHAVIOR OF PERVIOUS CONCRETE BASED ON THE DUAL PHASE FIELD MODEL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION

Nguyễn Văn Hưng¹, Trần Bảo Việt¹, Vũ Thái Sơn²,
Nguyễn Hoàng Quân¹, Tạ Quốc Việt^{1*}

¹University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

²Hanoi University of Civil Engineering, No 5 Giai Phong Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 11/07/2026

Revised: 06/08/2026

Accepted: 12/08/2026

Published online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.7>

* Corresponding author

Email: tqviet@utc.edu.vn; Tel: +84989339908

Abstract. Pervious concrete is a sustainable and environmentally friendly drainage material increasingly used in smart urban infrastructure. However, accurately describing its compressive failure remains challenging because of its large, randomly distributed interconnected pores and complex damage accumulation within the cementitious matrix. This study develops and compares two independent dual-phase-field models that separately represent Mode I tensile fracture and compression–shear cracking. The framework incorporates the linear Mohr–Coulomb criterion and the nonlinear Hoek–Brown criterion within stochastic finite-element microstructures. At the macroscopic scale, a mixture-proportion design procedure was established by combining the ACI 522R-10 volumetric method with a Genetic Programming (GP) model to optimize the water-to-cement ratio. Numerical results show that the proposed multivariable phase-field models reproduce the nonlinear fracture behavior of pervious concrete and agree reasonably with experimental observations. A parametric study was also conducted to evaluate the influence of selected Hoek–Brown parameters on compressive response, failure characteristics, and associated damage evolution under compression.

Keywords: Pervious concrete, the dual phase field model, failure criterion, genetic programming, mesoscale, damage.

@ 2026 University of Transport and Communications



PHÂN TÍCH ỨNG XỬ CHỊU NÉN CỦA VẬT LIỆU BÊ TÔNG RỒNG DỰA TRÊN MÔ HÌNH TRƯỜNG PHA HAI BIẾN VÀ NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM

Nguyễn Văn Hưng¹, Trần Bảo Việt¹, Vũ Thái Sơn²,
Nguyễn Hoàng Quân¹, Tạ Quốc Việt^{1*}

¹Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

²Trường Đại học Xây dựng Hà Nội, Số 55 đường Giải Phóng, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 11/07/2026

Ngày nhận bài sửa: 06/08/2026

Ngày chấp nhận đăng: 12/08/2026

Ngày xuất bản Online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.7>

* Tác giả liên hệ

Email: tqviet@utc.edu.vn; Tel: +84989339908

Tóm tắt. Bê tông rồng là giải pháp thoát nước bền vững, thân thiện với môi trường đang được áp dụng rộng rãi trong hạ tầng đô thị thông minh. Tuy nhiên, việc mô tả chính xác ứng xử phá hủy nén của vật liệu này gặp nhiều thách thức cơ học do cấu trúc lỗ rỗng liên thông ngẫu nhiên lớn và sự tích lũy hư hại phức tạp ở pha liên kết. Nghiên cứu này trình bày việc phát triển, ứng dụng và so sánh hai mô hình trường pha hai biến độc lập (tách biệt cơ chế phá hủy kéo Mode I và nứt nén-cắt) kết hợp tiêu chuẩn Mohr-Coulomb tuyến tính và tiêu chuẩn Hoek-Brown phi tuyến trên nền vi cấu trúc phần tử hữu hạn ngẫu nhiên. Quy trình thiết kế thành phần cấp phối vĩ mô được xây dựng dựa trên sự tích hợp giữa lý thuyết thể tích tiêu chuẩn ACI 522R-10 và mô hình lập trình di truyền (Genetic Programming - GP) tối ưu tỷ lệ Nước/Xi măng (W/C). Kết quả khảo sát số cho thấy các mô hình trường pha nhiều biến đề xuất tại nghiên cứu này phản ánh tốt cơ chế phá phi tuyến vật liệu, phù hợp với một số quan sát thực nghiệm. Ảnh hưởng của một số tham số của mô hình Hoek-Brown lên ứng xử chịu nén của bê tông rồng được tiến hành khảo sát.

Từ khóa: Bê tông rồng; Phương pháp trường pha hai biến; Tiêu chuẩn phá hoại; Lập trình di truyền; cấu trúc vật liệu; hư hại.

@ 2006 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. MỞ ĐẦU

Cùng với tốc độ bê tông hóa ngày càng nhanh ở các đô thị, các vấn đề về quản lý nước mưa và ngập lụt bề mặt ngày càng trở nên nghiêm trọng. Bê tông rỗng (Pervious Concrete - PC) là một giải pháp về vật liệu quan trọng trong các hệ thống thoát nước bền vững (Sustainable Urban Drainage System-SUDS) [1]. Nhờ mạng lưới lỗ rỗng liên thông cho phép nước thấm thấu qua, bê tông rỗng giúp giảm thiểu ngập lụt, bổ sung lượng nước ngầm và lọc các chất ô nhiễm, đóng vai trò quan trọng trong các chiến lược phát triển đô thị ít tác động (Low impact development-LID) [2,3]. Việc thiết kế kết cấu của bê tông rỗng thường dựa vào tiêu chí cường độ chịu nén. Tuy nhiên, do đặc thù cấu trúc bao gồm các cốt liệu được liên kết với nhau bằng những lớp vữa mỏng tạo thành một khung xương với độ rỗng lớn [4], cơ chế phá hủy của bê tông rỗng chịu tải trọng nén phức tạp hơn nhiều so với bê tông thường. Quá trình phá hủy bao gồm sự phát triển của các hư hại của lớp vữa liên kết các hạt cốt liệu, dẫn tới sự phá hoại của bê tông rỗng. Vì vậy, việc phát triển các mô hình số tiên tiến để mô phỏng toàn bộ quá trình tiến triển phá hủy là vô cùng cần thiết nhằm đánh giá chính xác khả năng chịu lực và độ tin cậy của vật liệu [4–8].

Hiện nay, phương pháp phase field, với tên gọi phương pháp trường pha, đã thể hiện được nhiều ưu điểm vượt trội trong việc mô phỏng quá trình lan truyền hư hại. Thông qua một biến vô hướng (trường pha) để mô tả trạng thái hư hại của vật liệu, phương pháp này có thể tự động dự đoán quá trình hình thành, phát triển và phân nhánh của vết nứt mà không cần các thuật toán theo dõi phức tạp [9,10]. Mặc dù các mô hình trường pha truyền thống hoạt động rất hiệu quả đối với phá hủy kéo (Mode I), chúng lại gặp nhiều hạn chế khi áp dụng cho các hư hại do nén của các vật liệu dạng hạt như bê tông rỗng, nơi cơ chế trượt ma sát và cắt đóng vai trò chủ đạo [11,12]. Gần đây, một số mô hình trường pha đa biến đã được đề xuất [13,14], trong đó một số mô hình đã tích hợp các tiêu chuẩn phá hủy nén-cắt như Mohr-Coulomb hay Hoek-Brown nhằm khắc phục nhược điểm này [15,16]. Ở bài báo này, chúng tôi phát triển, ứng dụng và so sánh hai mô hình trường pha hai biến kết hợp (Dual Phase Field), trong đó cơ chế phá hủy kéo được tách biệt hoàn toàn với cơ chế phá hủy cắt/nén. Cụ thể, sự suy giảm độ cứng do trượt cắt được điều khiển bởi hai tiêu chuẩn phá hủy: tiêu chuẩn tuyến tính Mohr-Coulomb và tiêu chuẩn phi tuyến Hoek-Brown. Các mô hình này cho phép miêu tả sự hình thành các hư hại tại lớp vữa xi măng của cấu trúc bê tông rỗng chịu nén. Sau đó, mô hình trường pha hai biến với tiêu chuẩn Hoek-Brown được lựa chọn để so sánh với với kết quả nén mẫu bê tông rỗng. Cấp phối của bê tông rỗng này được xác định dựa trên nghiên cứu thực nghiệm về thiết kế thành phần vật liệu theo quy trình cải tiến dựa vào dữ liệu đã được công bố bởi Le và cộng sự [17]. Mô hình số đề xuất thể hiện sự tương đồng với thực nghiệm, mở ra các hướng nghiên cứu tiếp theo. Ảnh hưởng của các tham số của tiêu chuẩn Hoek – Brown cũng được tiến hành khảo sát.

2. MÔ HÌNH TRƯỜNG PHA HAI BIẾN VÀ RỜI RẠC SỐ HỌC

2.1. Thiết lập lý thuyết cơ bản

Mô hình được thiết lập trên nguyên lý biến phân của cơ học phá hủy, trong đó các mặt nứt rời rạc được biểu diễn thông qua các trường vô hướng biến thiên từ 0 đến 1, miêu tả trạng thái nguyên vẹn và hư hại của mẫu. Để miêu tả cơ chế phá hủy phức tạp của bê tông rỗng, hai biến trường pha độc lập được sử dụng: $d^t(\mathbf{x}) \in [0,1]$ thể hiện các hư hại do kéo (mode I) và $d^s(\mathbf{x}) \in [0,1]$ thể hiện các hư hại do trượt/cắt (mode II, III) tại tọa độ $\mathbf{x}$. Năng lượng toàn phần của mẫu bị nứt Ψ được phân tách thành năng lượng biến dạng đàn hồi và năng lượng cần thiết để sinh ra vết nứt như sau:

$$\Psi(\mathbf{u}, d^t, d^s) = \int_{\Omega} w_e(\boldsymbol{\varepsilon}, d^t, d^s) d\Omega + \int_{\Omega} \sum_{\alpha \in \{t, s\}} g_c^\alpha \left[\frac{(d^\alpha)^2}{2l_d} + \frac{l_d^\alpha}{2} |\nabla d^\alpha|^2 \right] d\Omega \quad (1)$$

Trong đó, w_e là mật độ năng lượng biến dạng của vật thể bị nứt. $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$ là ten – xơ biến dạng, $\mathbf{u}$ là trường chuyển vị, g_c^t và g_c^s là năng lượng phá hủy tới hạn tương ứng với hư hại do kéo và hư hại do trượt/cắt, l_d^α là tham số bề rộng vết nứt. Khi $l_d^\alpha \rightarrow 0$, vết nứt ảo được miêu tả bằng mô hình trường pha sẽ tiệm cận đến vết nứt thật. Các tính chất đàn hồi của miền bị nứt sẽ bị suy giảm khi vết nứt phát triển và được biểu diễn thông qua các hàm hư hại. Ở đây, hai hàm số hư hại được sử dụng, tương ứng với hư hại sinh ra do kéo và cắt/trượt:

$$w_e(\boldsymbol{\varepsilon}, d^t, d^s) = h_t(d^t)w_e^+(\boldsymbol{\varepsilon}) + h_s(d^s)w_e^-(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2)$$

Trong đó, w_e^+ , w_e^- lần lượt là thành phần kéo và nén của mật độ năng lượng biến dạng w_e . $h_t(d^t)$ và $h_s(d^s)$ là các hàm số hư hại được định nghĩa ở dạng bậc hai $h_\alpha(d^\alpha) = (1 - d^\alpha)^2 + \xi$, với ξ là hằng số dương vô cùng bé, nhằm đảm bảo ten-xơ độ cứng của vật liệu luôn xác định dương khi mẫu bị nứt hoàn toàn ($d^\alpha = 1$). Các thành phần năng lượng w_e^+ , w_e^- được tính toán dựa trên thành phần biến dạng kéo và biến dạng nén của ten – xơ biến dạng $\boldsymbol{\varepsilon}$ như sau:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^+ + \boldsymbol{\varepsilon}^- \quad (3)$$

$$w_e^\pm(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} \langle \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \rangle_\pm^2 + \mu \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^\pm)^2 \quad (4)$$

với λ và μ là các hằng số Lamé, toán tử $\langle x \rangle_+ = (x + |x|)/2$ và $\langle x \rangle_- = (x - |x|)/2$.

Giả thiết rằng quá trình phát triển vết nứt do kéo và cắt là hai quá trình tiêu hao năng lượng độc lập, áp dụng nguyên lý cực tiểu năng lượng, các phương trình trạng thái lần lượt cho biến trường pha kéo và cắt được biểu diễn như dưới đây:

$$\begin{cases} -h'_t(d^t)w_e^+ - g_c^t \left\{ \frac{1}{l_d^t} d^t - l_d^t \text{div}(\nabla d^t) \right\} = 0, & \dot{d}_t > 0 \\ -h'_s(d^s)w_e^- - g_c^s \left\{ \frac{1}{l_d^s} d^s - l_d^s \text{div}(\nabla d^s) \right\} = 0, & \dot{d}_s > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Trong đó, $h'_t(d^t) = -2(1 - k)(1 - d^t)$ và $h'_s(d^s) = -2(1 - s)(1 - d^s)$ lần lượt là đạo hàm của hàm hư hại theo biến hư hại kéo và cắt. $\dot{d}_t$ và $\dot{d}_s$ là tốc độ phát triển của hư hại.

2.2. Động lực phá hủy cắt theo tiêu chuẩn tuyến tính Mohr-Coulomb và tiêu chuẩn phi tuyến Hoek -Brown

Quá trình lan truyền hư hại, hay nói cách khác, sự gia tăng của các biến trường pha được thúc đẩy bởi các hàm động lực năng lượng (driving force) tích lũy trong quá trình gia tải. Theo phương trình 5, động lực sinh ra hư hại do kéo d^t , hư hại do trượt cắt d^s tương ứng lần lượt là w_e^+ và w_e^- . Tuy nhiên, tiêu chuẩn này chưa phản ánh đúng ứng xử hư hại của bê tông chịu tải trọng nén. Đối với phá hủy nén-cắt của vật liệu dạng hạt như vữa xi măng trong bê tông rỗng, động lực nứt chủ yếu do sự trượt ma sát và cắt dưới áp lực nén. Cụ thể là, vết nứt do cắt sinh ra khi các ứng suất kéo chính là ứng suất nén. Để miêu tả ứng xử này, Yu và cộng sự [15] đề xuất sử dụng hàm ứng suất cắt theo tiêu chí Mohr -Coulomb như sau:

$$f_{cs}^{MC} = \frac{(\sigma_1)_- - (\sigma_3)_-}{2\cos\phi} + \frac{(\sigma_1)_- + (\sigma_3)_-}{2} \tan\phi - c \quad (6)$$

Trong đó, σ_1, σ_3 lần lượt là ứng suất chính lớn nhất và nhỏ nhất ($\sigma_1 > \sigma_3$). ϕ, c lần lượt là góc nội ma sát, lực kết dính của vật liệu. Kí hiệu $(\cdot)_- = \min(\sigma_{1,3}, 0)$. Từ đó, động lực năng lượng sinh ra hư hại cắt theo tiêu chuẩn Mohr-Coulomb được xác định như sau:

$$w_s^- = w_{MC}^- = \frac{(f_{cs}^{MC})^2}{2G} \quad (7)$$

Với G là mô đun đàn hồi trượt.

Tiêu chuẩn tuyến tính Mohr – Coulomb được thiết lập dựa trên các giả thiết lý tưởng hóa. Để miêu tả chính xác hơn ứng xử hư hại do cắt của bê tông, Jia và cộng sự [16] đề xuất sử dụng tiêu chí phi tuyến Hoek-Brown:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \quad (8)$$

Ở đây, σ_c là cường độ chịu nén đơn trục của đá nguyên vẹn (ở đây là vỉa xi măng), m và s là các tham số thực nghiệm không thứ nguyên. Hai tham số này cũng đặc trưng cho góc ma sát trong và lực dính của vật liệu. Hàm ứng suất cắt theo tiêu chí Hoek-Brown được xác định như sau:

$$f_{cs}^{HB} = (\sigma_1 - \sigma_3 - \sqrt{-m\sigma_c\sigma_1 + s\sigma_c^2})_+ \quad (9)$$

Tương tự như mô hình Mohr-Coulomb, động lực năng lượng sinh ra hư hại do cắt được xác định

$$w_s^- = w_{HB}^- = \frac{(f_{cs}^{HB})^2}{2G} \quad (10)$$

Từ đó, tiêu chí để hai trường pha phát triển được xác định như sau:

$$\begin{cases} -h'_t(d^t)w_e^+ - g_c^t \left\{ \frac{1}{l_d} d^t - l_d \operatorname{div}(\nabla d^t) \right\} = 0, & \dot{d}_t > 0 \\ -h'_s(d^s)w_s^- - g_c^s \left\{ \frac{1}{l_d} d^s - l_d \operatorname{div}(\nabla d^s) \right\} = 0, & \dot{d}_s > 0 \end{cases} \quad (11)$$

Để miêu tả quá trình bất đảo ngược khi vết nứt phát triển, Miehe và cộng sự đưa ra định nghĩa hàm lịch sử năng lượng:

$$\begin{cases} \mathcal{H}^t(\mathbf{x}, t) = \max_{\tau \in [0, t]} \{w_e^+(\mathbf{x}, \tau)\}. \\ \mathcal{H}^s(\mathbf{x}, t) = \max_{\tau \in [0, t]} \{w_{MC}^-(\mathbf{x}, \tau)\}. \text{ Mohr – Colomb hoặc} \\ \mathcal{H}^s(\mathbf{x}, t) = \max_{\tau \in [0, t]} \{w_{HB}^-(\mathbf{x}, \tau)\}. \text{ Hoek – Brown} \end{cases} \quad (12)$$

Trong đó, τ là biến thời gian.

2.3. Rời rạc hóa bài toán

Để giải quyết bài toán trên miền tính toán, hệ phương trình đạo hàm riêng liên kết được chuyển sang dạng tích phân yếu và rời rạc hóa không gian bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM). Bằng cách xấp xỉ trường chuyển vị $\mathbf{u} \approx \mathbf{N}_u \mathbf{a}_u$ và trường pha $d^\alpha \approx \mathbf{N}_d \mathbf{a}_{d^\alpha}$ thông qua

các hàm dạng $\mathbf{N}$, hệ phương trình ma trận tuyến tính hóa tại mỗi bước thời gian được thể hiện qua phương trình dưới đây:

$$\mathbf{K}^u \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{f}_{ext}, \quad \mathbf{K}^{d^\alpha} d^\alpha = \mathbf{f}^{d^\alpha} \quad (13)$$

Trong đó: $\mathbf{a}_{u,d^\alpha}$ lần lượt trường chuyển vị và trường hư hại tại các nút phần tử - $\mathbf{K}^u$ là ma trận độ cứng tổng thể, phụ thuộc vào mức độ suy giảm do hàm $h_\alpha(d^\alpha)$. - $\Delta \mathbf{f}_{ext}$ là vector ngoại lực hoặc chuyển vị cưỡng bức. - $\mathbf{K}^{d^\alpha}$ là ma trận độ cứng của trường pha, bao gồm cả các thành phần phụ thuộc vào l_d và hàm lịch sử $\mathcal{H}^\alpha$. - $\mathbf{f}^{d^\alpha}$ là véc-tơ lực thúc đẩy sự phát triển của vết nứt, tỷ lệ thuận với $\mathcal{H}^\alpha$.

2.4. Thuật toán giải lặp so le (Alternate Minimization)

Do hệ phương trình của mô hình trường pha kết hợp mang tính phi tuyến cao (chuyển vị và biến pha phụ thuộc lẫn nhau), một thuật toán giải lặp so le được áp dụng trong quy trình tính toán nhằm đảm bảo sự ổn định và hội tụ. Thuật toán được tiến hành theo các bước tuần tự tại mỗi gia số tải trọng:

Bước 1: Giải phương trình cơ học: Cố định các giá trị d^t và d^s từ bước lặp trước, lắp ráp ma trận $\mathbf{K}^u$ và giải hệ phương trình để tìm biến thiên chuyển vị $\Delta \mathbf{u}$.

Bước 2: Cập nhật ứng suất và biến dạng: Dựa trên trường chuyển vị mới, tính toán tensor biến dạng $\boldsymbol{\varepsilon}$, thực hiện phân tích phổ thành $\boldsymbol{\varepsilon}^\pm$ và cập nhật ứng suất hữu hiệu $\boldsymbol{\sigma}$.

Bước 3: Tính toán động lực phá hủy: Dựa trên trạng thái ứng suất, tính toán động lực w_e^+ và w_s^- , sau đó cập nhật các hàm lịch sử năng lượng $\mathcal{H}^t$ và $\mathcal{H}^s$.

Bước 4: Giải phương trình tiến hóa biến pha: Giữ cố định $\mathbf{u}$ và $\mathcal{H}^\alpha$, lắp ráp ma trận $\mathbf{K}^{d^\alpha}$ và giải độc lập hai hệ phương trình để cập nhật giá trị mới cho d^t và d^s .

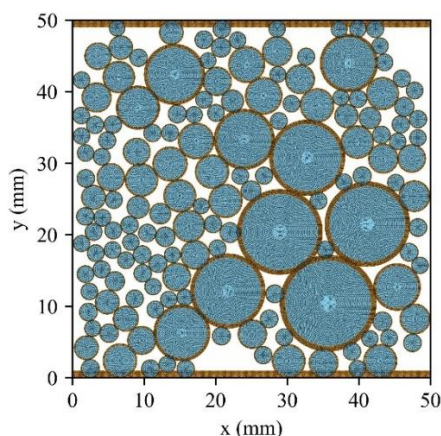
Kiểm tra hội tụ: So sánh sự thay đổi của các biến giữa hai lần lặp. Nếu sai số dư vượt ngưỡng cho phép ($\delta < 10^{-4}$), quay lại Bước 1 với giá trị mới. Nếu đã hội tụ, trạng thái được lưu lại và chuyển sang gia số tải trọng tiếp theo.

3. Tạo lưới và khảo sát tham số

3.1. Tạo lưới cấu trúc vi mô

Bê tông rỗng được cấu tạo từ các hạt cốt liệu được liên kết với nhau thông qua một lớp đá xi măng mỏng bao xung quanh các hạt cốt liệu. Ở đây, các hạt cốt liệu được mô phỏng với dạng hình tròn, gắn với nhau nhờ lớp vữa mỏng có dạng hình vành khăn. Cụ thể về quá trình tạo lưới, người đọc có thể xem trong tài liệu [12]. Quá trình tạo mẫu bao gồm hai bước chính: quá trình chọn hạt (lấy mẫu theo cấp phối thiết kế) và quá trình sắp xếp hạt (bố trí ngẫu nhiên các hạt vào trong miền tính toán). Trong quá trình sắp xếp, các thuật toán kiểm tra được áp dụng để đảm bảo các hạt cốt liệu thỏa mãn ba điều kiện: (i) pha cốt liệu và pha xi măng phải nằm trong miền mô phỏng, (ii) các hạt cốt liệu và lớp đá xi măng bao quanh không được giao với hạt cốt liệu đã gieo trước đó, (iii) hạt cốt liệu cùng với lớp mỏng đá xi măng tại mỗi lần gieo phải cắt qua lớp đá xi măng của ít nhất một hạt đã được gieo ở bước trước. Các khoảng trống không chứa vật liệu đóng vai trò là mạng lưới lỗ rỗng liên thông của mẫu bê tông rỗng. Sau khi quá trình tạo hình học hoàn thành, mẫu bê tông rỗng được miêu tả bằng các phần tử

tam giác của phương pháp phần tử hữu hạn. Hình 1 miêu tả lưới hình học bê tông rỗng có kích thước 50x50 mm, độ rỗng bằng 23,53%. Lưu ý rằng nhằm phân bố đều lực tác dụng lên mẫu, hai lớp vữa hình chữ nhật dày 2mm được đặt ở biên dưới và biên trên của mẫu.



Hình 1. Mô hình hình học của bê tông rỗng (độ rỗng 23,53%).

3.2. So sánh các mô hình

Trong phần này, để đánh giá hiệu quả của các tiêu chuẩn, bốn mô hình được xem xét trên cùng một mẫu bê tông rỗng có kích thước 50x50 mm, chịu tác dụng của chuyển vị nén với bước gia tải $\Delta u = -0,01$ mm

- Mô hình M1 Mohr –Coulomb (MC – kéo – cắt kết hợp)
- Mô hình M2 Hoek – Brown (HB – kéo cắt kết hợp)
- Mô hình M3 Mohr – Coulomb (MC – chỉ có cắt, không có kéo)
- Mô hình M4 Hoek – Brown (HB – chỉ có cắt, không có kéo)

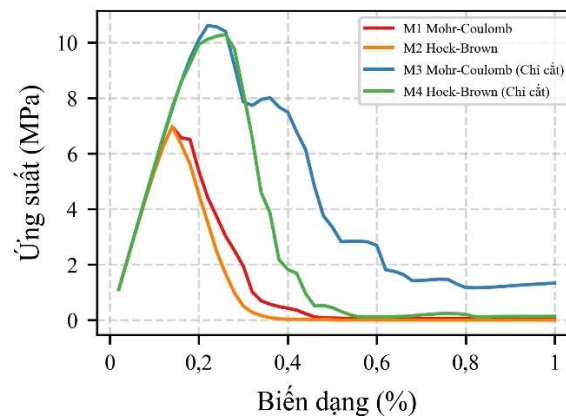
Bảng 1 thể hiện các đại lượng của mô hình số. Nhằm mục đích đơn giản hóa tính toán, tham số chiều dày của vết nứt do kéo và do nén được lấy bằng nhau và lấy bằng $l_a^t = l_a^s = 0,2mm$.

Bảng 1: Bảng tổng hợp tham số vật liệu vi mô và thông số mô hình trường pha.

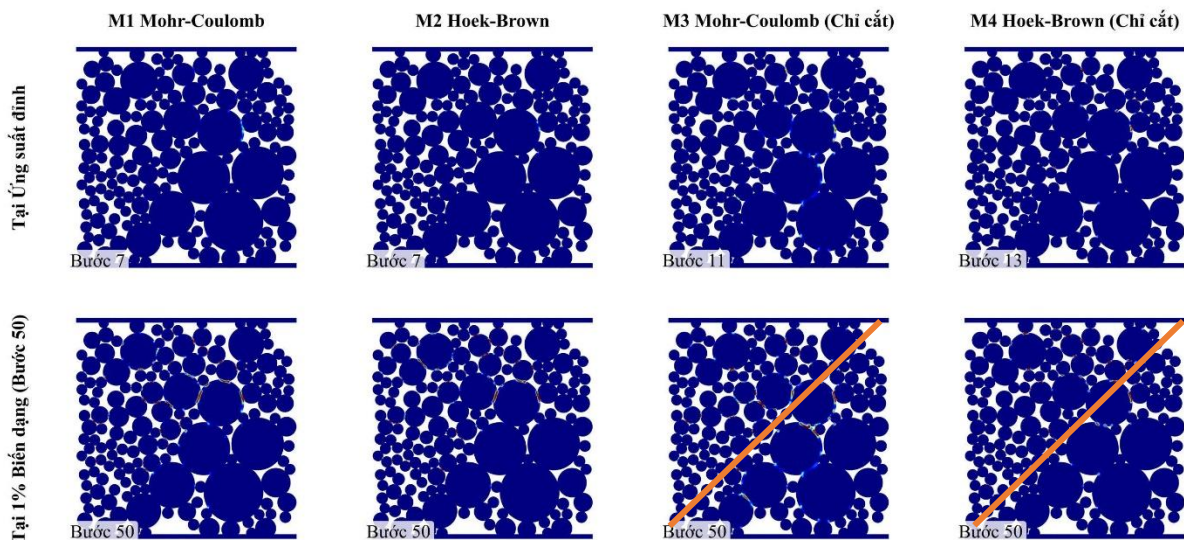
Tiêu chuẩn	Tên	Hạt cốt liệu	Đá xi măng
	Mô đun đàn hồi E (GPa)	26	23,872
	Hệ số Poisson ν	0,24	0,24
	Năng lượng phá hoại do kéo g_c^t (kN/mm)	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-5}$
	Năng lượng phá hoại do cắt g_s^t (kN/mm)	$2,0 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-6}$
Tiêu chí Mohr - Coulomb	Lực kết dính c (MPa)	—	5
	Góc ma sát trong ϕ (độ)	—	30
Tiêu chí Hoek – Brown	Cường độ chịu nén đơn trục vữa (MPa)	—	69,28
	Hệ số ma sát thực nghiệm m	—	10
	Hằng số nguyên vẹn/dính kết liên kết vữa s	—	0,9

Kết quả đường cong ứng suất–biến dạng từ bốn mô hình được thể hiện trên hình 2. Nhận thấy rằng các mô hình đều cho kết quả giống nhau ở giai đoạn đàn hồi. Mô hình Mohr – Coulomb (M1) và mô hình Hoek Brown (M2) xét đến ứng xử kéo và cắt kết hợp cho kết quả

khá tương đồng về giá trị ứng suất lớn nhất (bằng 6,81 MPa) và giai đoạn ứng xử sau đàn hồi. Tương tự, hai mô hình này khi chỉ xét đến ứng xử cắt (M3,M4) cũng cho kết quả tương đồng. Quan sát thấy rằng, nếu chỉ xét riêng phá hoại do cắt, giá trị ứng suất lớn nhất thu được tăng lên 10,34 MPa với Mohr -Coulomb chỉ cắt và 10,25 MPa với mô hình Hoek Brown chỉ cắt. Việc giả thiết $d^t = 0$ làm loại bỏ các vết nứt vì mô sinh ra do kéo, làm tăng khả năng chịu nén của các mẫu bê tông rỗng. Giả thiết này là phù hợp với ứng xử của bê tông rỗng, khi mà hư hại sinh ra chủ yếu là phá hoại cắt tại các lớp vữa. Quá trình phát triển của các hư hại do cắt d^s tại thời điểm ứng suất đạt giá trị lớn nhất và ứng với biến dạng 1% được miêu tả trên hình 3. Nhận thấy rằng, tại thời điểm ứng suất đạt giá trị lớn nhất, các hư hại tập trung ở gần khu vực đặt lực. Tại thời điểm biến dạng 1%, các vết nứt cắt này lan rộng và liên kết chéo thành các dải phá hủy trượt xiên khoảng 45° nối liền các lỗ rỗng liên thông lớn, dẫn đến mẫu bê tông rỗng bị phá hoại. Nhìn chung hai tiêu chuẩn Mohr-Coulomb và Hoek- Brown đưa ra kết quả khá tương đồng về dạng phá hoại, đường cong lực chuyển vị. Tuy nhiên, trong phần tiếp theo của bài báo, mô hình Hoek-Brown được sử dụng, do xét đến thông số quan trọng là cường độ chịu nén đơn trục của vữa. Đây là tham số quan trọng tác động đáng kể đến cường độ chịu nén của bê tông rỗng.



Hình 2. Đường cong ứng suất - biến dạng thu được từ 4 trường hợp.



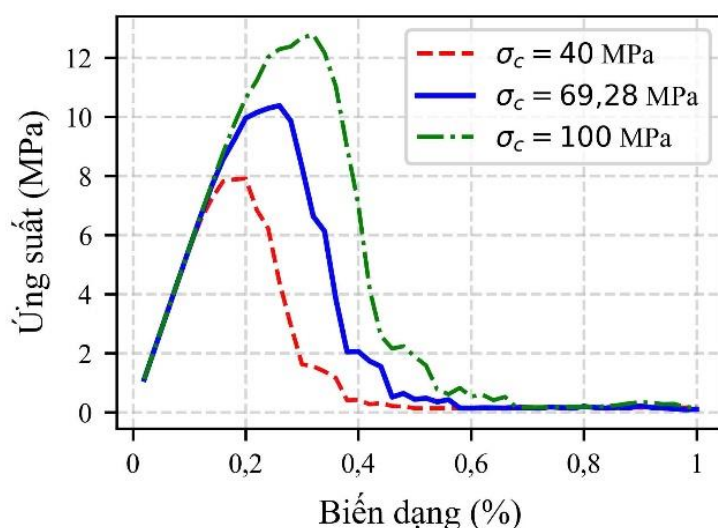
Hình 3. Dạng nứt ứng với giá trị ứng suất lớn nhất và điểm biến dạng (1%).

3.3. Khảo sát ảnh hưởng của các tham số của mô hình Hoek-Brown phi tuyến

Trong phần này, vai trò của các tham số của mô hình Hoek-Brown phi tuyến như (cường độ chịu nén đơn trục của vữa σ_c , hệ số ma sát thực nghiệm m , hệ số dính kết/nguyên vẹn s) lên khả năng chịu lực nén của bê tông rỗng được tiến hành khảo sát. Cấu trúc mẫu bê tông rỗng trên hình 1 được sử dụng để xét vai trò của các tham số.

3.3.1. Ảnh hưởng của cường độ chịu nén đơn trục vữa σ_c

Trước tiên, ảnh hưởng của cường độ chịu nén đơn trục vữa σ_c lên đường cong ứng suất – biến dạng được tiến hành khảo sát. Ba giá trị của σ_c được chọn lần lượt bằng $\sigma_c = 40\text{MPa}$, $\sigma_c = 69,28\text{MPa}$ và $\sigma_c = 100\text{MPa}$. Hệ số ma sát thực nghiệm m và hệ số dính kết/nguyên vẹn s được giữ không đổi lần lượt bằng $m = 10$ và $s = 0,9$.

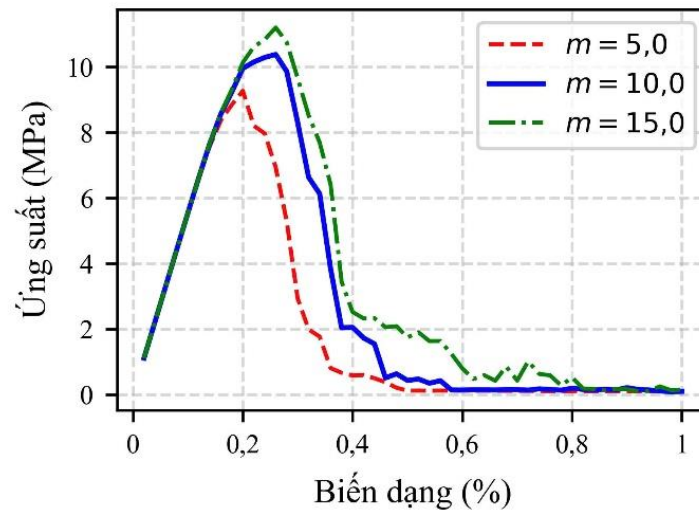


Hình 4. Vai trò của cường độ chịu nén đơn trục vữa σ_c đến ứng xử chịu nén của bê tông rỗng.

Hình 4 thể hiện vai trò của cường độ chịu nén đơn trục vữa σ_c đến khả năng chịu lực nén của mẫu bê tông rỗng. Kết quả cho thấy rằng tham số σ_c không ảnh hưởng đến giai đoạn ứng xử đàn hồi của mẫu bê tông rỗng mà tác động tới giá trị ứng suất lớn nhất. Cụ thể, khi σ_c tăng từ 40 MPa lên 69,28 MPa và 100 MPa cường độ chịu nén tăng lần lượt từ 8 MPa lên 10,25 MPa và 12,36 MPa. Về mặt vật lý, cường độ chịu nén đơn trục vữa σ_c tỷ lệ thuận với khả năng chịu cắt của lớp vữa. Cường độ chịu nén tăng lên kéo theo sự gia tăng cường độ chịu cắt, từ đó làm tăng khả năng chịu lực của bê tông rỗng.

3.3.2. Vai trò của hệ số ma sát thực nghiệm m

Hệ số m kiểm soát độ dốc và tính phi tuyến của đường bao phá hoại trong tiêu chuẩn Hoek-Brown, phản ánh hiệu ứng tăng cường độ kháng cắt khi áp lực nén tăng. Ba giá trị khảo sát là: $m = 5$, $m = 10$ và $m = 15$, cường độ chịu nén đơn trục vữa $\sigma_c = 69,28$ và hệ số dính kết/nguyên vẹn $s = 0,9$. Đường cong ứng suất – biến dạng của ba trường hợp được miêu tả ở hình 5.

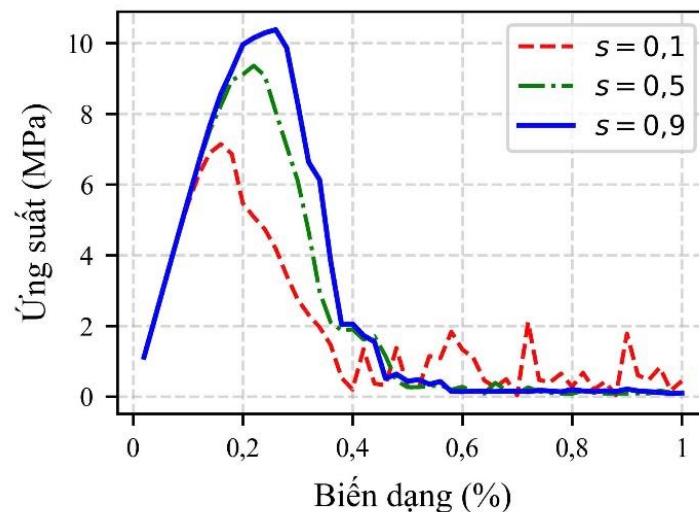


Hình 5. Vai trò của hệ số ma sát thực nghiệm m đến ứng xử chịu nén của bê tông rỗng.

Quan sát thấy rằng việc tăng m làm tăng khả năng chịu nén của bê tông rỗng từ 9,12 MPa ($m = 5$) lên 10,25 MPa ($m = 10$) và 11,57 MPa ($m = 15$). Dưới tác dụng của tải trọng nén, lớp vữa xi măng bao quanh các hạt cốt liệu chịu ứng suất nén đa trục phức tạp. Giá trị m lớn giúp vật liệu chịu ứng suất nén tốt hơn, làm tăng sức kháng cắt của vữa, làm giảm tốc độ phát triển của các hư hại do cắt d^s , dẫn tới giai đoạn đi xuống của đường cong diễn ra chậm hơn.

3.3.3. Vai trò của hằng số nguyên vẹn/dính kết liên kết vữa s

Tham số $s \in [0,1]$ quy định độ dính kết ban đầu và mức độ nguyên vẹn của pha vữa (với $s = 1$ đại diện cho cấu trúc vữa hoàn hảo không khuyết tật, và $s = 0$ đại diện cho trạng thái vữa bị vỡ vụn hoàn toàn trước khi gia tải). Ba giá trị khảo sát gồm: $s = 0,1$ (độ nguyên vẹn rất thấp), $s = 0,5$ (trung bình) và $s = 0,9$ (độ nguyên vẹn cao), giữ nguyên $\sigma_c = 69,28$ MPa và $m = 10$. Hình 6 thể hiện mối quan hệ ứng suất biến dạng thu được từ các trường hợp.



Hình 6. Vai trò của hằng số nguyên vẹn liên kết vữa s đến khả năng chịu nén của bê tông rỗng.

Hình 6 cho thấy tầm quan trọng của hằng số nguyên vẹn liên kết vữa s trong ứng xử chịu nén của bê tông rỗng. Khi giảm s từ 0,9 xuống 0,5 và 0, cường độ chịu nén giảm từ 10,25 MPa xuống còn 9,64 MPa và 7,05 MPa. Về cơ chế phá hủy, hệ số s liên quan đến lực kết dính của vữa. Khi hệ số s thấp (ví dụ $s = 0,1$), sức kháng cắt của vữa nhỏ, dẫn đến sự hình thành sớm các vết nứt do cắt, làm cho mẫu bê tông rỗng bị phá hoại nhanh chóng. Từ đó giải thích tại sao chất lượng đầm nén vữa xi măng và mức độ đồng nhất của lớp xi măng bao quanh hạt cốt liệu là yếu tố then chốt tác động đến khả năng chịu nén của bê tông rỗng trong thực tế.

4. Chương trình thực nghiệm và thiết kế cấp phối

4.1. Quy trình thiết kế cấp phối tích hợp (ACI & GP)

Quy trình thiết kế thành phần cấp phối bê tông rỗng trong nghiên cứu này được thiết lập dựa trên sự tích hợp giữa các nguyên lý cân bằng thể tích của tiêu chuẩn ACI 522R-10 [18] và công thức tối ưu tỷ lệ Nước/Xi măng (W/C) từ mô hình lập trình di truyền (Genetic Programming - GP) của Le và cộng sự [17]. Các bước chính được tóm tắt như sau:

-Xác định thông số mục tiêu: Lựa chọn độ rỗng hiệu dụng mục tiêu ($EP, \%$), kích thước hạt cốt liệu nhỏ nhất (AS, mm) và cường độ chịu nén mục tiêu (CS, MPa).

-Tính tỷ lệ W/C tối ưu: Tỷ lệ W/C được tính từ phương trình hồi quy ký hiệu GP:

$$\frac{W}{C} = \exp\left(\frac{189 - CS}{113}\right) - \ln(AS + EP) - 1 \quad (14)$$

-Giá trị này sau đó được khống chế bởi các giới hạn kỹ thuật khuyến nghị của ACI 522R-10 là từ 0,27 (giới hạn dưới để tránh khô rời) đến 0,45 (giới hạn trên để tránh chảy sệ hồ vữa).

-Nội suy thể tích hồ xi măng (V_p): Dựa trên độ rỗng mục tiêu EP , thể tích hồ vữa tối ưu được nội suy tuyến tính động từ đường cong thực nghiệm của tiêu chuẩn ACI 522R-10.

-Cân bằng thể tích cốt liệu (V_a): Thể tích đặc của cốt liệu chiếm chỗ được tính từ cân bằng thể tích tổng thể:

$$V_{agg} = 1 - V_p - \frac{EP}{100} \quad (15)$$

-Xác định khối lượng vật liệu: Tính toán khối lượng xi măng (C), nước (W) từ thể tích hồ V_p và tỷ lệ W/C ; tính khối lượng cốt liệu khô và bão hòa khô bề mặt (W_{SSD}) từ thể tích đặc V_a và tỷ trọng cốt liệu S_a .

4.2. Chương trình thí nghiệm và cấp phối chế tạo mẫu

Để phục vụ kiểm chứng thực nghiệm và cung cấp dữ liệu cho mô hình số trường pha đa biến, một cấp phối bê tông rỗng mác cao đã được thiết kế định hướng trực tiếp với các thông số mục tiêu: độ rỗng $EP = 20\%$, cường độ nén mục tiêu $CS = 23 MPa$ và kích thước cốt liệu lớn nhỏ nhất $AS = 4,75 mm$ (loại đá dăm kích cỡ hạt $4,75 - 9,5 mm$ với tỷ trọng $S_a = 2,65$, độ hút

nước $Abs = 1,2\%$). Cát được tích hợp trực tiếp bằng phương pháp tỉ lệ thể tích cốt liệu (với tỉ lệ thể tích cát bổ sung chiếm 15% tổng thể tích cốt liệu, tỷ trọng cát $S_s = 1,5$):

Tỷ lệ W/C tối ưu: Phương trình GP dự báo tỷ lệ $W/C = 0,136$. Giá trị này nhỏ hơn giới hạn không chế dưới của tiêu chuẩn ACI nên kích hoạt giới hạn dưới: $W/C = 0,27$

Thể tích hồ vữa tối ưu nội suy từ đồ thị ACI 522R-10 cho độ rỗng 20% là: $V_p = 22,21\% = 0,2221 \text{ m}^3$. Thể tích đặc của phần cốt liệu (đá dăm và cát): $V_{agg} = 1 - 0,2221 - 0,2 = 0,5779 \text{ m}^3$. Thể tích cát: $V_s = 15\% \times 0,5779 = 0,0867 \text{ m}^3$ (tương đương 8,67%). Thể tích đá dăm: $V_a = 85\% \times 0,5779 = 0,4912 \text{ m}^3$ (tương đương 49,12%). Khối lượng thành phần cấp phối thực tế cho 1 m^3 bê tông: Xi măng Portland: 378kg (thể tích $V_c = 12\%$); Nước sạch trộn: 102,1 kg (thể tích $V_w = 10,21\%$); Cốt liệu đá dăm SSD: 1317,4 kg (với $W_{dry} = 1301,8 \text{ kg}$). Cát mịn bổ sung: 130 kg. Khối lượng thể tích thiết kế: $1927,5 \text{ kg/m}^3$

4.3 Quy trình chế tạo mẫu và thực quan hóa thí nghiệm

Quy trình trộn và đúc mẫu được thực hiện theo tiêu chuẩn ASTM C192. Hỗn hợp bê tông rỗng sau khi trộn được tiến hành đầm chặt bằng phương pháp đầm nhẹ hai lớp để tạo ra cấu trúc lỗ rỗng liên thông ngẫu nhiên.



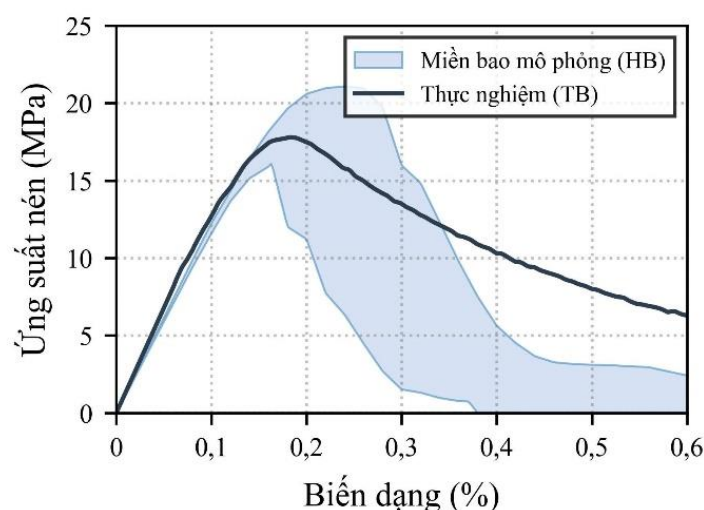
Hình 7. Quy trình trộn bê tông rỗng, đúc mẫu hình trụ tiêu chuẩn và thí nghiệm phá hủy nén mẫu bê tông rỗng.

Hai mẫu thử hình trụ tiêu chuẩn có kích thước 100x300 mm được tiến hành thí nghiệm. Giá trị cường độ chịu nén lần lượt trên hai mẫu là 17,1 MPa và 18,76 MPa. Hai đường cong ứng suất biến dạng này được biểu diễn dưới dạng đường cong thực nghiệm trung bình với cường độ chịu nén trung bình là 17,93 MPa.

4.4. Kết quả thực nghiệm và so sánh đối chiếu

Tính chất của bê tông rỗng bị tác động mạnh bởi sự sắp xếp ngẫu nhiên của các hạt cốt liệu. Do đó, để kết quả thu được mang tính hội tụ, 50 cấu trúc bê tông rỗng được tạo ra để tiến hành mô phỏng ứng xử chịu nén và so sánh với kết quả thực nghiệm[12]. Mô đun đàn hồi của hạt cốt liệu và vữa được chọn $E_m = E_a = 70 \text{ GPa}$, cường độ chịu nén đơn trục của pha vữa được lấy bằng 90 MPa, hệ số ma sát thực nghiệm m được lấy bằng 10 và hằng số nguyên vẹn/dính kết vữa được lấy bằng 0,9. Hình 8 thể hiện so sánh giữa kết quả mô phỏng bằng phương pháp trường pha hai biến với tiêu chí Hoek-Brown chỉ cắt. Mối quan hệ ứng suất – biến dạng thu được từ 50 mẫu được thể hiện bằng bóng mờ màu xanh nhạt, đại diện cho sự sắp xếp ngẫu nhiên của các hạt cốt liệu trên 50 mẫu. Đường màu đen thể hiện kết quả trung bình thực nghiệm. Quan sát thấy rằng mô hình mô phỏng thể hiện sự tương đồng với kết quả thực nghiệm

ở giai đoạn đàn hồi (ứng với biến dạng nhỏ hơn 0,15%). Kết quả cũng cho thấy sự tương đồng về mặt giá trị ứng suất lớn nhất. Kết quả thực nghiệm cho thấy giá trị ứng suất lớn nhất bằng 17,79 MPa tại giá trị biến dạng là 0,18%. Ứng suất nén lớn nhất thu được từ mô phỏng dao động trong khoảng từ 14,81 MPa đến 18,38 MPa, với các biến dạng tương ứng là 0,14% và 0,22%. Ứng suất nén trung bình thu được từ mô phỏng là 16,59 MPa, với sai lệch khoảng 6,7 % so với trung bình thực nghiệm. Ở giai đoạn hóa mềm của đường cong ứng suất, biến dạng, đường cong thực nghiệm nằm trong miền mô phỏng đến biến dạng khoảng 0,35 %. Đường cong thực nghiệm thể hiện ứng suất dư khoảng 6,3 MPa, trong khi đó, đường cong mô phỏng thể hiện ứng suất dư trong khoảng từ 0 đến 2,5 MPa. Đây là điểm cần cải tiến của mô hình để có thể phản ánh tốt hơn giai đoạn hóa mềm của mối quan hệ ứng suất – biến dạng của mẫu bê tông rỗng.



Hình 8. So sánh đường cong ứng suất biến dạng thu được từ thực nghiệm và mô phỏng số.

5. Kết luận

Bài báo trình bày mô hình hai biến trường pha, bổ sung tiêu chuẩn Mohr – Coulomb và Hoek Brown, trên nền tảng phương pháp phần tử hữu hạn và áp dụng cho bê tông rỗng. Mô hình trường pha kết hợp tiêu chuẩn Hoek Brown được lựa chọn để so sánh với kết quả thực nghiệm. Trong đó, nghiên cứu thực nghiệm được dựa trên quy trình thiết kế thành phần với thông số đầu vào là cường độ chịu nén và độ rỗng. Mô hình số đề xuất cho thấy sự tương đồng với kết quả thí nghiệm ở giai đoạn đàn hồi, cường độ chịu nén và giai đoạn hóa mềm của đường cong ứng suất – biến dạng. Ảnh hưởng của hình dạng hạt, mô phỏng cấu trúc bê tông rỗng 3D là các hướng phát triển tiếp theo của nghiên cứu này.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải (ĐH GTVT) trong đề tài mã số T2026-XD-001.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hồng NT, Hà LT, Nghiên cứu kết cấu mặt đường bê tông xi măng rỗng có khả năng thoát nước mặt theo hướng phát triển bền vững. *Journal of material and construction*, 12 (2022) <https://doi.org/10.54772/jomc.02.2022.174>
- [2]. A. Abdelhady, L. Hui, H. Zhang, Comprehensive study to accurately predict the water permeability of pervious concrete using constant head method, *Construction and Building Materials*, 308 (2021) 125046. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.125046>
- [3]. A. Singh, P.V. Sampath, K.P. Biligiri, A review of sustainable pervious concrete systems: Emphasis on clogging, material characterization, and environmental aspects, *Construction and Building Materials*, 261 (2020) 120491. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.120491>
- [4]. X. Xie, T. Zhang, C. Wang, Y. Yang, A. Bogush, E. Khayrulina, Mixture proportion design of pervious concrete based on the relationships between fundamental properties and skeleton structures, *Cement and Concrete Composites*, 113 (2020) 103693. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2020.103693>
- [5]. R. Zhong R, K. Wille, Linking pore system characteristics to the compressive behavior of pervious concrete, *Cement and Concrete Composites*, 70 (2016) 130–8. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2016.03.016>
- [6]. C. Lian, Y. Zhuge, S. Beecham, The relationship between porosity and strength for porous concrete, *Construction and Building Materials*, 25 (2011) 4294–8. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.05.005>
- [7]. V.T Vu, V.T. Do, Determine the influence factor of geometrical parameters on the dynamic characteristics of the micro crab-shaped beam, *Transport and Communications Science Journal*, 76 (2025) 530–40. <https://doi.org/10.47869/tcsj.76.4.7>
- [8]. M.T. Dao, V.T. Do, V.M. Phung, H. H. Pham, Bending and buckling responses of organic nanoplates considering the size effect, *Transport and Communications Science Journal*, 75 (2024) 2015–29. <https://doi.org/10.47869/tcsj.75.7.1>
- [9]. H.Q. Nguyen, B.V. Tran, B.A. Le, T.T. Nguyen, On the choice of a phase field model for describing fracture behavior of concrete, *International Journal of Computational Materials Science and Engineering*, (2023) 2350016. <https://doi.org/10.1142/S2047684123500161>
- [10]. H.Q. Nguyen, G.K. Le, B.A. Le, B.V. Tran, A cohesive fracture-enhanced phase-field approach for modeling the damage behavior of steel fiber-reinforced concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, 311 (2024) 110603. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110603>
- [11]. H.Q. Nguyen, B.V. Tran, T.S. Vu, Numerical approach to predict the flexural damage behavior of pervious concrete, *Case Studies in Construction Materials*, 16 (2022) e00946. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e00946>
- [12]. Nguyễn Thị Hồng, Nguyễn Hoàng Quân, Trần Bảo Việt, Trần Anh Tuấn, Áp dụng phương pháp trường pha để dự báo ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng, *Tạp chí khoa học Giao thông vận tải*, 73 (2022) 769–84. <https://doi.org/10.47869/tcsj.73.8.3>
- [13]. P. Lenarda, J. Reinoso, M. Paggi, Multi-phase field approach to tensile fracture and compressive crushing in grained heterogeneous materials, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 122 (2022) 103632. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103632>
- [14]. X. Li, G. Si, J. Oh, I. Canbulat, Simulation of Shear and Tensile Fractures Using Ductile Phase Field Modelling with the Calibration of P Wave Velocity Measurement and Moment Tensor Inversion, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 57 (2024) 7057–77. <https://doi.org/10.1007/s00603-024-03880-z>
- [15]. Z. Yu, Y. Sun, M.N. Vu, J.F. Shao, Modeling of Mixed Cracks in Rock-Like Brittle Materials Under Compressive Stresses by a Double-Phase-Field Method, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 56 (2023) 2779–92. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-03196-w>
- [16]. Z.M. Jia, X.P. Zhou, F. Berto, Compressive-shear fracture model of the phase-field method coupled with a modified Hoek–Brown criterion, *International Journal of Fracture* 2021;229:161–84. <https://doi.org/10.1007/s10704-021-00546-7>

- [17]. B.A. Le, B.V. Tran, T.S. Vu, V.H. Vu, V.H. Nguyen, Predicting the Compressive Strength of Pervious Cement Concrete based on Fast Genetic Programming Method, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 49 (2024) 5487–504. <https://doi.org/10.1007/s13369-023-08396-2>
- [18]. ACI Committee 522. 522R-10: Report on Pervious Concrete. Technical Documents, 2010.