



OPTIMIZATION OF THE OPERATING INTERVAL BETWEEN REPAIRS FOR ELEMENTS WHOSE TIME TO FAILURE FOLLOWS THE WEIBULL-GNEDENKO DISTRIBUTION

Tran Van Hieu^{1,3}, Do Duc Tuan^{2*}, Nguyen Duc Toan², Nguyen Thanh Cong²

¹Doctoral program in Power mechanical engineering, University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

²University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

³University of Transport Technology, No 54 Trieu Khuc Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: **Research Article**

Received: 26/03/2026

Revised: 19/06/2026

Accepted: 08/07/2026

Published online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.9>

* *Corresponding author*

Email: ddtuan@utc.edu.vn; Tel: 0913 905 814

Abstract: The rational selection of the operating interval between two successive repairs plays an important role in reliability management and maintenance planning for technical systems. For elements subject to sudden failures, the timing of repair is influenced by the probability distribution of time to failure and the relationship between scheduled repair costs and unscheduled repair costs. This study proposes a method for determining the optimal operating interval of elements whose time to failure follows the Weibull-Gnedenko distribution based on the criterion of minimizing the relative repair cost. Based on the established mathematical model, a computational program was developed in Java to determine the relative cost function, the optimal relative operating distance, and the optimal operating interval for different repair cost ratios. The proposed method was applied to a dataset comprising 78 time-to-failure observations of main and connecting rod bearings in diesel locomotive engines. The results show that, as the ratio of scheduled repair cost to unscheduled repair cost increases from 0.1 to 0.6, the corresponding optimal operating interval varies from 19.0×10^3 km to 57.1×10^3 km. The results demonstrate the significant influence of the repair cost relationship on the optimal operating interval and provide a quantitative basis for selecting repair intervals for components subject to sudden failures in railway vehicles and other technical systems with similar characteristics.

Keywords: optimization, operating interval, repair cost, Weibull-Gnedenko distribution, computational program.



TỐI ƯU HÓA THỜI HẠN LÀM VIỆC GIỮA CÁC LẦN SỬA CHỮA CỦA PHẦN TỬ CÓ THỜI GIAN LÀM VIỆC TỚI HỒNG TUẦN THEO LUẬT PHÂN BỐ WEIBULL-GNEDENKO

Trần Văn Hiếu^{1,3}, Đỗ Đức Tuấn^{2*}, Nguyễn Đức Toàn², Nguyễn Thành Công²

¹NCS ngành Kỹ thuật cơ khí động lực, Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

²Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

³Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, Số 54 Triều Khúc, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 26/03/2026

Ngày nhận bài sửa: 19/06/2026

Ngày chấp nhận đăng: 08/07/2026

Ngày xuất bản Online: 15/08/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.6.9>

* Tác giả liên hệ

Email: ddtuan@utc.edu.vn; Tel: 0913 905 814

Tóm tắt: Việc lựa chọn hợp lý khoảng thời gian làm việc giữa hai lần sửa chữa liên tiếp có ý nghĩa quan trọng trong quản lý độ tin cậy và tổ chức bảo trì các đối tượng kỹ thuật. Đối với những phần tử xuất hiện hư hỏng đột ngột, thời điểm tiến hành sửa chữa chịu ảnh hưởng của quy luật phân bố thời gian làm việc tới hỏng và mối tương quan giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch với chi phí khắc phục hư hỏng ngoài kế hoạch. Nghiên cứu này đề xuất phương pháp xác định thời hạn làm việc tối ưu của phần tử có thời gian làm việc tới hỏng tuân theo phân bố Weibull-Gnedenko dựa trên tiêu chí cực tiểu hóa chi phí sửa chữa tương đối. Từ mô hình toán học được thiết lập, một chương trình tính toán bằng ngôn ngữ Java được phát triển để xác định hàm chi phí tương đối, quãng đường chạy tương đối tối ưu và thời hạn làm việc tối ưu ứng với các tỷ số chi phí khác nhau. Phương pháp được áp dụng cho bộ số liệu gồm 78 giá trị thời gian làm việc tới hỏng của bạc trục và bạc biên động cơ đầu máy diesel. Kết quả cho thấy, khi tỷ số giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và chi phí sửa chữa đột xuất tăng từ 0,1 đến 0,6, thời hạn làm việc tối ưu tương ứng biến thiên từ $19,0 \times 10^3$ km đến $57,1 \times 10^3$ km. Kết quả thu được chỉ ra ảnh hưởng đáng kể của tương quan chi phí sửa chữa đến thời hạn làm việc tối ưu, đồng thời cung cấp cơ sở định lượng cho việc lựa chọn chu kỳ sửa chữa đối với các chi tiết hư hỏng đột ngột trên phương tiện đường sắt và những đối tượng kỹ thuật có đặc điểm tương tự.

Từ khóa: tối ưu hóa, thời hạn làm việc, chi phí sửa chữa, phân bố Weibull-Gnedenko, chương trình tính toán.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Các nghiên cứu liên quan đến trạng thái kỹ thuật và quá trình khai thác của máy móc, thiết bị có thể được xem xét theo hai hướng chủ yếu. Hướng thứ nhất tập trung nghiên cứu quá trình hao mòn, hư hỏng, đánh giá độ tin cậy và xác định thời hạn làm việc cũng như tuổi thọ của đối tượng [1-5]. Hướng thứ hai hướng tới việc lựa chọn hợp lý thời hạn làm việc và chu kỳ bảo dưỡng, sửa chữa.

Xác định khoảng thời gian phù hợp giữa các lần bảo dưỡng, sửa chữa liên tiếp là một nội dung quan trọng trong quản lý độ tin cậy và vòng đời của đối tượng kỹ thuật. Các nghiên cứu đã công bố tiếp cận bài toán tối ưu chu kỳ sửa chữa theo nhiều tiêu chí, trong đó có độ tin cậy, rủi ro, tính sẵn sàng và chi phí vòng đời [6-14]. Một hướng tiếp cận được trình bày trong [11-14] là xây dựng tiêu chí tối ưu dựa trên chi phí bảo dưỡng, sửa chữa, với sự phân biệt giữa chi phí thực hiện sửa chữa theo kế hoạch và chi phí phát sinh do sửa chữa đột xuất. Cách tiếp cận này đặc biệt phù hợp với các phần tử có dạng hư hỏng đột ngột, bởi thời điểm sửa chữa có quan hệ trực tiếp với xác suất xuất hiện hư hỏng và tổn thất kinh tế tương ứng.

Ở Việt Nam, bài toán tối ưu hóa chu kỳ bảo dưỡng, sửa chữa đã được đề cập trong một số công trình nghiên cứu [15-16]. Tuy vậy, phương pháp xác định thời hạn làm việc tối ưu cho các phần tử hư hỏng đột ngột vẫn cần được tiếp tục hoàn thiện theo hướng có khả năng áp dụng cho nhiều điều kiện tính toán. Một trong những vấn đề cần xem xét là ảnh hưởng của tương quan giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và chi phí sửa chữa đột xuất khi thời gian làm việc tới hỏng của đối tượng tuân theo những quy luật phân bố xác suất khác nhau.

Từ vấn đề trên, nghiên cứu lựa chọn cách tiếp cận kinh tế - kỹ thuật để xây dựng bài toán tối ưu. Hai đại lượng được sử dụng làm biến số gồm tỷ số quãng đường chạy giữa các lần sửa chữa theo kế hoạch so với tham số đặc trưng của phân bố và tỷ số giữa chi phí sửa chữa kế hoạch với chi phí sửa chữa đột xuất. Với giả thiết thời gian làm việc tới hỏng của phần tử tuân theo phân bố Weibull-Gnedenko [17-19], mô hình toán học được thiết lập và chương trình tính toán được xây dựng nhằm xác định thời hạn làm việc tối ưu ứng với từng phương án chi phí.

Kết quả thu được góp phần cung cấp cơ sở định lượng cho việc lựa chọn chu kỳ sửa chữa phù hợp đối với các đối tượng kỹ thuật và có thể áp dụng cho các chi tiết, cụm chi tiết của phương tiện đường sắt trong điều kiện khai thác tại Việt Nam.

2. CƠ SỞ TỐI ƯU HÓA THỜI HẠN LÀM VIỆC GIỮA CÁC LẦN SỬA CỦA PHẦN TỬ KHI THỜI HẠN LÀM VIỆC TỚI HỎNG TUÂN THEO LUẬT PHÂN BỐ WEIBULL-GNEDENKO

Bài toán xác định thời hạn làm việc tối ưu của phần tử hư hỏng đột ngột đòi hỏi phải xác định được quy luật phân bố xác suất của thời gian làm việc hoặc quãng đường chạy tới hỏng $f(l)$, cùng các đặc trưng thống kê tương ứng như kỳ vọng toán học, độ lệch chuẩn và hệ số biến động (L_h, σ_l, ν_l) . Khi bài toán được xem xét theo quan điểm kinh tế - kỹ thuật, ngoài đặc tính hư hỏng của phần tử còn phải tính đến yếu tố chi phí. Trong nghiên cứu này, hai thành phần được xem xét là chi phí sửa chữa theo kế hoạch và chi phí sửa chữa đột xuất [11-14].

Chi phí sửa chữa theo kế hoạch c_{kh} phụ thuộc vào đặc điểm kết cấu, khả năng phục hồi và công nghệ sửa chữa áp dụng cho chi tiết. Trong khi đó, chi phí sửa chữa đột xuất c_{dx} chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố phát sinh trong quá trình vận hành và thường gắn với hậu quả của hư hỏng ngoài kế hoạch. Do đó, việc đồng thời xem xét hai thành phần chi phí này cho phép đánh

giá thời hạn sửa chữa trên cả phương diện độ tin cậy và hiệu quả kinh tế. Vì điều kiện làm việc và cường độ khai thác có thể khác nhau giữa các đối tượng hoặc môi trường vận hành, tổn thất kinh tế do hư hỏng gây ra cũng không giống nhau. Bởi vậy, các thành phần chi phí liên quan cần được xác định từ dữ liệu thống kê thu thập trong những điều kiện khai thác cụ thể [11-14].

Đối với chi tiết được tháo kiểm tra, phục hồi hoặc thay thế theo chu kỳ định trước, chi phí sửa chữa kế hoạch có thể được cấu thành từ:

- Chi phí nhân công cho các công việc tháo, lắp và kiểm tra chi tiết trong kỳ sửa chữa;
- Chi phí mua chi tiết mới nếu áp dụng phương án thay thế; thành phần này không phát sinh khi chi tiết được phục hồi;
- Chi phí phục hồi hoặc sửa chữa chi tiết; thành phần này không được tính nếu lựa chọn phương án thay mới.

Trong thực tế, giá trị chi phí sửa chữa kế hoạch có thể được xác định từ định mức lao động, đơn giá nhân công, giá phụ tùng và vật tư thay thế theo quy định của đơn vị quản lý, khai thác.

Nhu cầu sửa chữa đột xuất có thể xuất hiện khi chi tiết bị hư hỏng trong khoảng thời gian giữa hai kỳ sửa chữa theo kế hoạch. Tùy theo mức độ hư hỏng, chi tiết có thể phải sửa chữa hoặc thay thế ngoài kế hoạch. Ngoài ra, chi phí đột xuất cũng có thể phát sinh khi hư hỏng được phát hiện trong quá trình thực hiện một kỳ sửa chữa định kỳ nhưng nội dung xử lý hư hỏng đó chưa được dự kiến trong kế hoạch ban đầu.

Khi xảy ra hư hỏng ngoài kế hoạch, đối tượng có thể phải ngừng khai thác để sửa chữa hoặc kéo dài thời gian nằm tại cấp sửa chữa định kỳ do khối lượng công việc tăng thêm. Vì vậy, chi phí đột xuất không chỉ bao gồm chi phí trực tiếp cho việc sửa chữa hoặc thay thế chi tiết mà còn có thể bao gồm các tổn thất gián tiếp do sự cố gây ra. Đối với phương tiện đường sắt, các tổn thất này có thể liên quan đến sự cố xảy ra trên tuyến, thời gian dừng phương tiện ngoài kế hoạch và những chi phí phát sinh khác trong quá trình khắc phục hư hỏng. Do chịu ảnh hưởng của điều kiện khai thác thực tế, chi phí sửa chữa đột xuất có tính biến động và cần được đánh giá dựa trên số liệu thống kê. Trong trường hợp chưa đủ cơ sở xác định chính xác giá trị tuyệt đối của từng thành phần chi phí, bài toán tối ưu có thể được thiết lập thông qua tỷ số chi phí tương đối $\gamma_c = \frac{C_{kh}}{C_{dx}}$ và sử dụng đại lượng này làm một biến số tính toán.

Khi đã xác định được quy luật phân bố thời gian làm việc tới hỏng và giá trị trung bình L_h , khoảng thời gian giữa các lần sửa chữa theo kế hoạch có thể được biểu diễn dưới dạng đại lượng không thứ nguyên $\nu_{sc} = \frac{L_{sc,kh}}{L_h}$. Việc sử dụng tỷ số này làm biến số cho phép khảo sát sự thay đổi của hàm mục tiêu theo thời hạn sửa chữa và từ đó xác định giá trị $L_{sc,kh}$ phù hợp với tiêu chí tối ưu [11-14].

Theo cách tiếp cận trên, bài toán tối ưu được xây dựng dựa trên hai đại lượng chính:

- Tỷ số biểu thị quãng đường chạy giữa các lần sửa chữa theo kế hoạch so với quãng đường chạy trung bình tới hỏng, $\nu_{sc} = \frac{L_{sc,kh}}{L_h}$;

- Tỷ số giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và chi phí sửa chữa đột xuất, $\gamma_c = \frac{C_{kh}}{C_{dx}}$.

Trên cơ sở các phương pháp được trình bày trong [11, 13-14], mô hình tối ưu thời hạn làm việc giữa các lần sửa chữa được xem xét cho phần tử hư hỏng đột ngột ứng với các quy luật phân bố thời gian làm việc tới hỏng khác nhau. Đối với trường hợp thời gian làm việc tới hỏng tuân theo phân bố Weibull-Gnedenko, bài toán được thiết lập như sau.

2.1. Hàm mục tiêu

$$U_c = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) \left[1 - (1 - \gamma_c) \exp(-\nu_{e,sc}^b)\right]}{\int_0^{\nu_{e,sc}} \exp(-\nu_{e,sc}^b) d\nu_{e,sc}} \Rightarrow \min \quad (1)$$

Các ràng buộc: $\nu_{e,sc} > 0; 0 < \gamma_c \leq 1, 0$;

trong đó:

U_c - chi phí tổng cộng tương đối;

$\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$ - hàm gamma;

$\beta = b$ - tham số hình dáng của phân bố Weibull-Gnedenko;

$\alpha = a_e$ - tham số tỷ lệ của phân bố Weibull-Gnedenko;

$\nu_{e,sc} = \frac{L_{sc}}{a_e}$ - tỷ lệ quãng đường chạy tương đối giữa các lần sửa chữa theo kế hoạch so với thông số a_e của phân bố Weibull-Gnedenko;

$\gamma_c = \frac{C_{kh}}{C_{dx}}$ - chi phí tương đối (tỷ số giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và sửa chữa đột xuất).

Từ hàm mục tiêu có thể xác lập quan hệ giữa giá trị quãng đường chạy tương đối tối ưu $\nu_{sc,min}$ và chi phí tổng cộng tương đối U_c đối với phân bố Weibull-Gnedenko:

$$\nu_{sc,min} = \left[\frac{U_{c,min}}{(1 - \gamma_c) \Gamma\left(\frac{1}{b}\right)} \right]^{\frac{1}{b-1}} \quad (2)$$

Khi xác định được $\nu_{sc,min}$, thời hạn làm việc tối ưu giữa hai lần sửa chữa liên tiếp được tính theo biểu thức:

$$L_{sc,tu} = \nu_{e,sc,min} a_e \quad (3)$$

2.2. Các thông số tính toán

Các đại lượng đầu vào và kết quả cần xác định của bài toán tối ưu được tổng hợp trong Bảng 1.

Bảng 1. Các thông số tính toán xác định thời hạn làm việc tối ưu giữa các lần sửa chữa khi thời hạn làm việc tới hỏng của phần tử tuân theo luật phân bố Weibull-Gnedenko.

TT	Thông số đầu vào	Thông số cần tính toán
1	Kỳ vọng thời gian làm việc tới hỏng L_h , km	Tính toán giá trị hàm U_c theo $\nu_{e,sc}$ với phân bố Weibull-Gnedenko và vẽ đồ thị
2	Tham số hình dáng của phân bố Weibull-Gnedenko b	Xác định giá trị $U_{c,min}$
3	Tham số tỷ lệ của phân bố Weibull-Gnedenko a_e	Xác định giá trị quãng đường chạy tương đối tối ưu $\nu_{sc,tu}$ tương ứng với $U_{c,min}$
4	Tỷ lệ quãng đường chạy tương đối giữa các lần sửa chữa theo kế hoạch so với thông số a_e của phân bố Weibull-Gnedenko $\nu_{e,sc} = \frac{L_{sc}}{a_e}$ (biên chạy)	Xác định thời hạn làm việc tối ưu $L_{sc,tu} = \nu_{e,sc,min} a_e$
5	Chi phí tương đối (tỷ số giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và sửa chữa đột xuất) $\gamma_c = \frac{C_{kh}}{C_{dx}}$ (biên chạy)	

3. XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH TÍNH TOÁN XÁC ĐỊNH THỜI HẠN LÀM VIỆC TỐI ƯU GIỮA CÁC LẦN SỬA CHỮA CỦA PHẦN TỬ HƯ HỎNG ĐỘT NGỘT KHI THỜI HẠN LÀM VIỆC TỚI HỎNG TUÂN THEO LUẬT PHÂN BỐ WEIBULL-GNEDENKO

Từ mô hình toán học đã thiết lập, chương trình tính toán được phát triển bằng ngôn ngữ Java [20-22] nhằm thực hiện quá trình khảo sát hàm mục tiêu và xác định thời hạn làm việc tối ưu.

3.1. Lưu đồ thuật toán

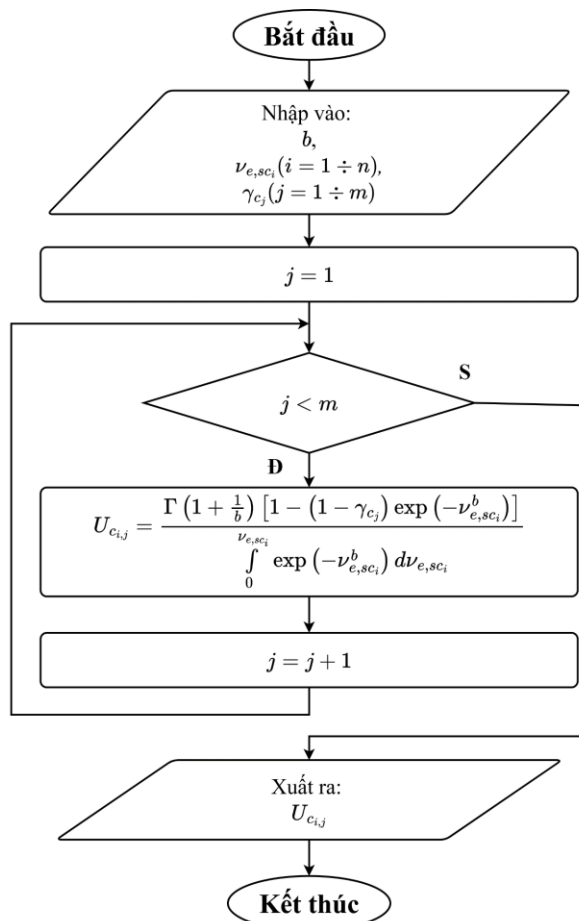
Trình tự thực hiện các bước tính toán của chương trình được mô tả bằng lưu đồ trên Hình 1.

3.2. Các chức năng của chương trình

Chương trình được xây dựng để thực hiện các chức năng chính sau:

- Tính giá trị hàm chi phí tương đối U_c theo biến $\nu_{e,sc}$ đối với phân bố Weibull-Gnedenko và biểu diễn kết quả dưới dạng đồ thị;
- Tìm giá trị nhỏ nhất $U_{c,min}$ của hàm mục tiêu;
- Xác định quãng đường chạy tương đối tối ưu $\nu_{sc,tu}$ ứng với $U_{c,min}$;
- Tính thời hạn làm việc tối ưu theo biểu thức $L_{sc,tu} = \nu_{e,sc,min} a_e$.

3.3. Giao diện chính của chương trình



Hình 1. Lưu đồ thuật toán xác định thời hạn làm việc tối ưu giữa các lần sửa chữa của phần tử hư hỏng đột ngột khi thời hạn làm việc tới hỏng tuân theo luật phân bố Weibull-Gnedenko.

Giao diện phục vụ nhập dữ liệu và thực hiện các chức năng tính toán được trình bày trên Hình 2.

The screenshot shows a web application titled "TỐI ƯU HÓA THỜI HẠN LÀM VIỆC CỦA PHẦN TỬ HƯ HỎNG ĐỘT XUẤT CÓ XÉT TỚI CHI PHÍ SỬA CHỮA THEO QUY LUẬT PHÂN BỐ WEIBULL GNEDENKO". The interface is divided into two main sections: "Các thông số cần nhập" (Input parameters) and "Kết quả tính toán" (Calculation results).

Các thông số cần nhập:

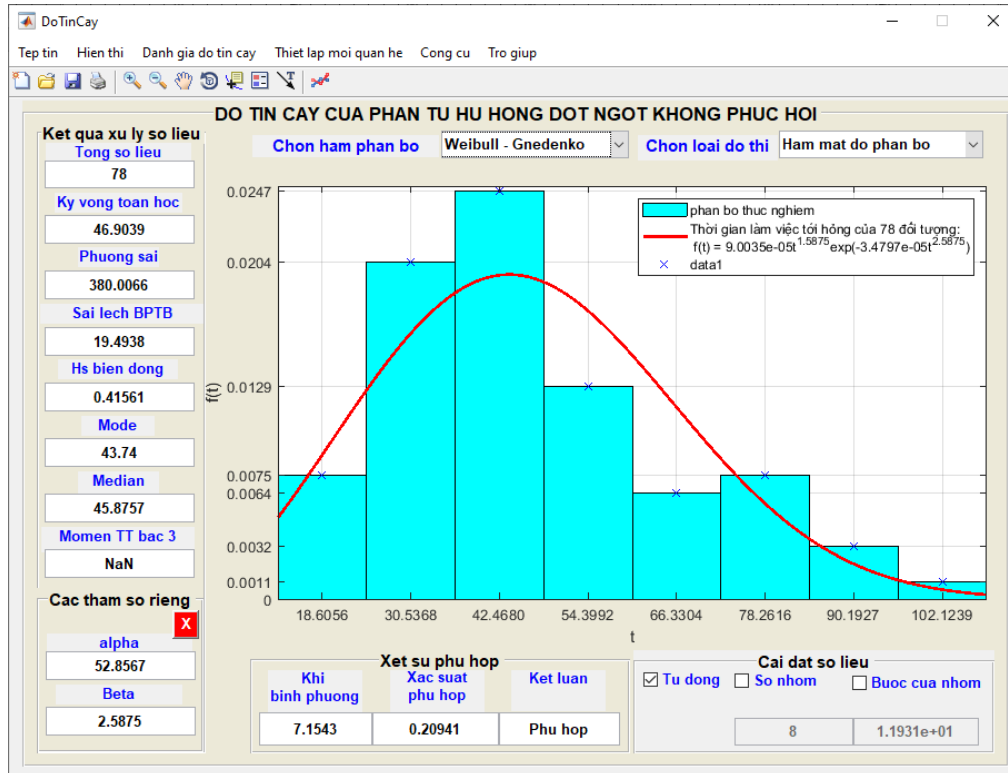
- b =** [input field]
- ν_{e,sc} =** [input field] : [input field] : [input field]
- γ_c =** [input field] : [input field] : [input field]

Kết quả tính toán:

- Đồ thị U_c theo ν_{e,sc} [button]
- Bảng tính U_c theo ν_{e,sc} [button]

Hình 2. Giao diện tính toán xác định thời hạn làm việc tối ưu của phần tử hư hỏng đột ngột khi thời gian làm việc tới hỏng tuân theo luật phân bố Weibull-Gnedenko.

Độ chính xác của chương trình được kiểm tra thông qua việc tính toán lại các bài toán mẫu trong [11, 14] và đối chiếu kết quả thu được. Kết quả so sánh cho thấy các đường cong có cùng xu hướng biến thiên, trong khi sai lệch giữa giá trị tính bằng chương trình và kết quả tham chiếu là không đáng kể. Do giới hạn dung lượng bài báo, nội dung chi tiết của quá trình kiểm tra không được trình bày tại đây.



Hình 3. Hàm mật độ phân bố thời gian làm việc tới hỏng của 78 phần tử đối với phân bố Weibull-Gnedenko. Dấu $\times$ tương đương dấu $\cdot$, xét về biểu diễn số.

4. TÍNH TOÁN XÁC ĐỊNH THỜI HẠN LÀM VIỆC TỐI ƯU GIỮA CÁC LẦN SỬA CHỮA CỦA PHẦN TỬ HU HỒNG ĐỘT NGỌT KHI THỜI HẠN LÀM VIỆC TỚI HỎNG TUÂN THEO LUẬT PHÂN BỐ WEIBULL-GNEDENKO

4.1. Số liệu thống kê

Bộ số liệu sử dụng trong tính toán gồm 78 giá trị quãng đường làm việc tới khi xuất hiện hư hỏng đột ngột của bạc trục và bạc biên động cơ đầu máy diesel, với đơn vị 10^3 km [2, 3].

51,380; 65,130; 69,200; 85,240; 48,150; 50,530; 82,600; 90,980; 76,430; 58,510; 42,660; 84,050; 53,220; 86,040; 58,070; 55,690; 75,400; 60,650; 42,350; 63,540; 48,450; 41,280; 99,520; 50,980; 42,600; 72,880; 78,790; 39,170; 42,360; 35,740; 53,980; 68,870; 35,980; 32,450; 30,030; 44,730; 47,940; 41,300; 42,700; 46,310; 40,950; 45,110; 31,220; 42,290; 50,630; 46,200; 34,940; 44,450; 41,920; 77,930; 36,820; 33,420; 53,880; 39,690; 67,470; 35,640; 20,500; 42,040; 39,080; 58,050; 24,960; 32,940; 33,480; 12,640; 28,500; 24,700; 29,090; 17,320; 21,290; 18,630; 30,040; 35,080; 21,800; 34,560; 42,800; 29,670; 14,520; 28,350

4.2. Xác định thời hạn làm việc tối ưu giữa các lần sửa chữa

4.2.1. Thiết lập hàm mật độ phân bố

Bộ số liệu được xử lý bằng phần mềm chuyên dụng [23] để xác định hàm mật độ xác suất và ước lượng các tham số của phân bố Weibull-Gnedenko. Kết quả phân tích được trình bày trên Hình 3 và tổng hợp trong Bảng 2.

Bảng 2. Các tham số của phân bố Weibull-Gnedenko.

TT	Các tham số	Trị số
1	Kỳ vọng toán học a , 10^3 km	46,904
2	Độ lệch chuẩn σ , 10^3 km	19,394
3	Hệ số biến động ν_l	0,416
4	Tham số $\alpha = a_e$	52,8567
5	Tham số $\beta = b$	2,5875
6	Xác suất phù hợp p	0,209

4.2.2. Xác định thời hạn làm việc tối ưu giữa các lần sửa chữa

Các tham số phân bố xác định được từ bộ số liệu tiếp tục được sử dụng làm dữ liệu đầu vào cho chương trình nhằm tính toán thời hạn làm việc tối ưu.

Quá trình tính toán được thực hiện với các dữ liệu và phạm vi khảo sát như sau:

- Tham số hình dáng của phân bố Weibull-Gnedenko: $b = 2,5875$
- Biến $\nu_{e,sc}$ được khảo sát trong khoảng từ 0,01 đến 2,0 với bước tăng 0,01;
- Biến γ_c , được khảo sát từ 0,1 đến 0,9 với bước tăng 0,1.

Giao diện nhập các tham số tính toán được minh họa trên Hình 4.

Hình 4. Giao diện nhập số liệu và tính toán thời gian làm việc tối ưu của 78 phần tử đối với phân bố Weibull-Gnedenko. Dấu . tương đương dấu , xét về biểu diễn số.

Với mỗi giá trị của γ_c , chương trình tính U_c tại 200 giá trị của $\nu_{e,sc}$ trong phạm vi khảo sát. Một phần bảng kết quả tính toán được trích xuất và trình bày trên Hình 5.

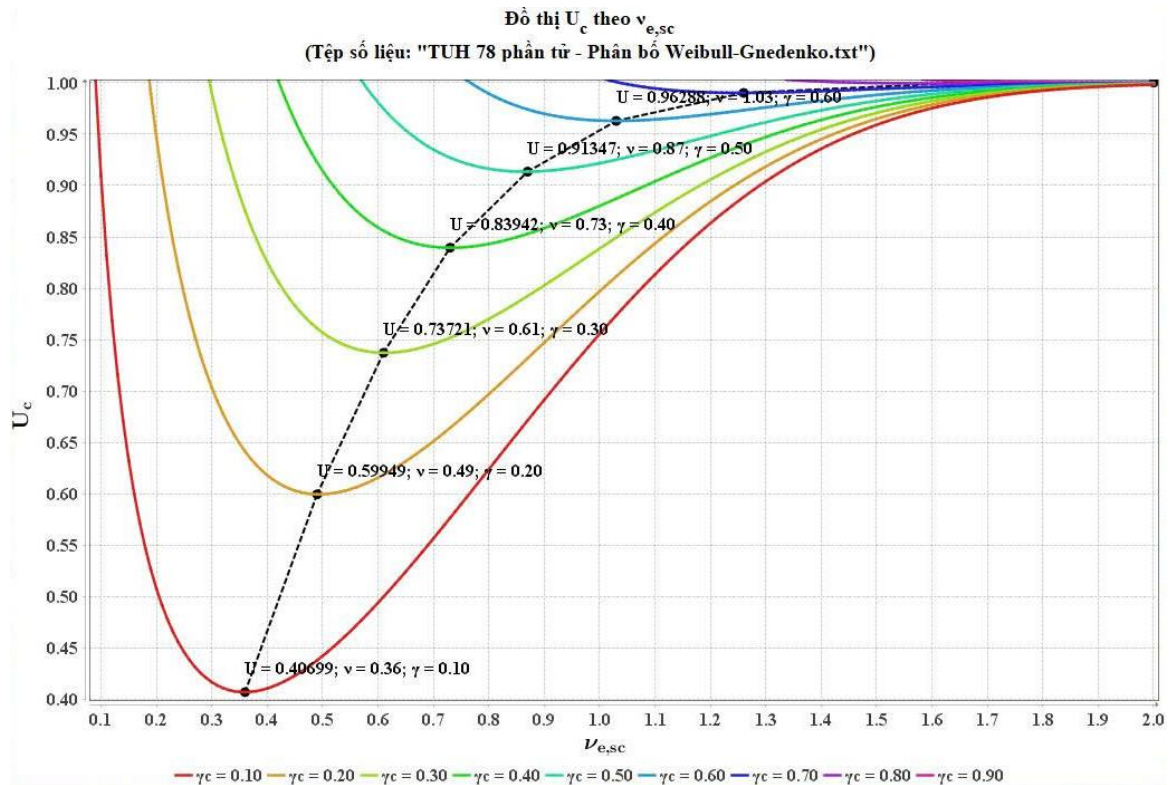
Bảng tính U_c theo $\nu_{e,sc}$ (Các ô màu vàng là giá trị nhỏ nhất của mỗi cột)
(Tập số liệu: "TUH 78 phần tử - Phân bố Weibull-Gnedenko.txt")

[Lưu ra Excel](#)

STT	$\nu_{e,sc}$	$U_c (\gamma_c = 0.10)$	$U_c (\gamma_c = 0.20)$	$U_c (\gamma_c = 0.30)$	$U_c (\gamma_c = 0.40)$	$U_c (\gamma_c = 0.50)$	$U_c (\gamma_c = 0.60)$	$U_c (\gamma_c = 0.70)$	$U_c (\gamma_c = 0.80)$	$U_c (\gamma_c = 0.90)$
1	0.01	8.88140	17.76220	26.64300	35.52380	44.40460	53.28541	62.16621	71.04701	79.92781
2	0.02	4.44208	8.88237	13.32267	17.76296	22.20325	26.64355	31.08384	35.52413	39.96443
3	0.03	2.96343	5.92347	8.88351	11.84354	14.80358	17.76362	20.72365	23.68369	26.64373
4	0.04	2.22519	4.44501	6.66483	8.88466	11.10448	13.32431	15.54413	17.76396	19.98378
5	0.05	1.78326	3.55887	5.33449	7.11011	8.88573	10.66135	12.43697	14.21258	15.98820
6	0.06	1.48961	2.96901	4.44842	5.92782	7.40723	8.88663	10.36604	11.84544	13.32485
7	0.07	1.28078	2.54853	3.81629	5.08404	6.35179	7.61954	8.88730	10.15505	11.42280
8	0.08	1.12505	2.23399	3.34294	4.45188	5.56083	6.66977	7.77871	8.88766	9.99660
9	0.09	1.00477	1.99014	2.97550	3.96086	4.94622	5.93158	6.91694	7.90230	8.88766
10	0.10	0.90938	1.79581	2.68224	3.56867	4.45510	5.34153	6.22795	7.11438	8.00081
.....										
190	1.90	0.99608	0.99659	0.99711	0.99763	0.99815	0.99867	0.99918	0.99970	1.00022
191	1.91	0.99634	0.99683	0.99731	0.99779	0.99827	0.99875	0.99924	0.99972	1.00020
192	1.92	0.99660	0.99704	0.99749	0.99794	0.99839	0.99884	0.99929	0.99973	1.00018
193	1.93	0.99683	0.99725	0.99767	0.99808	0.99850	0.99892	0.99933	0.99975	1.00017
194	1.94	0.99705	0.99744	0.99783	0.99821	0.99860	0.99899	0.99938	0.99976	1.00015
195	1.95	0.99726	0.99762	0.99798	0.99834	0.99870	0.99906	0.99942	0.99978	1.00014
196	1.96	0.99746	0.99779	0.99812	0.99846	0.99879	0.99912	0.99946	0.99979	1.00012
197	1.97	0.99764	0.99795	0.99826	0.99857	0.99887	0.99918	0.99949	0.99980	1.00011
198	1.98	0.99781	0.99810	0.99838	0.99867	0.99895	0.99924	0.99953	0.99981	1.00010
199	1.99	0.99797	0.99823	0.99850	0.99876	0.99903	0.99929	0.99956	0.99982	1.00009
200	2.00	0.99812	0.99836	0.99861	0.99885	0.99910	0.99934	0.99959	0.99984	1.00008

Hình 5. Kết quả tính toán U_c theo ν_{sc} với các γ_c khác nhau của 78 phần tử đối với phân bố Weibull-Gnedenko. Dấu . tương đương dấu , xét về biểu diễn số.

Trên cơ sở các giá trị đã tính, quan hệ giữa U_c và $\nu_{e,sc}$ ứng với từng giá trị γ_c được biểu diễn dưới dạng các đường cong trên Hình 6.



Hình 6. Giao diện đồ thị hàm U_c theo ν_{sc} với các γ_c khác nhau của 78 phần tử đối với phân bố Weibull-Gnedenko. Dấu . tương đương dấu , xét về biểu diễn số.

Kết quả trên Hình 5 và Hình 6 cho phép xác định sáu trường hợp tồn tại cực tiểu của hàm U_c , tương ứng với sáu cặp giá trị $U_{c,tu}$ và $v_{e,sc,min}$ (hay $v_{e,sc,tu}$). Thay các giá trị $v_{e,sc,min}$ vào biểu thức $L_{sc,tu} = v_{e,sc,min} a_e$ thu được thời hạn làm việc tối ưu ứng với từng tỷ số chi phí. Các kết quả được tổng hợp trong Bảng 3.

Bảng 3. Kết quả xác định thời hạn làm việc tối ưu của 78 phần tử đối với phân bố Weibull-Gnedenko.

TT	$U_{c,tu}$	γ_c	$v_{e,sc,min}$	$a_e, 10^3 \text{ km}$	$L_{sc,tu}, 10^3 \text{ km}$
1	0,40699	0,1	0,36	52,8567	19,02841
2	0,59949	0,2	0,49	52,8567	25,89978
3	0,73721	0,3	0,61	52,8567	32,24259
4	0,83942	0,4	0,73	52,8567	38,58539
5	0,91347	0,5	0,87	52,8567	45,98533
6	0,96288	0,6	1,08	52,8567	57,08524

Nhận xét:

- Kết quả tính toán cho thấy sự tồn tại và giá trị của thời hạn làm việc tối ưu chịu ảnh hưởng trực tiếp của tỷ số chi phí γ_c . Trong phạm vi khảo sát, hàm mục tiêu tồn tại giá trị cực tiểu khi γ_c biến thiên từ 0,1 đến 0,6; do đó xác định được sáu phương án thời hạn làm việc tối ưu. Với $\gamma_c > 0,6$, không tìm thấy cực tiểu của hàm mục tiêu trong miền tính toán đã lựa chọn.

- Ứng với mỗi giá trị γ_c có nghiệm tối ưu, kết quả thu được một giá trị thời hạn làm việc tối ưu duy nhất. Khi γ_c tăng từ 0,1 đến 0,6, thời hạn tối ưu tăng tương ứng từ $19,02841 \times 10^3 \text{ km}$ lên $57,08524 \times 10^3 \text{ km}$. So với quãng đường làm việc trung bình tới hỏng $L_h = 46,904 \times 10^3 \text{ km}$, thời hạn tối ưu nhỏ hơn L_h khi γ_c nằm trong khoảng từ 0,1 đến 0,5 và lớn hơn L_h khi $\gamma_c = 0,6$.

- Xu hướng trên cho thấy khi chi phí sửa chữa theo kế hoạch chiếm tỷ trọng nhỏ so với chi phí sửa chữa đột xuất, việc lựa chọn thời điểm sửa chữa sớm hơn có lợi hơn theo tiêu chí tối ưu đã thiết lập. Ngược lại, khi chi phí sửa chữa theo kế hoạch tăng tương đối so với chi phí sửa chữa đột xuất, thời hạn làm việc tối ưu có xu hướng kéo dài.

Do đó, khi đã có số liệu thống kê về thời gian làm việc tới hỏng và xác định được các thành phần chi phí trong điều kiện khai thác thực tế, tỷ số $\gamma_c = \frac{C_{kh}}{C_{dx}}$ có thể được tính toán. Giá trị này, kết hợp với mô hình và chương trình đã xây dựng, cho phép lựa chọn thời hạn làm việc giữa các lần sửa chữa phù hợp với điều kiện khai thác cụ thể.

5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã thiết lập mô hình xác định thời hạn làm việc tối ưu giữa các lần sửa chữa đối với phần tử hư hỏng đột ngột có thời gian làm việc tới hỏng tuân theo phân bố Weibull-Gnedenko. Bài toán được xây dựng theo cách tiếp cận kinh tế - kỹ thuật, trong đó tỷ số giữa chi phí sửa chữa theo kế hoạch và chi phí sửa chữa đột xuất được xem xét cùng với quãng đường chạy tương đối để xác định cực tiểu của hàm chi phí. Trên cơ sở mô hình này, chương trình tính toán bằng ngôn ngữ Java đã được phát triển nhằm khảo sát hàm mục tiêu và xác định thời hạn làm việc tối ưu ứng với các phương án chi phí khác nhau.

Việc áp dụng phương pháp cho bộ số liệu gồm 78 giá trị quãng đường làm việc tới hỏng của bạc trục và bạc biên động cơ đầu máy diesel cho thấy, khi γ_c tăng từ 0,1 đến 0,6, thời hạn làm việc tối ưu tăng tương ứng từ $19,0 \times 10^3 \text{ km}$ đến $57,1 \times 10^3 \text{ km}$. Trong phạm vi khảo sát của

bài toán, mỗi giá trị γ_c từ 0,1 đến 0,6 tương ứng với một nghiệm tối ưu, trong khi không xác định được cực tiểu của hàm mục tiêu khi $\gamma_c > 0,6$.

Kết quả thu được cho thấy tỷ số chi phí sửa chữa có ảnh hưởng rõ rệt đến thời điểm sửa chữa tối ưu. Phương pháp đề xuất có thể được sử dụng như một công cụ hỗ trợ lựa chọn chu kỳ sửa chữa cho các phân tử hư hỏng đột ngột khi có đủ số liệu về thời gian làm việc tới hỏng và các thành phần chi phí tương ứng. Đây cũng là cơ sở để tiếp tục áp dụng và kiểm chứng phương pháp đối với các chi tiết, cụm chi tiết của phương tiện đường sắt trong điều kiện khai thác thực tế tại Việt Nam.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Đỗ Đức Tuấn, Đánh giá hao mòn và độ tin cậy của chi tiết và kết cấu trên đầu máy diesel, NXB Giao thông vận tải, Hà Nội, 2005.
- [2]. Đỗ Đức Tuấn, Độ tin cậy và tuổi bền máy, NXB Giao thông vận tải, Hà Nội, 2013.
- [3]. Đỗ Đức Tuấn, Võ Trọng Cang, Nguyễn Đức Toàn, Cơ sở đánh giá độ tin cậy của chi tiết máy và phương tiện hư hỏng do mòn, NXB Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2016.
- [4]. G. Gelumbickas, G. Vaičiūnas, Research on the influence of operational factors on the number of failures of diesel locomotives' engines, *Transport Problems*, 9 (2014) 5-12.
- [5]. G. Vaičiūnas, G. Gelumbickas, L.P. Lingaitis, Methods of research of locomotive axes wear, *Transport Problems*, 8 (2013) 95-104.
- [6]. R. Mullor, J. Mulero, M. Trottini, A modelling approach to optimal imperfect maintenance of repairable equipment with multiple failure modes, *Computers & Industrial Engineering*, 128 (2019) 24-31. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.12.032>
- [7]. M. Di Mascolo, Z. S. Abazi, R. Djeunang, Innovative distributed maintenance concept: From the design to cost optimisation, *International Journal of Prognostics and Health Management*, 16 (2025) 1-18. <https://doi.org/10.36001/ijphm.2025.v16i2.4265>
- [8]. N. Yousefi, D.W. Coit, X. Zhu, Dynamic maintenance policy for systems with repairable components subject to mutually dependent competing failure processes, *Computers & Industrial Engineering*, 143 (2020) 106398. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106398>
- [9]. C.E. Ebeling, An introduction to reliability and maintainability engineering, Third edition, Waveland Press, Inc., The United States, 2019.
- [10]. А. В. Дабалян, Е. Г. Пинчев и др., Оптимизация технических систем транспорта, М.: Транспорт, 1990.
- [11]. В.Г. Галкин, В.П. Парамзин, В.А. Четвергов, Надежность тягового подвижного состава, Москва, Транспорт, 1981.
- [12]. А.В. Горский, А.А. Воробьев, Оптимизация системы ремонта тепловозов, Москва, Транспорт, 1994.
- [13]. А. Д. Пузанков, Методы расчёта и использования показателей надёжности в эксплуатации, МИИТ, Москва, 2004.
- [14]. А. Д. Пузанков, Надежность конструкций локомотивов, МИИТ, Москва, 1999.
- [15]. Vo Trong Cang, Nguyen Duc Toan, Do Duc Tuan, Determining the optimized repair cycle structure considering the repairing cost and the gamma-percent lifetime, *International Journal of Mechanical Engineering and Applications*, 5 (2017) 33-40. <https://doi.org/10.11648/j.ijmea.s.2017050401.16>
- [16]. Võ Trọng Cang, Tối ưu hóa thời hạn bảo dưỡng, sửa chữa bộ phận chạy đầu máy diesel khai thác trong điều kiện Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học GTVT, 2020.
- [17]. M. Shahriari, H. Shahrasbi, A. Zaretalab, Reliability analysis of lifetime systems based on Weibull distribution, *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, 15 (2024) 321-329. <https://doi.org/10.22075/ijnaa.2024.31309.4609>
- [18]. C.G. Papadopoulos, K. Politis, New approximations for the renewal function of the Weibull distribution, *Reliability Engineering & System Safety*, 272 (2026) 112425.

<https://doi.org/10.1016/j.ress.2026.112425>

- [19]. R. Zellagui, L. Khammar, Optimization of industrial system maintenance using the mixed Weibull distribution, Reliability: Theory & Applications, 20 (2025) 1150-1158. <https://doi.org/10.24412/1932-2321-2025-489-1150-1158>
- [20]. Đoàn Văn Ban, Đoàn Văn Trung, Giáo trình Lập trình Java, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2011.
- [21]. A. Downey, C. Mayfield, Think Java - How to Think Like a Computer Scientist, Green Tea Press, The United States, 2016.
- [22]. D. Salter, R. Dantas, NetBeans IDE 8 Cookbook, Packt Publishing Ltd, The United Kingdom, 2014.
- [23]. Nguyễn Đức Toàn, Đỗ Đức Tuấn, Xây dựng phần mềm đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của phần tử và hệ thống đầu máy, toa xe trên cơ sở ngôn ngữ lập trình Matlab, Đề tài NCKH mã số: T2013-CK-28, 2013.