



CHARACTERIZING THE VISCOPLASTIC YIELDING OF A CONVENTIONAL ASPHALT MIXTURE USING SLOPE CREEP-RECOVERY TESTS IN THE LOW-STRAIN REGIME

Phan Thanh Nhan^{1,2*}, Nguyen Thi Hang^{1,2}, Nguyen Huynh Tan Tai¹

¹ Ho Chi Minh City University of Technology and Engineering, No 01 Vo Van Ngan Street, Ho Chi Minh City, Vietnam

² Thu Dau Mot University, 6 Tran Van On Street, Ho Chi Minh City, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 19/05/2026

Revised: 16/06/2026

Accepted: 11/08/2026

Published online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.4>

* Corresponding author

Email: nhanpt.ncs@hcmute.edu.vn; Tel: +84983116682

Abstract. The accumulation of permanent deformation (PD) has been proven to be the main mechanism in forming rutting distress in flexible pavements. Therefore, accurately modelling and predicting the PD behaviour is essential to prevent rut formation and thus ensure long-lasting traffic safety. Different from many other materials, the existence and characterization of viscoplastic yielding in asphaltic materials remain unclear and controversial, posing significant challenges in the development of accurate PD models. This paper presents a novel method for characterizing the viscoplastic yield point applied to a conventional asphalt mixture within the low-strain regime. First, the generalized creep-recovery algorithm was applied to determine viscoelastic (VE) and viscoplastic (VP) strains in specimens during slope creep-recovery tests. Then, the existence of viscoplastic yield points was assessed based on the mathematical properties of the obtained VP strain curves. The results showed that VP strains occurred even at extremely low stress conditions, hence supporting the validity of the non-yielding assumption widely accepted for asphaltic materials.

Keywords: Viscoplastic yielding, slope creep-recovery test, generalized creep-recovery, asphalt mixture.

@ 2026 University of Transport and Communications



PHÂN TÍCH ĐẶC TRƯNG NGƯỠNG DỄ NHÓT CỦA BÊ TÔNG NHỰA THÔNG THƯỜNG BẰNG THÍ NGHIỆM TỐC ĐỘ ỨNG SUẤT KHÔNG ĐỔI CÓ HỒI PHỤC TRONG MIỀN BIẾN DẠNG NHỎ

Phan Thành Nhân^{1,2*}, Nguyễn Thị Hằng^{1,2}, Nguyễn Huỳnh Tấn Tài¹

¹Trường Đại học Công nghệ Kỹ thuật TP HCM, Số 1 Võ Văn Ngân, TP HCM, Việt Nam

²Trường Đại học Thủ Dầu Một, Số 06 Trần Văn Ôn, TP HCM, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 19/05/2026

Ngày nhận bài sửa: 16/06/2026

Ngày chấp nhận đăng: 11/08/2026

Ngày xuất bản Online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.4>

* Tác giả liên hệ

Email: nhanpt.ncs@hcmute.edu.vn; Tel: +84983116682

Tóm tắt. Hư hỏng dạng hằn lún vệt bánh xe được xác định là do sự tích lũy của biến dạng vĩnh cửu (PD) trong mặt đường bê tông nhựa mềm. Do đó, việc mô hình hóa và dự báo chính xác ứng xử PD của vật liệu bê tông nhựa là cần thiết nhằm ngăn ngừa sự hình thành của các vệt hằn lún, giúp đảm bảo an toàn giao thông lâu dài. Không như các vật liệu khác, sự tồn tại và đặc điểm ngưỡng chảy dẻo của vật liệu bê tông nhựa vẫn chưa rõ ràng và còn tranh cãi. Điều này đặt ra một thách thức đáng kể trong việc phát triển các mô hình dự báo chính xác ứng xử PD. Bài báo này trình bày một phương pháp mới để xác định ngưỡng dễ nhót áp dụng vào vật liệu bê tông nhựa thông thường trong miền biến dạng nhỏ. Đầu tiên, thuật toán từ biến-hồi phục tổng quát được áp dụng để xác định biến dạng đàn hồi nhót (VE) và biến dạng dẻo nhót (VP) của các mẫu trong các thí nghiệm từ biến tuyến tính-hồi phục. Sau đó, sự tồn tại của điểm chảy dẻo được đánh giá dựa trên các đặc tính toán học của đường cong biến dạng VP thu được. Kết quả cho thấy biến dạng VP xảy ra ngay cả trong điều kiện ứng suất cực thấp, do đó củng cố tính hợp lệ của giả thuyết không có ngưỡng chảy dẻo, vốn được chấp nhận rộng rãi đối với vật liệu nhựa đường.

Từ khóa: ngưỡng chảy dẻo nhót, thí nghiệm từ biến tuyến tính – hồi phục, từ biến – hồi phục tổng quát hóa, bê tông nhựa.

@ 2026 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

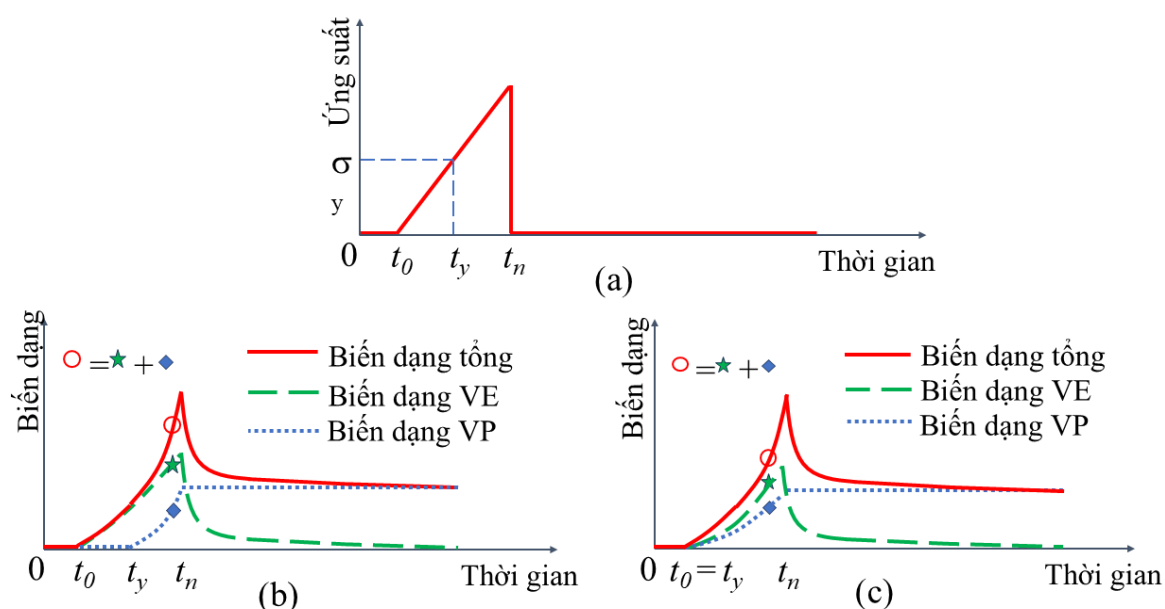
Một trong những hư hỏng thường gặp trên mặt đường bê tông nhựa ở Việt Nam là hằn lún vệt bánh xe hay các vệt lún lõm (có/hoặc không có vệt trôi) theo vết của bánh xe di chuyển. Nguyên nhân chính của hiện tượng này là do sự tích lũy của biến dạng vĩnh cửu (permanent deformation - PD) dưới tải trọng lớn kết hợp với điều kiện nhiệt độ cao của môi trường. Để mô hình hóa và dự đoán ứng xử này trong các lớp bê tông nhựa, nhiều mô hình đã được đề xuất dựa trên sự kết hợp giữa lý thuyết đàn hồi nhớt (viscoelastic - VE) và dẻo nhớt (viscoplastic - VP). Vì không có điểm phân tách rõ ràng giữa biến dạng có thể hồi phục và biến dạng vĩnh cửu trên các đường cong ứng suất - biến dạng của bê tông nhựa, một số mô hình không sử dụng mặt chảy đã được đề xuất cho bê tông nhựa [1,2]. Trong khi đó, một số tác giả khác lại áp dụng mặt chảy vào mô hình dự báo [3,4] để có thể mô tả thêm hiện tượng hóa cứng cơ học của vật liệu. Theo một hướng tiếp cận khác, một số tác giả cho rằng ngưỡng dẻo nhớt của vật liệu bê tông nhựa không phải là một giá trị duy nhất mà là một phổ liên tục. Tùy thuộc vào độ lớn của ứng suất tác dụng, một hoặc nhiều ngưỡng dẻo nhớt có thể được kích hoạt, làm cho tốc độ phát triển của biến dạng dẻo nhớt thay đổi theo mức ứng suất [5]. Do đó, việc phân tích đặc trưng của mặt chảy áp dụng cho bê tông nhựa là rất quan trọng để có thể dự đoán đúng sự phát triển của biến dạng vĩnh cửu.

Bằng cách thực hiện các thí nghiệm từ biến – hồi phục (CR test) ở 25°C với các mức ứng suất khác nhau, Perl và các cộng sự [6] đã thiết lập mối quan hệ giữa biến dạng dẻo và ứng suất tác dụng, sau đó họ báo cáo rằng ứng suất chảy của hỗn hợp bê tông nhựa đường không tồn tại. Tuy nhiên, các tác giả không tiết lộ cách xác định biến dạng tức thời tại thời điểm tác dụng và dỡ bỏ tải trọng. Sau đó, do hạn chế thiết bị, Drescher và các cộng sự [7] đã đề xuất rằng biến dạng trong mười giây đầu tiên của giai đoạn gia tải và dỡ tải trong một thí nghiệm CR có thể được coi là phần tức thời tương ứng của biến dạng tổng và biến dạng đàn hồi. Nghiên cứu của họ chỉ ra rằng biến dạng dẻo là một hàm tuyến tính của ứng suất, giống như biến dạng tổng và biến dạng đàn hồi. Nói cách khác, ứng suất chảy cho vật liệu nhựa đường được khảo sát là không tồn tại.

Saadeh và các cộng sự [8] đã báo cáo rằng việc xác định biến dạng “ngay lập tức” và tách phần biến dạng đó ra khỏi biến dạng phụ thuộc thời gian phụ thuộc rất nhiều vào cách thiết lập thí nghiệm và thời gian được chọn cho giai đoạn được xem là phản ứng tức thời. Do đó, một số tác giả đã sử dụng các thí nghiệm tốc độ biến dạng không đổi (monotonic strain rate) để xác định ứng suất chảy của các hỗn hợp nhựa đường [4,9]. Tuy nhiên, các biến dạng áp dụng trong những thí nghiệm đó không thuộc miền biến dạng nhỏ. Hơn nữa, những nghiên cứu đó không trình bày một cách tường minh cách xác định điểm phân tách trên đường cong ứng suất-biến dạng cho các vật liệu nhựa đường [2-3]. Do đó, các phương pháp xác định ứng suất chảy vẫn còn gây tranh cãi và chưa thuyết phục người đọc. Vì vậy, mục tiêu của nghiên cứu này là đề xuất một phương pháp mới có khả năng xác định ứng suất chảy dẻo nhớt — nếu tồn tại — trong miền biến dạng nhỏ. Miền biến dạng nhỏ trong bài báo này được định nghĩa là miền mà ứng xử đàn hồi nhớt của vật liệu vẫn còn tuyến tính. Sự tuyến tính được đảm bảo với độ lớn của biến dạng đàn hồi nhớt không quá 100 $\mu\epsilon$ trong miền tần số [10] và 150 $\mu\epsilon$ trong miền thời gian [11]. Giới hạn này được áp dụng khi tính toán ngược các đặc tính đàn hồi nhớt của vật liệu. Không có giới hạn đối với biến dạng không hồi phục.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Trong bài báo này, thí nghiệm tốc độ ứng suất không đổi có hồi phục (SCR test) được sử dụng để phân tích đặc trưng ứng suất chảy dẻo của một hỗn hợp bê tông nhựa thường (AC). Lịch sử ứng suất áp dụng trong thí nghiệm SCR được minh họa trong Hình 1(a). Một ứng suất có dạng hàm tăng tuyến tính đã được áp dụng trong một khoảng thời gian nhất định trước khi được loại bỏ, để biến dạng đàn hồi nhớt có thể được hồi phục. Các đáp ứng biến dạng điển hình trong thí nghiệm SCR được minh họa trong Hình 1(b) và (c).



Hình 1. Mô tả thí nghiệm SCR: (a) lịch sử ứng suất tác dụng, (b) ứng suất biến dạng phản hồi trong trường hợp có ứng suất chảy dẻo nhớt, và (c) ứng suất biến dạng phản hồi trong trường hợp không có ứng suất chảy dẻo.

Trong nghiên cứu ứng xử của bê tông nhựa, có thể chấp nhận biến dạng tổng được phân tích thành tổng của các thành phần biến dạng có thể hồi phục và các thành phần biến dạng không thể hồi phục [6,12-13]:

$$\varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ve}(t) + \varepsilon_{vp}(t), \quad (1)$$

trong đó $\varepsilon_T(t)$, $\varepsilon_{ve}(t)$ và $\varepsilon_{vp}(t)$ là biến dạng tổng, biến dạng VE và biến dạng VP. Do đó, biến dạng VP có thể được tính bằng cách trừ biến dạng tổng cho biến dạng VE.

$$\varepsilon_{vp}(t) = \varepsilon_T(t) - \varepsilon_{ve}(t). \quad (2)$$

Vì giai đoạn hồi phục là một quá trình đàn hồi nhớt thuần túy, ứng xử VE của vật liệu có thể được trích xuất với độ chính xác cao dựa trên dữ liệu ghi lại trong giai đoạn này [14-15]. Biến dạng VE có thể được dự tính trong giai đoạn gia tải. Sau đó, biến dạng VP có thể được tính toán bằng cách sử dụng Phương trình (2).

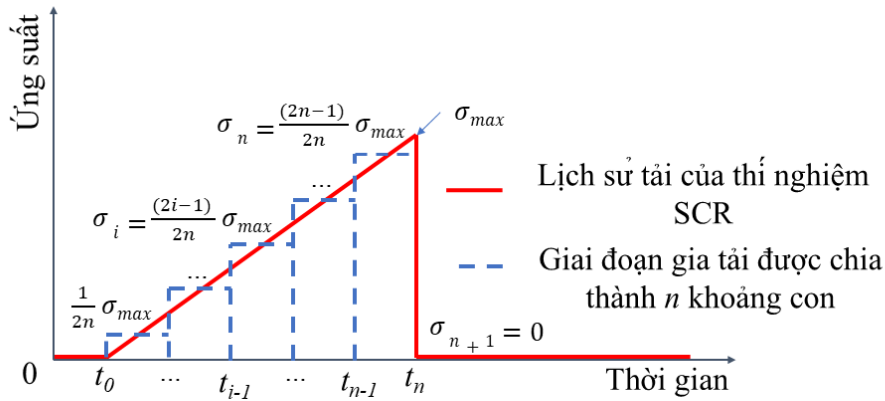
Giả sử rằng vật liệu có một điểm chảy dẻo và được ký hiệu là $\sigma_y \neq 0$ thì ta có phương trình sau:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{vp}(t) = 0, & \text{khi } \sigma \leq \sigma_y \\ \dot{\varepsilon}_{vp}(t) > 0, & \text{khi } \sigma > \sigma_y \end{cases} \quad (3)$$

Khi đó, đường cong biến dạng VP theo hình dạng điển hình như minh họa trong Hình 1(b), trong đó có thể quan sát thấy một “vùng thêm” với biến dạng VP bằng không.

Ngược lại, biến dạng VP sẽ tiến triển bất kể mức ứng suất tác dụng, và khi đó $\sigma_y = 0$.

Thuật toán từ biến - hồi phục tổng quát hóa (GCR) được đề xuất bởi Trần và các cộng sự trong [15] đã được sử dụng để xử lý dữ liệu thử nghiệm SCR, có thể được tóm tắt như sau. Giả sử thời gian giai đoạn gia tải được chia thành n khoảng con như minh họa trong Hình 2. Khi đó, giá trị ứng suất rời rạc tại một thời điểm $t_i = t_0 + i \cdot (t_n - t_0) / n$ là $\sigma_i = (2i+1) \cdot \sigma_{\max} / (2n)$. Gọi $\Delta\sigma_i = \sigma_{i+1} - \sigma_i$ là số gia ứng suất từ t_i đến t_{i+1} , ta có $\Delta\sigma_0 = \sigma_{\max} / 2n$ và $\Delta\sigma_i = \sigma_{\max} / n$ với $i = \{1, \dots, n-1\}$.



Hình 2. Minh họa rời rạc hóa lịch sử ứng suất được sử dụng trong thuật toán GCR.

Giả sử rằng biến dạng VE vẫn nằm trong miền biến dạng nhỏ, nguyên lý chồng chất Boltzmann được áp dụng [16-17]:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t-\tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau; \quad \varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t D(t-\tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad (4)$$

Trong trường hợp, tải trọng tác dụng có dạng hàm nhiều bậc, biến dạng đàn hồi nhớt có thể được tính toán như sau [17]:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^{n, t_n < t \leq t_{n+1}} \Delta\sigma_i D(t-t_i) \quad (5)$$

Thay lịch sử ứng suất rời rạc hóa ở Hình 2 vào phương trình (5), ta thu được:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ve}(t) = & D(t-t_0) \frac{\sigma_{\max}}{2n} + \sum_{i=1}^{m \leq n-2} D \left[t-t_0 - \frac{i(t_n-t_0)}{n} \right] \frac{\sigma_{\max}}{n} \\ & + D \left[t-t_0 - \frac{(n-1)(t_n-t_0)}{n} \right] \frac{\sigma_{\max}}{2n}, \text{ khi } t_0 < t \leq t_n \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ve}(t) = & D(t-t_0) \frac{\sigma_{\max}}{2n} + \sum_{i=1}^{n-2} D \left[t-t_0 - \frac{i(t_n-t_0)}{n} \right] \frac{\sigma_{\max}}{n} \\ & + D \left[t-t_0 - \frac{(n-1)(t_n-t_0)}{n} \right] \frac{\sigma_{\max}}{2n} - D(t-t_n) \sigma_{\max}, \text{ for } t > t_n. \end{aligned} \quad (7)$$

Cần lưu ý rằng, biến dạng VP không phát triển trong suốt giai đoạn dỡ tải:

$$\varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ve}(t) + \varepsilon_{vp}, \text{ khi } t \geq t_n. \quad (8)$$

trong đó ε_{vp} là độ biến dạng VP tích lũy vào cuối giai đoạn gia tải. Do đó,

$$\varepsilon_T(t_n) = \varepsilon_{ve}(t_n) + \varepsilon_{vp}. \quad (9)$$

Trừ cả hai vế của Phương trình (8) từ các vế của Phương trình (9) để loại biến dạng VP, ta được:

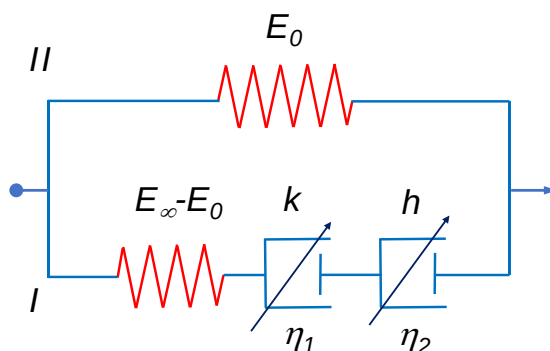
$$\varepsilon_T(t_n) - \varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ve}(t_n) - \varepsilon_{ve}(t), \text{ khi } t \geq t_n \quad (10)$$

Sau đó, thay các giá trị biến dạng VE tính từ Phương trình (6) và Phương trình (7) vào Phương trình (10), ta được:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_T(t_n) - \varepsilon_T(t)}{\sigma_{\max}} = & \frac{1}{2n} \left\{ D(t_n-t_0) + D \left[t_n-t_0 - \frac{(n-1)(t_n-t_0)}{n} \right] - D(t-t_0) \right. \\ & \left. - D \left[t-t_0 - \frac{(n-1)(t_n-t_0)}{n} \right] \right\} + \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^{n-2} D \left[t_n-t_0 - \frac{i(t_n-t_0)}{n} \right] \right. \\ & \left. - \sum_{i=1}^{n-2} D \left[t-t_0 - \frac{i(t_n-t_0)}{n} \right] \right\} + D(t-t_n), \text{ khi } t > t_n. \end{aligned} \quad (11)$$

Điều đáng chú ý là Phương trình (11) là một phương trình hàm theo ẩn hàm $D(t)$ và nó không có biến dạng VP. Do đó, nghiệm của nó có thể xác định bằng các kỹ thuật tối ưu hóa với điều kiện hàm dạng được biết trước. Theo [14-15], hàm xấp xỉ giải tích độ mềm từ biến (AACC) được suy ra từ mô hình Huet-Sayegh (HS) có thể được sử dụng như một nghiệm hàm cho phương trình (11) vì khả năng dự đoán xuất sắc của nó đối với ứng xử VE tuyến tính của bê tông nhựa.

Mô hình HS được trình bày trong Hình 3. Hai lò xo đại diện cho ứng xử tức thời và dài hạn của vật liệu, trong khi hai bộ cản nhớt phi tuyến được sử dụng để dự đoán phản ứng đàn hồi nhớt trung gian của vật liệu [18].



Hình 3. Minh họa mô hình Huet-Sayegh.

Quy trình xác định biến dạng VP từ thí nghiệm SCR bằng giải thuật GCR được cụ thể như sau:

- Bước 1: Từ dữ liệu thực nghiệm, xác định giá trị vế trái của phương trình (11).
- Bước 2: Chọn hàm dạng của $D(t)$, số khoảng con n , và xác định $D(t)$ theo phương trình (11) bằng kỹ thuật tối ưu hóa bình phương cực tiểu.
- Bước 3: Từ hàm $D(t)$, xác định biến dạng VE trong các giai đoạn gia tải và xả tải theo phương trình (6) và (7).
- Bước 4: Xác định biến dạng VP theo phương trình (2).

3. THÍ NGHIỆM VÀ PHÂN TÍCH KẾT QUẢ

3.1. Vật liệu, chuẩn bị mẫu và thiết lập thí nghiệm

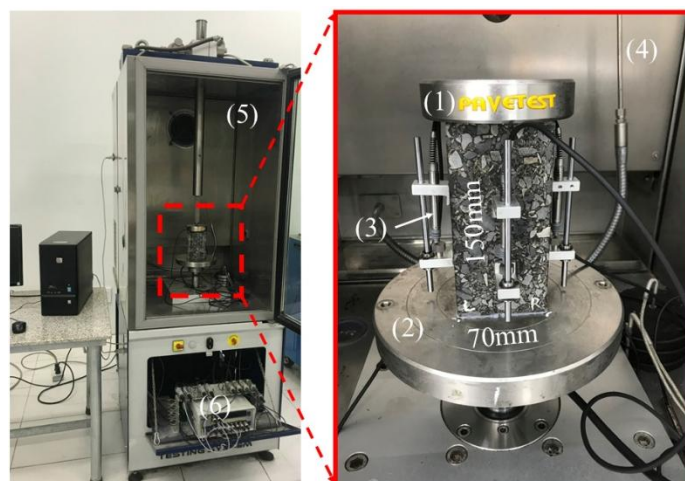
Bởi vì bê tông nhựa thông thường (AC) là loại được sử dụng rộng rãi cho hệ thống đường ở Việt Nam nên nó được chọn để xác định ngưỡng chảy dẻo trong nghiên cứu này. Để chuẩn bị các mẫu AC, nhựa đường thuần loại PG64, tương đương với cấp kim lún 60/70, đã được trộn với cấp phối đá với cỡ hạt lớn nhất danh định 12,5mm ở nhiệt độ 145°C. Sau khi chuẩn bị hỗn hợp, một máy đầm lăn (Roller Sector Compactor) đã được sử dụng để đầm nén hỗn hợp thành tấm có kích thước: 0,32×0,26×0,08m³. Sau khi để nguội đến nhiệt độ phòng, tấm này được cắt thành ba mẫu hình lăng trụ có kích thước: 0,07×0,07×0,15m³ như minh họa trong Hình 4. Với quy trình này, các mẫu đều được lấy từ chung một tấm bê tông duy nhất nên giảm thiểu được sự khác biệt giữa các mẫu [19].

Tất cả các thí nghiệm SCR đều được thiết lập như trình bày trong Hình 5, có thể được mô tả ngắn gọn như sau. Mẫu thí nghiệm được đặt giữa hai bàn nén để áp dụng một lực nén kiểm soát nhằm tạo ra lịch sử ứng suất như được minh họa trong Hình 1(a). Để đo biến dạng bên trong mẫu, bốn mặt bên của mẫu được trang bị các cảm biến vị trí tuyến tính (LVDT) để đo chuyển vị tương đối giữa hai điểm đo, từ đó, biến dạng tổng ($\varepsilon_T(t)$) được xác định bằng cách lấy giá trị trung bình kết quả đo của bốn LVDT chia cho khoảng cách trung bình giữa hai điểm đo.



Hình 4. Các mẫu bê tông nhựa AC được chuẩn bị.

Hệ thống điều khiển và thu thập dữ liệu (CDAS) được dùng kiểm soát lực tác dụng cũng như ghi nhận dữ liệu trong suốt quá trình thí nghiệm. Tất cả mẫu và thiết bị được đặt trong một buồng nhiệt kín nhằm duy trì một trường nhiệt độ ổn định và đồng nhất bên trong mẫu trong suốt quá trình thí nghiệm.



Hình 5. Thiết lập thí nghiệm SCR. (1,2) tấm gia tải trên và dưới; (3) bốn LVDT; (4) cảm biến nhiệt độ; (5) buồng nhiệt; (6) đơn vị CDAS.

Để thuận tiện cho việc theo dõi bài báo này, chương trình thí nghiệm cùng với các điều kiện và mục đích thử nghiệm đã được tóm tắt trong Bảng 1. Các tốc độ và thời gian gia tải được chọn nhằm đảm bảo rằng quan hệ ứng suất–biến dạng đàn hồi nhớt của các mẫu vẫn nằm trong miền tuyến tính để đảm bảo tính hợp lệ của công thức lý thuyết đề xuất. Cần lưu ý rằng, sự tích lũy của biến dạng không hồi phục trong mẫu qua các thí nghiệm được giả thuyết là ít gây biến đổi các tích chất đàn hồi nhớt và dẻo nhớt của vật liệu (được kiểm chứng ở mục 3.3).

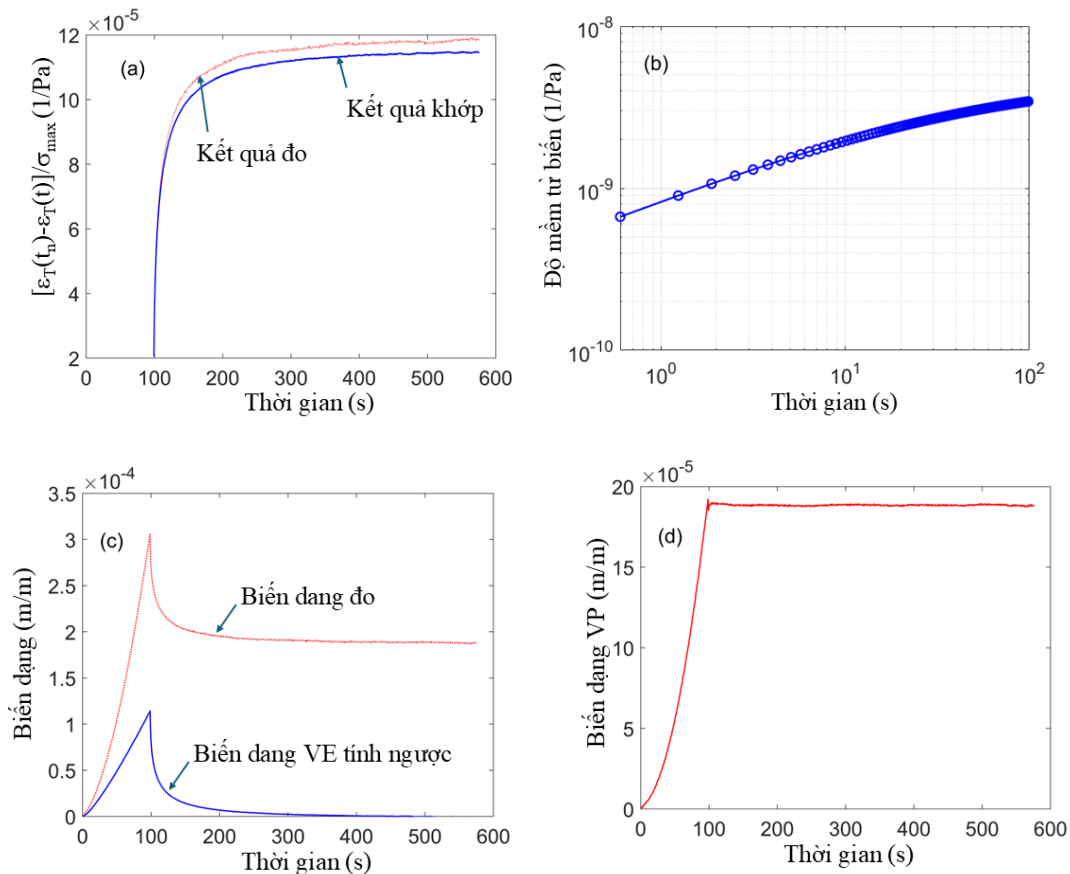
Bảng 1. Tổng hợp các thí nghiệm đã thực hiện.

Mã thí nghiệm	Mẫu	Thời gian gia tải (s)	Tốc độ gia tải (N/s)	Nhiệt độ thí nghiệm (°C)	Mục đích
T1	1	100	2	30	kiểm tra sự tuyến tính và độ lặp lại.
T2		125	2	30	
T3		165	2	30	

Mã thí nghiệm	Mẫu	Thời gian gia tải (s)	Tốc độ gia tải (N/s)	Nhiệt độ thí nghiệm (°C)	Mục đích
T4	2	100	3	30	Phân tích ngưỡng dẻo
T5		140	3	25	
T6		200	3	20	
T7		300	3	15	
T8		150	6	15	

3.2. Đánh giá sự hội tụ của giải thuật GCR

Để minh họa, các kết quả thu được từ dữ liệu thí nghiệm T1 với số khoảng con n được chọn bằng 320 bước được trình bày trong Hình 6. Như có thể quan sát, hàm AACC suy ra từ mô hình HS cho kết quả khớp tốt với CC thực nghiệm thu được trong giai đoạn dỡ tải (xem Hình 6(a)). Các CC được tính với các tham số phù hợp nhất được biểu diễn trong Hình 6(b), và các biến dạng VE dự đoán tính toán bằng các phương trình (6)-(7) được trình bày trong Hình 6(c). Có thể thấy rằng, các biến dạng đo được lớn hơn nhiều so với biến dạng VE, xác nhận sự tồn tại của biến dạng VP bên trong mẫu thí nghiệm. Biến dạng VP đã được tính bằng phương trình (2) và được trình bày trong Hình 6(d) để minh họa sự phát triển của biến dạng vĩnh viễn của mẫu trong quá trình gia tải và dỡ tải.



Hình 6. Kết quả của thí nghiệm SCR tại 30°C, tốc độ gia tải bằng 2N/s, và thời gian gia tải bằng 100s. (a) Kết quả khớp độ mềm hồi phục với $n = 320$; (b) CC tính toán ngược; (c) Dự đoán các biến dạng VE và tổng biến dạng và (d) Biến dạng VP tính toán.

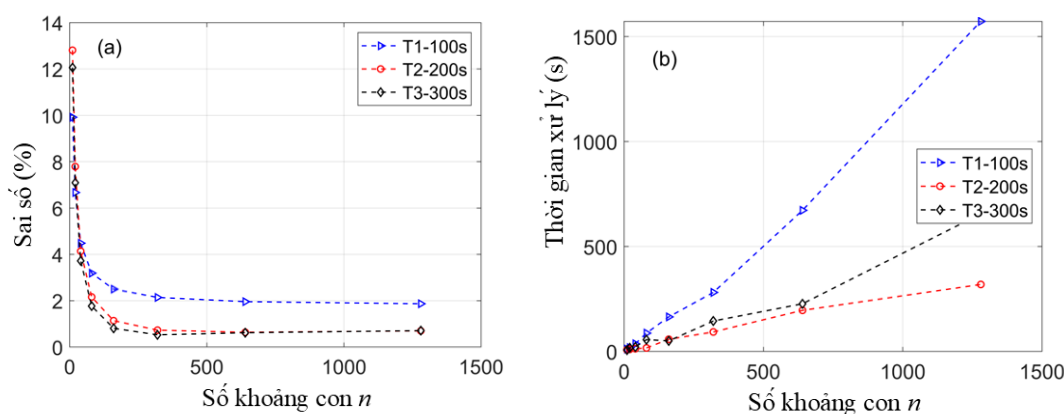
Theo hình 6(d), biến dạng VP liên tục phát triển trong giai đoạn gia tải và giữ giá trị ổn định trong giai đoạn dỡ tải như đã giả định. Do đó, trong các phần tiếp theo, chỉ các biến dạng VP trong giai đoạn gia tải được trình bày trong các hình tiếp theo.

Để xác minh sự hội tụ của thuật toán GCR, ảnh hưởng của độ mịn bước thời gian rời rạc hóa đến các kết quả thu được đã được xem xét. Sai số tương đối giữa biến dạng đàn hồi nhớt được tính toán ngược và biến dạng hồi phục đo được trong giai đoạn dỡ tải đã được tính bằng cách sử dụng phương trình (12):

$$RE = \left[\sum_j (X_j - Y_j)^2 / \sum_j Y_j^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

trong đó X_j và Y_j là giá trị của dữ liệu tại một điểm rời rạc thứ j .

Như có thể quan sát trong Hình 7(a), các sai số tương đối thể hiện một xu hướng giảm khi số lượng khoảng con tăng lên. Về thời gian tính toán, việc phân chia lưới mịn rõ ràng yêu cầu thời gian tính toán dài hơn để hoàn thành phép tính, như được chỉ ra trong Hình 7(b). Theo các kết quả thu được, việc phân chia lưới sử dụng 320 khoảng con dường như là đủ để đảm bảo cả độ chính xác số học và hiệu quả tính toán (gần như tương đồng với kết quả của Đỗ và các cộng sự [20]). Các giá trị n cao hơn chỉ mang lại cải thiện nhỏ về độ chính xác; do đó, giá trị này đã được chọn để xử lý tất cả dữ liệu thí nghiệm phía sau trong nghiên cứu này.



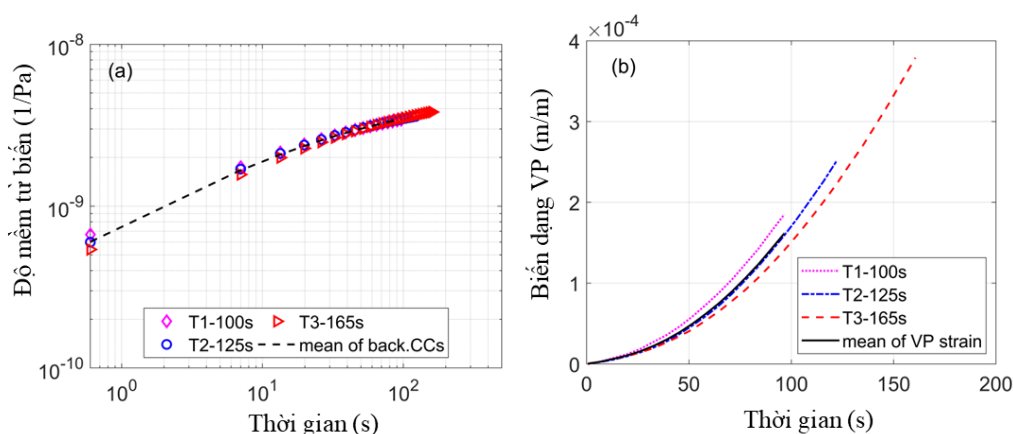
Hình 7. Ảnh hưởng của độ mịn khi rời rạc hóa tới (a) độ chính xác của các kết quả thu được với thuật toán GCR và (b) thời gian tính toán.

3.3. Xác minh tính tuyến tính và độ lặp lại

Hình 8 trình bày các đường cong CC và biến dạng VP của mẫu thí nghiệm số 1, xác định từ các thử nghiệm T1, T2 và T3. Rõ ràng là các đường cong CC thu được khá gần nhau. Trên thực tế, sự khác biệt tương đối lớn nhất giữa chúng với giá trị trung bình của các CC tính toán ngược không vượt quá 5,82% khi tính trong 100s đầu tiên của thời gian gia tải. Về các biến dạng VP, sự khác biệt tương đối giữa các lần thí nghiệm liên tiếp có thể đạt đến 17,90%. Tuy nhiên, sự biến đổi này chủ yếu do hiệu ứng tăng cứng cơ học của vật liệu khi các cốt liệu sắp xếp lại gần nhau hơn dưới tác động của biến dạng vĩnh cửu. Ngoài ra, mức độ biến đổi này vẫn nhỏ và được chấp nhận rộng rãi trong lĩnh vực nghiên cứu về mặt đường bê tông nhựa. Do đó, các kết quả thu được từ các thí nghiệm SCR có thể được xem là có độ lặp lại và phù hợp với giả thuyết biến dạng dẻo cộng dồn trong phạm vi nghiên cứu ảnh hưởng không đáng kể đến tính chất đàn hồi nhớt và dẻo nhớt của vật liệu.

Ngoài ra, sự biến động giữa đặc tính đàn hồi nhớt tuyến tính giữa các mẫu không vượt quá 11.90%. Cụ thể, căn cứ kết quả phân tích LVE ở 30°C của mẫu số 1 (Hình 8.a) và mẫu số 2 (Hình 9.a), giá trị của CC ở 10, 30, 100s lần lượt là $1,89 \times 10^{-9}$, $2,65 \times 10^{-9}$, $3,48 \times 10^{-9}$ (1/Pa) và $2,10 \times 10^{-9}$, $2,98 \times 10^{-9}$, $3,97 \times 10^{-9}$ (1/Pa). Vì vậy, nhiều nghiên cứu liên quan đến ứng xử của vật liệu bê tông nhựa chỉ thực hiện với số lượng mẫu hạn chế mà vẫn đảm bảo độ tin cậy cần thiết [9,21].

Về sự phát triển của các biến dạng VP, có thể quan sát thấy trong Hình 8(b) rằng tất cả các đường cong biến dạng VP đều tăng liên tục từ khi bắt đầu tác dụng ứng suất. Điều này có thể cho thấy vật liệu nghiên cứu không biểu hiện điểm chảy dẻo ở 30 °C. Tuy nhiên, có thể ứng suất chảy dẻo tại nhiệt độ này là rất nhỏ, dưới ngưỡng phát hiện của thiết bị thí nghiệm. Do đó, giả thuyết này sẽ được xem xét thêm trong phần tiếp theo, nơi mà ứng xử của vật liệu ở nhiệt độ thấp hơn 30 °C được nghiên cứu.



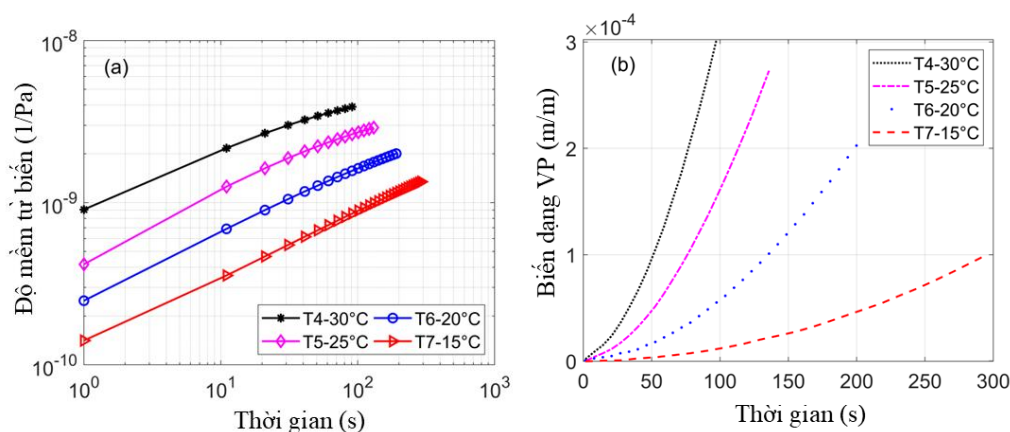
Hình 8. Kết quả tính toán ngược của tất cả các thí nghiệm thực hiện trên mẫu 1
(a) Độ mềm từ biến tính toán ngược; (b) Sự phát triển của biến dạng VP.

3.4. Xác minh sự không tồn tại của điểm chảy dẻo nhớt

Theo [9], do độ kết dính của bê tông nhựa tăng ở nhiệt độ thấp nên ứng suất chảy dẻo nhớt (nếu có) tăng khi nhiệt độ giảm. Nếu vật liệu có tồn tại ngưỡng dẻo nhớt thì độ lớn của nó ở nhiệt độ thấp sẽ tăng lên, khi đó với thiết bị có độ nhạy tốt sẽ có khả năng bắt được điểm chảy dẻo nhớt của vật liệu. Vì vậy, các thí nghiệm bổ sung ở nhiệt độ thấp hơn 30°C, cụ thể là 25, 20 và 15°C, đã được thực hiện trong mục này nhằm xác minh xem điểm chảy dẻo nhớt có tồn tại hay không. Các thí nghiệm này được thực hiện trên mẫu số 2. Tuy nhiên, cần lưu ý rằng, khi kết cấu áo đường bê tông nhựa ở nhiệt độ thấp thì các hư hỏng dạng nứt sẽ xuất hiện sớm hơn hư hỏng dạng hằn lún vệt bánh xe. Vì vậy, việc xác định điểm chảy dẻo nhớt ở các nhiệt độ thấp hơn nữa sẽ không còn nhiều ý nghĩa cho việc mô hình hóa sự phát triển của biến dạng dẻo nhớt trong vật liệu bê tông nhựa.

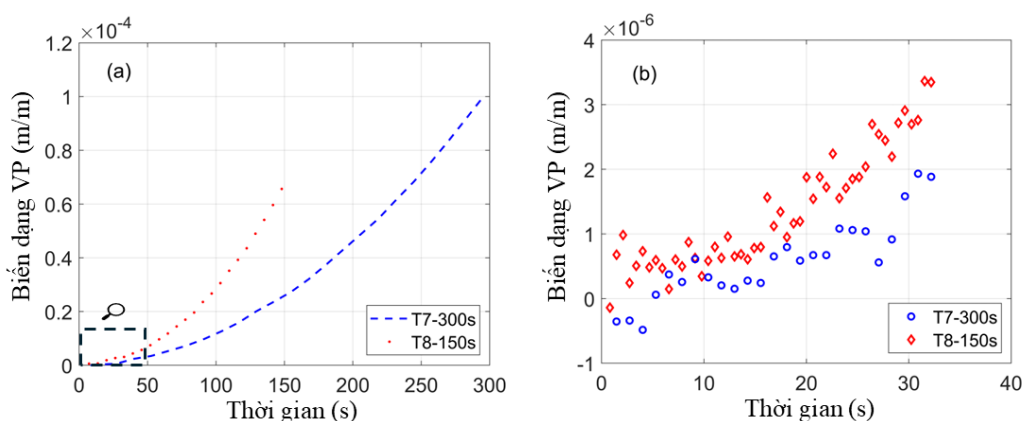
Hình 9(a) và (b) biểu thị các CC và biến dạng VP thu được ở các nhiệt độ khảo sát. Rõ ràng là vật liệu cứng hơn ở nhiệt độ thấp hơn, phù hợp với lý thuyết LVE. Ngoài ra, tốc độ phát triển của biến dạng VP ở nhiệt độ cao lớn hơn so với giá trị thu được ở nhiệt độ thấp hơn. Mặc dù tốc độ tích lũy biến dạng VP là khác nhau ở các nhiệt độ khác nhau, hầu hết các biến dạng VP có xu hướng tăng liên tục theo thời gian gia tải do ứng suất tác dụng tăng, ngoại trừ biến dạng VP thu được ở 15°C với tốc độ gia tải 3N/s. Trong điều kiện thí nghiệm này, đường

cong biến dạng VP dường như có một “vùng đi ngang” đối với thời gian gia tải nhỏ hơn hoặc bằng 30s. Điều này có thể chỉ ra sự tồn tại của điểm chảy dẻo ở mức khoảng 90N, vượt quá điểm này biến dạng VP bắt đầu gia tăng.



Hình 9. Kết quả tính toán ngược của tất cả các thí nghiệm thực hiện trên mẫu 2: (a) Độ mềm từ biến tính toán ngược; (b) Sự phát triển của biến dạng VP.

Để xác minh xem có tồn tại điểm chảy dẻo cho hỗn hợp bê tông nhựa được nghiên cứu tại 15 °C hay không, một thử nghiệm bổ sung (T8) đã được thực hiện ở cùng nhiệt độ nhưng với tốc độ gia tải cao hơn là 6 N/s, gấp đôi tốc độ sử dụng trong thử nghiệm T7. Trong trường hợp điểm chảy dẻo tồn tại, phải có một “vùng đi ngang” trong đường cong biến dạng VP thu được trong khoảng thời gian gia tải từ 0 đến 15 giây.



Hình 10. Sự phát triển của các biến dạng VP ở 15°C (a) và hình ảnh phóng to các biến dạng VP tích lũy trong 30 giây đầu tiên của giai đoạn gia tải (b).

Đường cong biến dạng VP thu được từ thí nghiệm T8 được vẽ cùng với thí nghiệm T7 trong Hình 10(a). Thêm vào đó, các hình ảnh phóng to của các biến dạng VP tích lũy trong 30 giây đầu tiên cũng được trình bày trong Hình 10(b) để thuận tiện quan sát. Trong cả hai thí nghiệm, các biến dạng VP đều có xu hướng tăng, mặc dù có dao động khá lớn. Điều này chứng tỏ rằng, nếu điểm chảy dẻo nhớt của hỗn hợp bê tông nhựa AC ở 15°C tồn tại thì giá trị của nó là rất nhỏ và do đó có thể coi là không đáng kể.

4. KẾT LUẬN

Điểm chảy dẻo nhớt của vật liệu bê tông nhựa thông thường đã được khảo sát thành công

bằng cách sử dụng các thí nghiệm SCR ở nhiều nhiệt độ trong miền biến dạng nhỏ. Biến dạng LVE và VP của vật liệu dưới tác dụng của ứng suất tăng dần được phân tách chính xác nhờ vào thuật toán GCR, làm cơ sở cho việc khảo sát ngưỡng dẻo nhớt của vật liệu. Dựa trên các kết quả thu được, các phát hiện cụ thể được tóm tắt như sau:

- Việc rời rạc hóa giai đoạn gia tải của thí nghiệm SCR thành 320 bước nhỏ là có thể đảm bảo cả độ chính xác số học và hiệu quả tính toán khi áp dụng giải thuật GCR.
- Biến dạng VE, VP của thí nghiệm SCR được xác định bằng giải thuật GCR có tính lặp lại tốt. Sai số tương đối của biến dạng VE và VP lần lượt nhỏ hơn 5,82% và 17,90%.
- Với cách tiếp cận mới trong nghiên cứu này, vật liệu bê tông nhựa khảo sát cho thấy không tồn tại ngưỡng dẻo nhớt. Phát hiện này có khác biệt so với một số nghiên cứu liên quan khi sử dụng cách tiếp cận khác. Đồng thời, nghiên cứu này cũng góp phần củng cố giả thiết vật liệu bê tông nhựa không có ngưỡng dẻo nhớt trong nhiều nghiên cứu trước đây, tuy nhiên chưa được xác minh một cách đầy đủ bằng thực nghiệm.

Kết quả nghiên cứu này cung cấp cơ sở khoa học quan trọng đối với việc xây dựng các mô hình dự báo sự phát triển của biến dạng dẻo nhớt trong các kết cấu sử dụng vật liệu bê tông nhựa. Do vật liệu không thể hiện sự tồn tại của một ngưỡng dẻo nhớt xác định, các mô hình dự báo dựa trên giả thiết vật liệu có một ngưỡng dẻo nhớt duy nhất có thể không còn phản ánh đầy đủ ứng xử thực tế của vật liệu. Đồng thời, số lượng tham số trong mô hình dự báo cũng được giảm xuống, góp phần nâng cao hiệu quả của quá trình xác định tham số và dự báo. Ngoài ra, cách tiếp cận sử dụng biến trạng thái để mô tả quá trình hóa cứng của vật liệu cần được xem xét lại, bởi hiện tượng hóa cứng có thể phải được giải thích thông qua các cơ chế khác phù hợp hơn với kết quả thực nghiệm thu được.

Giới hạn của nghiên cứu này nằm ở giả thiết ứng xử đàn hồi nhớt là tuyến tính. Điều này chưa cho phép khảo sát ứng xử của vật liệu ở miền biến dạng lớn. Trong các nghiên cứu tiếp theo, lý thuyết đàn hồi nhớt phi tuyến sẽ được tích hợp vào phương pháp đề xuất để giải quyết hạn chế trên.

LỜI CẢM ƠN

Công trình này thuộc đề tài mã số B2024-SPK-02 do Bộ Giáo dục và Đào tạo tài trợ và được chủ trì bởi Trường Đại học Công nghệ Kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Y. Lu, P.J. Wright, Numerical approach of visco-elastoplastic analysis for asphalt mixtures, *Computer and Structures*, 69 (1998) 139–147.
- [2]. W. Cao, Y.R. Kim, A triaxial viscoplastic model with temperature dependence for asphalt concrete permanent deformation, *International Journal of Applied Mechanics*, 14 (2022) 2250023. <https://doi.org/10.1142/S1758825122500235>
- [3]. H.T.T. Nguyen, Modelling the mechanical behaviour of asphalt concrete using the Perzyna viscoplastic theory and Drucker–Prager yield surface, *Road Materials and Pavement Design*, 18 (2017) 264–280.
- [4]. M.K. Darabi, C-W. Huang, M. Bazzaz, E.A. Masad, D.N. Little, Characterization and validation of nonlinear viscoelastic-viscoplastic with hardening-relaxation constitutive relationship for asphalt mixtures, *Construction and Building Materials*, 216 (2019) 648–660.

- [5]. H. Di Benedetto, N. Mondher, C. Sauzéat, F. Olard, Three-dimensional thermo-viscoplastic behaviour of bituminous materials: The DBN model, *Road Materials and Pavement Design*, 8 (2007) 285–315. <https://doi.org/10.1080/14680629.2007.9690076>.
- [6]. M. Perl, J. Uzan, A. Sides, Visco-elasto-plastic constitutive law for a bituminous mixture under repeated loading, *Transportation Research Record*, 911 (1983) 20–27.
- [7]. A. Drescher, J.R. Kim, D.E. Newcomb, Permanent deformation in asphalt concrete, *Materials in Civil Engineering*, 5 (1993) 112–128. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(1993\)5:1\(112\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(1993)5:1(112)).
- [8]. S. Saadeh, E. Masad, D. Little, Characterization of hot mix asphalt using anisotropic damage viscoelastic, viscoplastic model and repeated loading, *Materials in Civil Engineering*, 19 (2007) 912–924. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2007\)19:10\(912\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2007)19:10(912)).
- [9]. Y. Zhang, R. Luo, R.L. Lytton, Characterization of viscoplastic yielding of asphalt concrete, *Construction and Building Materials*, 47 (2013) 671–679.
- [10]. Q.T. Nguyen, M.L. Nguyen, H. Di Benedetto, C. Sauzéat, E. Chailleux, T.T.N. Hoang, Nonlinearity of bituminous materials for small amplitude cyclic loadings, *Road Materials and Pavement Design*, 20 (2019) 1571–1585. <https://doi.org/10.1080/14680629.2018.1465452>.
- [11]. H.T.T. Nguyen, D.L. Nguyen, V.T. Tran, M.L. Nguyen, Finite element implementation of Huet–Sayegh and 2S2P1D models for analysis of asphalt pavement structures in time domain, *Road Materials and Pavement Design*, (2021). <https://doi.org/10.1080/14680629.2020.1809501>.
- [12]. M.M. Alamnie, E. Taddesse, I. Hoff, Advances in permanent deformation modeling of asphalt concrete—A review, *Materials*, 15 (2022) 3480. <https://doi.org/10.3390/ma15103480>.
- [13]. J.S. Lai, D. Anderson, Irrecoverable and recoverable non-linear viscoelastic properties of asphalt concrete, *Highway Res. Rec.*, 468 (Jan) (1973) 73–88.
- [14]. H.T.T. Nguyen, T.T. Do, V.T. Tran, T.N. Phan, T.A. Pham, M.L. Nguyen, Determination of creep compliance of asphalt mixtures at intermediate and high temperature using creep-recovery test, *Supplement, Road Mater. Pavement Des.*, 22 (2021) S514–S535. <https://doi.org/10.1080/14680629.2021.1908407>.
- [15]. V.T. Tran, T.N. Phan, V.T. Tran, T.T. Do, H.T.T. Nguyen, M.L. Nguyen, Development of a generalised creep-recovery test and a back-calculation method for determining the permanent deformation of asphalt mixtures in the time domain, *Supplement, Road Mater. Pavement Des.*, 24 (2023) 55–74. <https://doi.org/10.1080/14680629.2023.2180291>.
- [16]. K.S. Cho, *Viscoelasticity of polymers: Theory and numerical algorithms*, Springer, Dordrecht, Netherlands, 2016.
- [17]. N.W. Tschoegl, *The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior: An introduction*. Springer, New York, 1989.
- [18]. G. Sayegh, *Contribution à l'étude des propriétés visco-élastiques des bitumes purs et des bétons bitumineux*, Doctoral dissertation, Paris: Sorbonne University, France, 1965.
- [19]. T.N. Phan, N.H. Nguyen, T.T. Do, H.T.T. Nguyen, M.L. Nguyen, Verification of time-temperature superposition principle for viscoplastic strains of asphalt mixtures obtained from creep-recovery tests in the low-strain regime, *Road Materials and Pavement Design*, 26 (2025) 958–995. <https://doi.org/10.1080/14680629.2024.2390156>
- [20]. T.T. Do, T.N. Phan, N.H. Nguyen, T.A. Pham, V.T. Tran, H.T.T. Nguyen, Definition and application of linear viscoelastic unit slope response functions for efficiently dealing with piecewise linear excitations on asphaltic materials, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 37 (2025). <http://doi.org/10.1061/JMCEE7.MTENG-19208>
- [21]. J. Uzan, Characterization of Asphalt Concrete Materials for Permanent Deformation, *International Journal of Pavement Engineering*, 4 (2003) 77–86. <http://dx.doi.org/10.1080/1029843031000159327>