



GEOMETRIC INTERPOLATION ERROR AND LINE SPACING IN BATHYMETRIC SURVEYS

Pham Tuyen Duong*

Hoang Ha Trading Construction Consultant Joint Stock Company, A12/18 Street no.4 extended,
Binh Hung commune, Ho Chi Minh City

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 26/03/2026

Revised: 13/10/2026

Accepted: 14/10/2026

Published online: 15/10/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.8.5>

* *Corresponding author*

Email: duongtuyenduong2@gmail.com; Tel: (+84) 919551715

Abstract. Bathymetric surveys provide the basis for the design and operation of maritime infrastructure. However, the accuracy of bathymetric surface models depends not only on point measurement errors but also on interpolation errors between adjacent survey lines, while the relationship between survey line spacing and interpolation error has not been quantitatively established. This study develops an analytical framework to describe the geometric mechanism governing interpolation errors in bathymetric surveys. Based on a second-order Taylor expansion in the direction perpendicular to parallel survey lines, interpolation error is expressed as a function of survey line spacing and local seabed curvature. The interpolation error is then combined with point measurement error represented by the Total Vertical Uncertainty (TVU) criterion to establish a total error variance model, from which two analytical criteria, namely the critical survey line spacing and the optimal survey line spacing, are derived. An illustrative example shows that interpolation error increases proportionally to the square of survey line spacing and may become the dominant component of the total error as survey line spacing increases. Within the assumptions adopted, the proposed framework provides a quantitative basis for selecting survey line spacing by balancing bathymetric model accuracy and survey cost.

Keywords: Bathymetric survey, survey line spacing, interpolation error, bathymetric surface model, Total Vertical Uncertainty (TVU), survey design.

@ 2026 University of Transport and Communications



SAI SỐ NỘI SUY HÌNH HỌC VÀ KHOẢNG CÁCH TUYẾN TRONG KHẢO SÁT ĐỊA HÌNH ĐÁY

Phạm Tuyên Dương*

Công ty Cổ phần Tư vấn Xây dựng Thương mại Hoàng Hà, A12/18 đường số 4 nối dài, xã Bình Hưng, Thành phố Hồ Chí Minh

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 26/03/2026

Ngày nhận bài sửa: 13/10/2026

Ngày chấp nhận đăng: 14/10/2026

Ngày xuất bản Online: 15/10/2026

<https://doi.org/10.47869/tcsj.77.8.5>

* Tác giả liên hệ

Email: duongtuyenduong2@gmail.com; Tel: (+84) 919551715

Tóm tắt. Khảo sát địa hình đáy là cơ sở quan trọng cho thiết kế và khai thác các công trình hàng hải. Tuy nhiên, độ chính xác của mô hình địa hình đáy không chỉ phụ thuộc vào sai số đo tại điểm mà còn chịu ảnh hưởng của sai số nội suy giữa các tuyến khảo sát, trong khi mối quan hệ này chưa được lượng hóa đầy đủ. Nghiên cứu này xây dựng một mô hình giải tích mô tả cơ chế hình thành sai số nội suy hình học trong khảo sát địa hình đáy. Trên cơ sở khai triển Taylor bậc hai theo phương vuông góc với tuyến khảo sát, sai số nội suy được biểu diễn theo khoảng cách tuyến khảo sát và độ cong cục bộ của bề mặt đáy. Thành phần sai số này được kết hợp với sai số đo tại điểm theo chỉ tiêu TVU để xây dựng mô hình tổng phương sai, từ đó thiết lập hai tiêu chí phân tích gồm khoảng cách tuyến tới hạn và khoảng cách tuyến tối ưu. Ví dụ minh họa cho thấy sai số nội suy tăng theo bình phương khoảng cách tuyến khảo sát và có thể trở thành thành phần chi phối sai số tổng thể khi khoảng cách tuyến đủ lớn. Trong phạm vi các giả thiết của mô hình, nghiên cứu cung cấp cơ sở định lượng hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát cân bằng giữa độ chính xác của mô hình địa hình đáy và chi phí khảo sát.

Từ khóa: Khảo sát địa hình đáy, khoảng cách tuyến khảo sát, sai số nội suy, mô hình địa hình đáy, độ không đảm bảo đo độ sâu, thiết kế khảo sát.

@ 2026 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Khảo sát độ sâu đáy biển và đáy sông là một công tác nền tảng trong thiết kế, quản lý và khai thác các công trình, hạ tầng hàng hải. Dữ liệu độ sâu thu thập được được sử dụng để xây dựng mô hình địa hình đáy, phục vụ thiết kế luồng tàu, nạo vét, xây dựng cảng biển, đường ống ngầm, công trình ngoài khơi, lập bản đồ sinh cảnh biển cũng như nhiều ứng dụng trong hải dương học và quản lý tài nguyên biển [1-4]. Sự phát triển nhanh của các công nghệ khảo sát và lập bản đồ đáy biển đã mở rộng đáng kể phạm vi ứng dụng của mô hình địa hình đáy, đồng thời làm gia tăng yêu cầu về độ chính xác của bề mặt địa hình, bởi đây là cơ sở cho nhiều phân tích và quyết định kỹ thuật trong lĩnh vực hàng hải và công trình biển [1, 5].

Trong khảo sát thủy đặc hiện đại, độ chính xác của dữ liệu được đánh giá thông qua các thành phần bất định vị trí ngang (THU) và bất định độ sâu tổng hợp (TVU) theo tiêu chuẩn IHO S-44 [6]. Các thành phần bất định này phản ánh ảnh hưởng tổng hợp của các nguồn sai số tại từng điểm đo, bao gồm ảnh hưởng của thiết bị đo sâu, hệ thống định vị, cảm biến chuyển động và các nguồn sai số đo đặc khác. Tuy nhiên, TVU chỉ đặc trưng cho độ chính xác của các điểm đo riêng lẻ, trong khi mô hình địa hình đáy là một bề mặt liên tục được xây dựng thông qua quá trình nội suy giữa các tuyến khảo sát. Do đó, ngoài sai số đo tại từng điểm, chất lượng của mô hình địa hình đáy còn chịu ảnh hưởng của sai số nội suy phát sinh trong quá trình tái tạo bề mặt, đặc biệt khi khoảng cách giữa các tuyến khảo sát lớn hoặc địa hình đáy biến đổi mạnh [5-7].

Trong những năm gần đây, các nghiên cứu đã tập trung đánh giá chất lượng mô hình địa hình đáy thông qua độ chính xác của mô hình số địa hình, định lượng bất định nội suy và phát triển các công nghệ khảo sát hiện đại. Các nghiên cứu này cho thấy chất lượng mô hình địa hình đáy chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố như mật độ lấy mẫu, đặc điểm hình thái địa hình và phương pháp nội suy được sử dụng [8, 9]. Đồng thời, nhiều phương pháp đánh giá độ chính xác của mô hình đã được phát triển dựa trên các chỉ tiêu thống kê như RMSE, dữ liệu kiểm tra độc lập hoặc các tiêu chuẩn đánh giá hậu nghiệm sau khi mô hình được xây dựng [10]. Những nghiên cứu này đã góp phần quan trọng trong việc đánh giá chất lượng mô hình địa hình đáy sau khi dữ liệu được thu thập và xử lý, tuy nhiên chưa tập trung vào việc phân tích sai số nội suy phát sinh ngay từ giai đoạn thiết kế khảo sát.

Ở hướng nghiên cứu về bất định nội suy, nghiên cứu [7] đã chỉ ra rằng bất định của mô hình địa hình đáy bao gồm cả sai số đo tại điểm và sai số phát sinh trong quá trình nội suy. Trên cơ sở đó, nghiên cứu [11] đã định lượng độ bất định nội suy trong khảo sát thủy đặc theo tuyến khảo sát song song và phân tích ảnh hưởng của khoảng cách tuyến, độ dốc địa hình và độ gồ ghề bề mặt đáy bằng các phương pháp nội suy kết hợp với mô hình học máy. Nghiên cứu [12] tiếp tục cho thấy chất lượng của mô hình địa hình số phụ thuộc đáng kể vào thuật toán nội suy và đặc điểm của địa hình. Tuy nhiên, các nghiên cứu này chủ yếu tiếp cận bài toán thông qua phân tích thực nghiệm hoặc mô phỏng các cấu hình khảo sát dựa trên dữ liệu địa hình, trong khi việc thiết lập một quan hệ giải tích trực tiếp giữa khoảng cách tuyến khảo sát, đặc trưng hình học bề mặt đáy và phương sai sai số nội suy vẫn cần được nghiên cứu thêm.

Song song với đó, nhiều nghiên cứu đã tập trung phát triển công nghệ khảo sát và khai thác dữ liệu địa hình đáy. Nghiên cứu [13] cho thấy tiềm năng ứng dụng LiDAR đo sâu trong khảo sát vùng nước nông; nghiên cứu [14] phân tích các nguồn sai số trong phép đo sâu bằng phương pháp hiệu pha âm học; nghiên cứu [15] đề cập đến khả năng thành lập thông tin địa hình đáy biển từ dữ liệu vệ tinh, trong khi nghiên cứu [16] ứng dụng phân tích địa hình đa tỷ lệ từ dữ liệu đo sâu đa tia phục vụ lập bản đồ sinh cảnh đáy biển. Các nghiên cứu này cung cấp những đóng góp quan trọng về công nghệ đo đạc, chất lượng phép đo và khai thác dữ liệu địa hình đáy, nhưng không trực tiếp thiết lập mô hình giải tích liên hệ giữa khoảng cách tuyến khảo sát và phương sai sai số nội suy để phục vụ thiết kế khảo sát.

Tổng hợp các nghiên cứu cho thấy đã có nhiều tiến bộ trong đánh giá độ chính xác của mô hình địa hình đáy, định lượng bất định nội suy và phát triển các công nghệ khảo sát hiện đại. Tuy nhiên, phần lớn các nghiên cứu hiện có tiếp cận mỗi quan hệ giữa đặc trưng hình học địa hình đáy, khoảng cách tuyến khảo sát và sai số nội suy thông qua thực nghiệm, mô phỏng hoặc mô hình thống kê [7-12]. Việc xây dựng một mô hình giải tích dựa trên đặc trưng hình học cục bộ của bề mặt đáy để xác định trực tiếp phương sai sai số nội suy và hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến ngay từ giai đoạn thiết kế khảo sát vẫn chưa được làm rõ đầy đủ. Khoảng trống này làm hạn chế khả năng dự báo trước chất lượng mô hình địa hình đáy trong giai đoạn thiết kế khảo sát và đặt ra yêu cầu cần có một cơ sở phân tích định lượng hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát.

Trong thực hành khảo sát độ sâu trong lĩnh vực hàng hải tại Việt Nam, khoảng cách giữa các tuyến khảo sát thường được lựa chọn theo các quy định kỹ thuật hiện hành và yêu cầu của phương án khảo sát. TCVN 10336:2015 [2] quy định việc thiết kế khảo sát phải xác định hướng tuyến, khoảng cách giữa các tuyến đo và mức độ bao phủ bề mặt đáy phù hợp với mục tiêu khảo sát, nhưng không đưa ra mô hình định lượng để xác định khoảng cách tuyến tối ưu. Trong khi đó, TCCS 01:2019/CHHVN [3] và Thông tư 63/2017/TT-BTNMT [4] đưa ra các yêu cầu kỹ thuật về bố trí tuyến và mật độ đo sâu đối với những phương pháp và điều kiện khảo sát tương ứng. Các quy định này tạo cơ sở kỹ thuật cho thiết kế khảo sát, tuy nhiên chưa thiết lập trực tiếp quan hệ giải tích giữa đặc trưng hình học địa hình đáy, phương sai sai số nội suy và khoảng cách tuyến khảo sát. Do đó, việc xây dựng cơ sở định lượng hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến theo yêu cầu độ chính xác của mô hình và chi phí khảo sát vẫn có ý nghĩa thực tiễn.

Xuất phát từ những vấn đề trên, nghiên cứu này đề xuất một mô hình giải tích mô tả sai số nội suy hình học phát sinh trong quá trình tái tạo bề mặt địa hình đáy từ các tuyến khảo sát song song. Trên cơ sở khai triển Taylor theo phương vuông góc với tuyến khảo sát, mô hình thiết lập mối quan hệ định lượng giữa khoảng cách tuyến khảo sát, đặc trưng hình học của bề mặt đáy và sai số nội suy. Thành phần sai số này được kết hợp với sai số đo tại điểm theo chỉ tiêu TVU để xây dựng mô hình tổng phương sai của mô hình địa hình đáy. Từ đó, nghiên cứu đề xuất hai tiêu chí định lượng gồm khoảng cách tuyến tối hạn và khoảng cách tuyến tối ưu, nhằm hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát phù hợp trên cơ sở cân bằng giữa yêu cầu về độ chính xác của mô hình địa hình đáy và chi phí khảo sát trong phạm vi các giả thiết của mô hình.

2. KHUNG LÝ THUYẾT SAI SỐ TRONG KHẢO SÁT ĐỊA HÌNH ĐÁY

2.1. Biểu diễn bề mặt đáy thực

Xét miền khảo sát $\Omega \subset R^2$. Trong các mô hình địa hình số, bề mặt địa hình thường được biểu diễn dưới dạng một hàm vô hướng mô tả cao độ theo hai biến không gian. Theo đó, bề mặt đáy được mô tả bởi:

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

Trong đó: x là tọa độ theo phương vuông góc với tuyến khảo sát; y là tọa độ theo phương dọc tuyến khảo sát; z là cao độ đáy.

Biểu diễn dưới dạng hàm liên tục cho phép phân tích các đặc trưng hình học cục bộ của bề mặt như độ dốc và độ cong thông qua các đạo hàm của hàm $f(x, y)$, là các đại lượng thường được sử dụng trong đánh giá mô hình địa hình số [17].

Với nghiên cứu này, các giả thiết sau được sử dụng:

1. $f(x, y) \in C^2(\Omega)$: Hàm khả vi liên tục đến bậc hai trong miền khảo sát.

2. Không xét các gián đoạn hình học cục bộ như hố xói đột biến hoặc vật cản rời rạc.

3. Chỉ phân tích sai số theo phương vuông góc tuyến đo vì đây là phương chịu ảnh hưởng trực tiếp của khoảng cách giữa các tuyến khảo sát.

Với giả thiết trên, vấn đề nghiên cứu được đặt ra như sau: Phân tích sai số phát sinh khi bề mặt đáy được lấy mẫu theo các tuyến khảo sát song song cách nhau khoảng L theo phương x .

2.2. Sai số đo tại điểm khảo sát

Giá trị đo tại một điểm khảo sát được biểu diễn dưới dạng:

$$z_m(x, y) = f(x, y) + \varepsilon_m(x, y) \quad (2)$$

Với $f(x, y)$ là giá trị thực của bề mặt đáy và $\varepsilon_m(x, y)$ là sai số tổng hợp tại điểm đo.

Trong khảo sát, sai số tại điểm đo thường được đánh giá thông qua đại lượng TVU [6]. Đại lượng này phản ánh sai số tổng hợp của phép đo độ sâu, bao gồm sai số thiết bị đo sâu, sai số định vị và các sai số hiệu chỉnh môi trường.

Trong nghiên cứu này, sai số tại điểm đo được xem như một biến ngẫu nhiên thỏa các điều kiện: Có kỳ vọng bằng 0: $E[\varepsilon_m] = 0$ và có phương sai hữu hạn: $Var(\varepsilon_m) = \sigma_m^2$

Giá trị σ_m được xem như độ lệch chuẩn tương đương của TVU.

Ở đây, TVU chỉ được sử dụng để biểu diễn sai số đo tại từng điểm khảo sát và không bao gồm sai số phát sinh trong quá trình nội suy giữa các tuyến khảo sát.

Trong các nghiên cứu về đánh giá độ chính xác của dữ liệu khảo sát, các nghiên cứu cũng cho thấy rằng các chỉ tiêu sai số tại điểm đo không phản ánh đầy đủ độ chính xác của bề mặt địa hình được xây dựng từ tập hợp các điểm khảo sát, bởi vì quá trình nội suy và xây dựng bề mặt có thể phát sinh thêm các thành phần sai số hình học phụ thuộc vào mật độ lấy mẫu và cấu trúc địa hình [10, 11].

Giả thiết độc lập giữa sai số đo tại điểm và sai số hình học do nội suy được sử dụng nhằm tách biệt hai cơ chế sai số có nguồn gốc vật lý khác nhau: sai số đo phát sinh từ thiết bị và điều kiện đo, trong khi sai số hình học là hệ quả tất yếu của quá trình nội suy trên bề mặt rời rạc. Việc tách biệt này cho phép biểu diễn tổng sai số dưới dạng tổng hợp của các thành phần riêng biệt, qua đó làm rõ vai trò chi phối của từng cơ chế trong quá trình hình thành sai số của mô hình.

2.3. Khái niệm sai số hình học do gián cách tuyến đo

Trong thực tế các dự án khảo sát đo sâu, dữ liệu độ sâu được thu thập theo các tuyến khảo sát song song. Bề mặt địa hình đáy giữa các tuyến thường được xác định thông qua các phương pháp nội suy để xây dựng mô hình địa hình liên tục. Sai số nội suy giữa các tuyến khảo sát có thể trở thành một thành phần đáng kể của sai số tổng thể của mô hình địa hình số, đặc biệt khi mật độ lấy mẫu thấp hoặc địa hình biến thiên mạnh [7, 8, 10, 11].

Xét hai tuyến khảo sát song song theo phương y , cách nhau một khoảng L theo phương x .

Với một giá trị $y = y_0$ cố định, mặt cắt của bề mặt đáy theo phương vuông góc tuyến khảo sát được biểu diễn bởi hàm một biến: $g(x) = f(x, y_0)$. Tại hai tuyến $x = 0$ và $x = L$, giá trị đo thực lần lượt là $g(0)$ và $g(L)$.

Giá trị giữa hai tuyến khảo sát thường được xác định bằng nội suy tuyến tính. Khi đó giá

trị nội suy tại vị trí x được ký hiệu là $g_{lin}(x)$ và được xác định như sau:

$$g_{lin}(x) = g(0) + \frac{x}{L}[g(L) - g(0)] \quad (3)$$

Sai số hình học do giãn cách tuyến đo được định nghĩa là:

$$\varepsilon_g(x) = g(x) - g_{lin}(x) \quad (4)$$

Sai số nội suy hình học không phụ thuộc vào thiết bị đo mà phát sinh do quá trình nội suy tuyến tính giữa các tuyến khảo sát. Độ lớn của sai số phụ thuộc đồng thời vào khoảng cách giữa các tuyến khảo sát và đặc trưng hình học của bề mặt đáy, đặc biệt tại các vị trí mà các đặc trưng hình học không được lấy mẫu đầy đủ [8]. Sai số hình học này biểu diễn thành phần sai số phát sinh do việc lấy mẫu rời rạc theo các tuyến khảo sát và được sử dụng để lượng hóa ảnh hưởng của khoảng cách tuyến khảo sát đến chất lượng mô hình địa hình đáy.

Mô hình sai số hình học được xây dựng nhằm phân tích cơ chế hình thành sai số nội suy do giãn cách tuyến khảo sát. Trong nghiên cứu này, nội suy tuyến tính được lựa chọn làm mô hình cơ sở để thiết lập quan hệ giải tích giữa khoảng cách tuyến, đặc trưng hình học của bề mặt đáy và sai số nội suy. Các kết quả thu được được giới hạn trong phạm vi phép nội suy tuyến tính; việc mở rộng sang các phương pháp nội suy khác không thuộc phạm vi nghiên cứu hiện tại.

3. MÔ HÌNH LAN TRUYỀN SAI SỐ HÌNH HỌC

3.1. Khai triển Taylor bậc hai

Khai triển Taylor là một công cụ cơ bản trong lý thuyết giải tích số, thường được sử dụng để xấp xỉ các hàm trơn trong lân cận một điểm [18, 19].

Xét mặt cắt ngang của bề mặt đáy tại $y = y_0$ cố định. Theo định nghĩa tại Mục 2.3, mặt cắt này được biểu diễn bởi hàm một biến $g(x)$. Trên cơ sở đó, khai triển Taylor được áp dụng để phân tích đặc trưng hình học cục bộ của bề mặt đáy theo phương vuông góc với tuyến khảo sát.

Trong phân tích địa hình số, các đặc trưng hình học cục bộ của bề mặt như độ dốc và độ cong thường được mô tả thông qua các đạo hàm của hàm độ cao [17].

Để phân tích sai số nội suy giữa hai tuyến khảo sát, ta khai triển Taylor bậc hai của hàm $g(x)$ quanh điểm $x = 0$:

$$g(x) = g(0) + g'(0)x + \frac{1}{2}g''(0)x^2 + O(x^2) \quad (5)$$

Trong đó, $O(x^2)$ là phần dư thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{O(x^2)}{x^2} = 0$

Giả thiết bề mặt đáy đủ trơn và khoảng cách giữa các tuyến khảo sát đủ nhỏ so với thang biến thiên hình học của bề mặt đáy, nên có thể bỏ qua phần dư trong phép xấp xỉ bậc hai. Khi đó:

$$g(x) \approx g(0) + g'(0)x + \frac{1}{2}g''(0)x^2 \quad (6)$$

Trong đó $g'(0)$ biểu diễn độ dốc cục bộ của bề mặt đáy theo phương vuông góc tuyến khảo sát; $g''(0)$ biểu diễn đạo hàm bậc hai đặc trưng cho sự biến thiên độ dốc cục bộ của bề mặt đáy.

Đặt $k(y_0) = g''(0)$, gọi $k(y_0)$ là độ cong cục bộ của bề mặt đáy theo phương vuông góc tuyến đo.

Giả thiết bề mặt khả vi bậc hai được sử dụng nhằm mô tả phần lớn các đặc trưng hình thái liên tục của địa hình đáy trong thực tế khảo sát. Các dị thường cục bộ như hố xói đột biến hoặc vật cản rời rạc không thuộc phạm vi mô hình này và cần được xử lý bằng các phương pháp khảo sát chi tiết riêng biệt.

3.2. Sai số nội suy tại trung điểm

Xét hai tuyến khảo sát song song tại các vị trí $x = 0$ và $x = L$. Trong phạm vi xấp xỉ bậc hai, độ lớn sai số nội suy đạt cực đại tại trung điểm giữa hai tuyến $x = L/2$.

Từ khai triển Taylor, giá trị thực của bề mặt đáy tại trung điểm là:

$$g\left(\frac{L}{2}\right) \approx g(0) + g'(0)\frac{L}{2} + \frac{1}{2}k(y)\left(\frac{L}{2}\right)^2 \quad (7)$$

Trong khi đó, nếu sử dụng nội suy tuyến tính giữa hai tuyến khảo sát, giá trị tại trung điểm được xác định là:

$$g_{lin}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{g(0) + g(L)}{2} \quad (8)$$

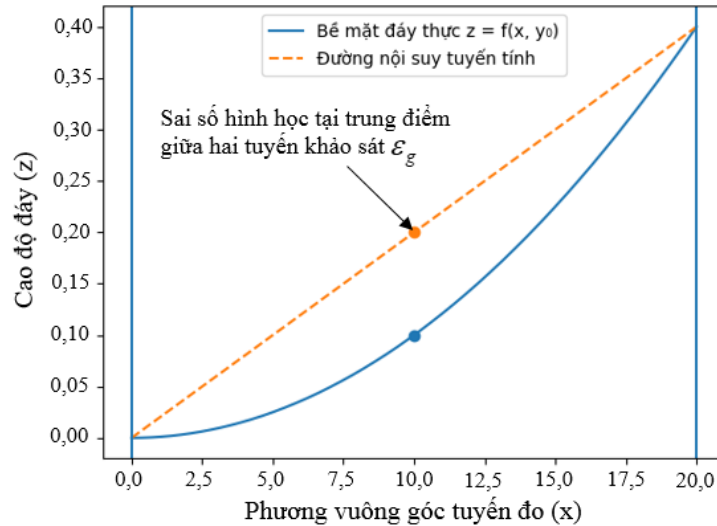
Sai số hình học do nội suy tuyến tính được xác định là:

$$\varepsilon_g = g\left(\frac{L}{2}\right) - g_{lin}\left(\frac{L}{2}\right) \quad (9)$$

Thay công thức (7) và (8) vào công thức (9), kết hợp với khai triển Taylor bậc hai, thu được:

$$|\varepsilon_g| \approx \frac{|k(y_0)|L^2}{8} \quad (10)$$

Công thức (10) cho thấy $|\varepsilon_g| \propto L^2$ tức là độ lớn sai số nội suy tăng theo bình phương khoảng cách tuyến khảo sát trong phạm vi giả thiết của mô hình.



Hình 1. Minh họa sai số nội suy hình học tại trung điểm giữa hai tuyến khảo sát.

3.3. Diễn giải thống kê của sai số hình học

Sai số hình học do giãn cách tuyến không phải là sai số ngẫu nhiên độc lập như sai số đo tại điểm ε_m , mà là hệ quả tất yếu của phép nội suy tuyến tính trên một bề mặt cong. Do đó, về bản chất: nếu hình học bề mặt đáy được biết chính xác, sai số này mang tính xác định.

Tuy nhiên, trong thực tế khảo sát, độ cong cục bộ của bề mặt đáy $k(y)$ biến thiên theo không gian và không được biết trước. Trong các nghiên cứu về mô hình địa hình đáy và mô hình sóng địa hình đáy, các đặc trưng hình học của bề mặt thường được biểu diễn thông qua các đại lượng đại diện hoặc các tham số thống kê nhằm phản ánh đặc trưng trung bình của địa hình trong miền khảo sát.

Khi xét sai số nội suy tại nhiều vị trí trong miền khảo sát, giá trị $k(y)$ thay đổi theo vị trí, dẫn đến sự biến thiên của sai số nội suy.

Nghiên cứu không xây dựng một mô hình xác suất đầy đủ cho trường độ cong $k(y)$. Thay vào đó, sử dụng giá trị độ cong trung bình tuyệt đối đại diện: $\bar{k} = E(|k|)$ nhằm phản ánh đặc trưng hình học trung bình của bề mặt trong miền khảo sát. Trong thực tế, $\bar{k}$ được xem như một tham số đầu vào của mô hình và có thể được xác định từ dữ liệu khảo sát mật độ cao, mô hình địa hình đáy đã có, DEM đáy hoặc các dữ liệu khảo sát lịch sử phù hợp với khu vực nghiên cứu. Phương sai đại diện của sai số hình học có thể được xấp xỉ:

$$\sigma_g^2 \approx \frac{(\bar{k})^2 L^4}{64} \quad (11)$$

Công thức (11) không phải là phương sai của một quá trình ngẫu nhiên theo nghĩa chặt của lý thuyết trường ngẫu nhiên, mà là một đại lượng đặc trưng nhằm phản ánh xu thế lan truyền của sai số hình học theo khoảng cách tuyến.

Việc sử dụng độ cong trung bình tuyệt đối như một đại lượng đại diện nhằm xây dựng một tham số đại diện cho đặc trưng hình học trung bình của bề mặt đáy trong miền khảo sát. Đại lượng này chỉ đóng vai trò tham số đại diện trong phạm vi mô hình phân tích, không nhằm mô tả đầy đủ các biến đổi cục bộ của địa hình đáy.

3.4. Mô hình tổng phương sai

Tổng sai số tại vị trí giữa hai tuyến khảo sát bao gồm hai thành phần “sai số đo tại điểm khảo sát” và “sai số hình học do nội suy giữa các tuyến”.

Trong các nghiên cứu về đánh giá độ chính xác dữ liệu khảo sát và mô hình địa hình sóng, sai số tổng thể thường được xem là tổng hợp của nhiều nguồn sai số; khi các thành phần sai số độc lập, tổng phương sai được xác định theo quy tắc cộng phương sai [7, 8].

Trong mô hình này, thành phần sai số nội suy được biểu diễn dưới dạng một đại lượng phương sai tương đương nhằm mô tả mức độ đóng góp của sai số nội suy trong mô hình tổng phương sai. Cách biểu diễn này được sử dụng cho mục đích phân tích và không hàm ý rằng sai số nội suy được mô hình hóa như một biến ngẫu nhiên theo nghĩa thống kê.

Giả thiết hai cơ chế sai số này độc lập về nguồn gốc, tổng phương sai được biểu diễn dưới dạng:

$$\sigma_{total}^2 = \sigma_m^2 + \sigma_g^2 \quad (12)$$

Thay công thức (11) vào công thức (12) thu được:

$$\sigma_{total}^2 \approx \sigma_m^2 + \frac{(\bar{k})^2 L^4}{64} \quad (13)$$

Với σ_m là sai số tổng hợp tại điểm đo (được xem như độ lệch chuẩn tương đương của TVU).

Sai số đo tại điểm được biểu diễn thông qua đại lượng TVU theo tiêu chuẩn IHO S-44 [6], trong đó đã tổng hợp ảnh hưởng của các nguồn sai số đo như định vị, thủy triều, chuyển động tàu

và các sai số đo sâu khác. Do đó, nghiên cứu không mô hình hóa riêng từng thành phần sai số này.

- $\bar{k}$ là độ cong trung bình tuyệt đối theo phương vuông góc tuyến;
- L : Khoảng cách tuyến đo.

Công thức (13) cho thấy khi khoảng cách giữa các tuyến khảo sát còn nhỏ, sai số đo tại điểm là thành phần chi phối tổng phương sai; ngược lại, khi khoảng cách tuyến tăng, ảnh hưởng của sai số nội suy hình học trở nên chi phối.

4. THIẾT LẬP TIÊU CHÍ LỰA CHỌN KHOẢNG CÁCH TUYẾN ĐO

4.1. Cơ sở xây dựng tiêu chí

Trong phân tích sai số của các hệ thống đo và mô hình hóa không gian, khi các thành phần sai số có nguồn gốc độc lập, tổng phương sai của hệ thống có thể được xác định bằng tổng phương sai của từng thành phần sai số riêng biệt.

Mô hình được xây dựng trên các giả thiết rằng sai số đo tại điểm không phụ thuộc khoảng cách tuyến khảo sát; sai số đo và sai số nội suy hình học là hai thành phần độc lập nên có thể cộng phương sai; mô hình chỉ xét nội suy tuyến tính giữa các tuyến khảo sát song song và không xét các gián đoạn hình học cục bộ của địa hình đáy. Các giả thiết này nhằm thiết lập một khung phân tích định lượng cho mối quan hệ giữa khoảng cách tuyến khảo sát, sai số mô hình và chi phí khảo sát trong phạm vi nghiên cứu.

4.2. Mô hình chi phí khảo sát

Giả sử miền khảo sát có Bề rộng W theo phương vuông góc tuyến, Chiều dài tuyến trung bình L_y . Khi các tuyến song song cách nhau L , số tuyến cần thiết là $N=W/L$. Tổng chiều dài tuyến:

$$L_{tot} = N \times L_y = \frac{WL_y}{L} \quad (14)$$

Trong phạm vi nghiên cứu, chi phí khảo sát được giả thiết tỷ lệ với tổng chiều dài tuyến khảo sát, phản ánh xu thế chi phí tăng khi mật độ tuyến khảo sát tăng. Giả sử chi phí khảo sát tỷ lệ với tổng chiều dài tuyến, thu được:

$$C(L) = K/L \quad (15)$$

Trong đó: $K = cWL_y$ và c là đơn giá khảo sát theo chiều dài tuyến.

Mô hình chi phí được xây dựng dưới dạng lý tưởng hóa nhằm phản ánh xu thế biến thiên của chi phí khảo sát theo khoảng cách tuyến khảo sát; các thành phần chi phí cố định hoặc phụ thuộc điều kiện thi công không được xét trong phạm vi nghiên cứu.

4.3. Xây dựng hàm mục tiêu tổng hợp

Việc lựa chọn khoảng cách giữa các tuyến khảo sát có thể được xem như một bài toán cân bằng giữa độ chính xác của mô hình địa hình và chi phí khảo sát. Khi khoảng cách tuyến giảm, sai số nội suy giảm nhưng chi phí khảo sát tăng; ngược lại, khi khoảng cách tuyến tăng, chi phí giảm nhưng sai số nội suy tăng.

Để thiết lập một tiêu chí định lượng đơn giản, nghiên cứu sử dụng phương pháp kết hợp tuyến tính các mục tiêu, đưa bài toán về dạng tối ưu một hàm mục tiêu tổng hợp:

$$J(L) = \alpha \sigma_{total}^2(L) + \beta C(L) \quad (16)$$

- $\alpha > 0$: trọng số phản ánh mức độ ưu tiên độ chính xác;
- $\beta > 0$: trọng số phản ánh mức độ ưu tiên chi phí;
- $\sigma_{total}^2(L)$: tổng phương sai sai số;
- $C(L)$: chi phí khảo sát.

Các trọng số α và β không mang ý nghĩa phổ quát mà phản ánh mức độ ưu tiên giữa độ chính xác và chi phí trong từng dự án cụ thể. Giá trị của hai trọng số này được lựa chọn bởi người thiết kế trên cơ sở yêu cầu kỹ thuật, mục tiêu khảo sát hoặc kết quả phân tích kinh tế - kỹ thuật của từng dự án, do đó không tồn tại một bộ giá trị cố định áp dụng cho mọi trường hợp. Trong khuôn khổ mô hình, α và β được xem là các tham số đầu vào của mô hình nhằm xây dựng khung phân tích lý thuyết và làm rõ mối quan hệ giữa độ chính xác và chi phí khảo sát.

Thay công thức (13) và (15) vào công thức (16), thu được:

$$J(L) \approx \alpha \left(\sigma_m^2 + \frac{(\bar{k})^2 L^4}{64} \right) + \beta \frac{K}{L} \quad (17)$$

Do σ_m^2 không phụ thuộc L, bài toán tối ưu tương đương với việc tối thiểu hóa:

$$\tilde{J}(L) = \alpha \frac{(\bar{k})^2 L^4}{64} + \beta \frac{K}{L} \text{ với điều kiện } L > 0 \quad (18)$$

4.4. Xác định khoảng cách tuyến tối ưu

Để xác định khoảng cách tuyến tối ưu, bài toán được xem như một bài toán tối ưu hóa hàm mục tiêu một biến. Trong các bài toán tối ưu liên tục, nghiệm tối ưu của hàm mục tiêu khả vi thường được xác định thông qua điều kiện đạo hàm bậc nhất bằng không và kiểm tra điều kiện cực tiểu của đạo hàm bậc hai [18], [19].

Phân tích tính lồi và nghiệm duy nhất:

Xét hàm: $f(L) = aL^4 + \frac{b}{L}$ với $a = \frac{\alpha(\bar{k})^2}{64} > 0$, $b = \beta K > 0$ (19)

Đạo hàm bậc nhất và điều kiện cực trị:

$$f'(L) = 4aL^3 - \frac{b}{L^2} = 0 \Leftrightarrow 4aL^5 = b \quad (20)$$

Suy ra nghiệm:

$$L_{opt} = \left(\frac{b}{4a} \right)^{1/5} = \left(\frac{16\beta c W L_y}{\alpha(\bar{k})^2} \right)^{1/5} \quad (21)$$

Xét đạo hàm bậc hai:

$$f''(L) = 12aL^2 + \frac{2b}{L^3} > 0, \forall L > 0 \quad (22)$$

Vì $a > 0$, $b > 0$, $L > 0$ nên hàm mục tiêu lồi nghiêm ngặt trên miền $L > 0$. Do đó:

- Hàm mục tiêu lồi trên miền $L > 0$.
- Nghiệm L_{opt} là duy nhất.
- Bài toán không có nghiệm cực tiểu cục bộ không phải cực tiểu toàn cục.

Nghiệm L_{opt} được hiểu là nghiệm tối ưu trong phạm vi các giả thiết của mô hình.

Ý nghĩa kỹ thuật của nghiệm tối ưu

Biểu thức nghiệm cho thấy: $L_{opt} \propto \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{1/5}$ và $L_{opt} \propto (\bar{k})^{-2/5}$

Kết quả này cho thấy khoảng cách tuyến tối ưu giảm khi độ cong địa hình tăng và tăng khi chi phí được ưu tiên hơn độ chính xác. Quan hệ lũy thừa với số mũ 2/5 phản ánh mức độ nhạy không tuyến tính của nghiệm đối với đặc trưng hình học, cho thấy khoảng cách tuyến tối ưu không biến đổi đột ngột khi các tham số hình học thay đổi nhỏ.

Giới hạn của mô hình: Mô hình chi phí được xây dựng dưới dạng lý tưởng hóa, trong đó chi phí khảo sát được giả thiết tỷ lệ nghịch với khoảng cách giữa các tuyến khảo sát và không xét các thành phần chi phí cố định hoặc các yếu tố tổ chức thi công như điều động phương tiện, thời gian quay đầu và điều kiện thi công thực tế. Đồng thời, các trọng số α và β được xem là các tham số đầu vào phản ánh mức độ ưu tiên giữa độ chính xác và chi phí khảo sát trong từng dự án cụ thể, nên không có giá trị phổ quát. Do đó, nghiệm L_{opt} cần được hiểu là nghiệm tối ưu trong phạm vi các giả thiết của mô hình và được sử dụng như một cơ sở định lượng hỗ trợ xem xét lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát.

4.5. Ngưỡng sai số và hàm ý thiết kế trong thực hành khảo sát

Từ mô hình tổng phương sai đã thiết lập tại Mục 3.4, sai số hình học tại trung điểm giữa hai tuyến có dạng $\sigma_g = \bar{k} L^2 / 8$

Xét điều kiện khi sai số hình học bằng sai số thiết bị: $\sigma_g = \sigma_m$, giải theo L được khoảng cách tuyến tới hạn:

$$L_{critical} = \left(8\sigma_m / \bar{k}\right)^{1/2} \quad (23)$$

Công thức (23) cho thấy: Khi $L < L_{critical}$ sai số tổng hợp chủ yếu do sai số đo tại điểm chi phối; việc tăng mật độ tuyến có mức độ cải thiện độ chính xác hạn chế hơn so với trường hợp sai số nội suy chi phối. Khi $L > L_{critical}$ thì Sai số hình học do nội suy bắt đầu chi phối, làm giảm độ tin cậy của mô hình địa hình. Do đó, $L_{critical}$ đóng vai trò như một ngưỡng thiết kế kỹ thuật.

Tiêu chuẩn IHO S-44 [6] chủ yếu quy định ngưỡng sai số cho các điểm đo riêng lẻ thông qua chỉ tiêu TVU. Tuy nhiên, tiêu chuẩn này không quy định trực tiếp sai số nội suy phát sinh giữa các tuyến khảo sát, trong khi thành phần sai số này có thể trở nên đáng kể khi khoảng cách tuyến lớn.

Trong nhiều nghiên cứu về mô hình địa hình số, độ chính xác của bề mặt nội suy được chỉ ra là phụ thuộc mạnh vào mật độ lấy mẫu và đặc trưng hình thái địa hình. Khi khoảng cách lấy mẫu lớn so với mức độ biến thiên của địa hình, sai số nội suy có thể trở thành một thành phần quan trọng của sai số tổng thể của mô hình địa hình [7].

Mô hình đề xuất bổ sung một tiêu chí định lượng cho thiết kế mật độ tuyến khảo sát.

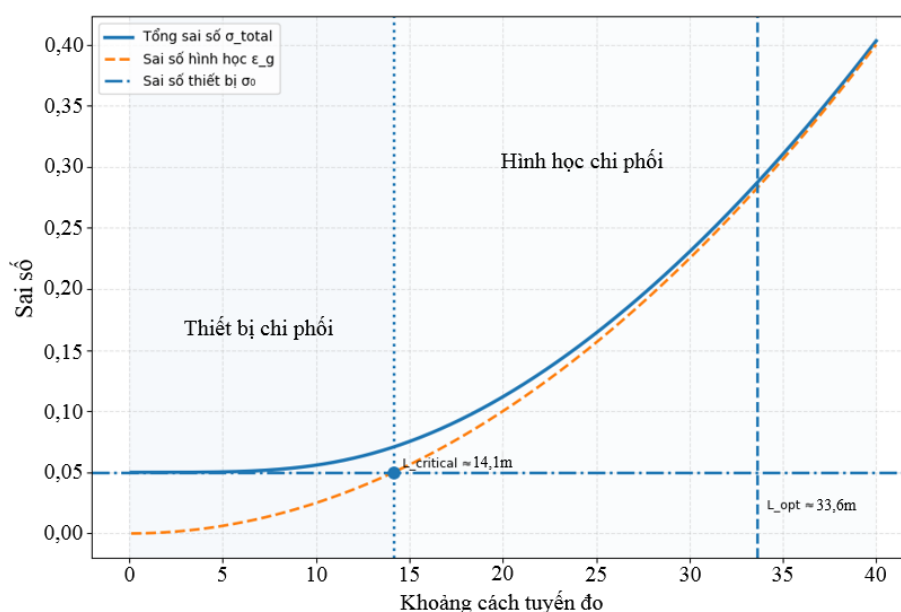
Tùy theo mối quan hệ giữa hai đại lượng $L_{critical}$ và L_{opt} , có thể phân biệt ba trường hợp:

- $L_{opt} < L_{critical}$: Phương án tối ưu nằm trong vùng sai số đo tại điểm chi phối;
- $L_{opt} \approx L_{critical}$: Hai thành phần sai số có độ lớn tương đương tại phương án tối ưu;

- $L_{opt} > L_{critical}$: Phương án tối ưu nằm trong vùng sai số nội suy hình học chi phối, cần xem xét yêu cầu độ chính xác khi lựa chọn khoảng cách tuyến.

Phân tích này cung cấp một cơ sở định lượng đơn giản để lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát phù hợp trong thực hành. Mô hình được sử dụng để phân tích định lượng ảnh hưởng của khoảng cách tuyến khảo sát đến sai số nội suy hình học trong phạm vi các giả thiết đã thiết lập. Trên cơ sở đó, việc kết hợp giữa $L_{critical}$ và L_{opt} cho phép đánh giá đồng thời yêu cầu về độ chính xác và chi phí khảo sát, hỗ trợ quá trình lựa chọn khoảng cách tuyến phù hợp trong giai đoạn thiết kế khảo sát.

Hình 2 minh họa cơ chế chi phối sai số theo khoảng cách tuyến khảo sát trên cơ sở bộ tham số giả định. Khi $L < L_{critical}$ sai số tổng thể chủ yếu do sai số đo tại điểm chi phối. Ngược lại, khi $L > L_{critical}$ sai số hình học do nội suy trở thành thành phần chi phối. Điểm L_{opt} biểu thị nghiệm tối ưu của hàm mục tiêu, tương ứng với sự cân bằng giữa độ chính xác mô hình và chi phí khảo sát theo các trọng số đã lựa chọn.



Hình 2. Quan hệ giữa sai số đo tại điểm, sai số nội suy hình học và tổng sai số theo khoảng cách tuyến.

Việc so sánh giữa khoảng cách tuyến tới hạn và khoảng cách tuyến tối ưu cung cấp cơ sở định lượng để lựa chọn mật độ tuyến khảo sát phù hợp. Trên cơ sở đó, có thể kiểm soát đồng thời sai số kỹ thuật và chi phí khảo sát, đồng thời tránh sử dụng mật độ tuyến không cần thiết. Đối với các khu vực có địa hình biến đổi mạnh, độ cong bề mặt lớn, khoảng cách tuyến cần được giảm để hạn chế sai số nội suy. Ngược lại, tại các khu vực địa hình tương đối ổn định, khoảng cách tuyến có thể tăng mà vẫn đảm bảo yêu cầu độ chính xác. Do đó, việc sử dụng một khoảng cách tuyến cố định cho toàn bộ khu vực khảo sát có thể không phản ánh đầy đủ đặc trưng hình học của địa hình đáy.

5. MINH HỌA PHƯƠNG PHÁP TRÊN TRƯỜNG HỢP KHẢO SÁT

Ví dụ dưới đây nhằm minh họa việc áp dụng mô hình đề xuất để phân tích ảnh hưởng của khoảng cách tuyến khảo sát đến sai số nội suy hình học trong phạm vi các giả thiết đã thiết lập. Các kết quả tính toán chỉ mang tính minh họa phương pháp, không được xem là bằng chứng kiểm chứng thực nghiệm đối với mô hình.

Để minh họa khả năng ứng dụng của mô hình đề xuất, một bộ dữ liệu khảo sát địa hình đáy tại khu vực luồng và vùng nước trước bến của một cảng điển hình ở Việt Nam được sử dụng. Dữ liệu được thu thập bằng thiết bị đo sâu hồi âm đơn tia kết hợp định vị RTK trong hệ tọa độ VN-2000. Khoảng cách tuyến khảo sát xấp xỉ 10 m; độ sâu trong khoảng từ -14m đến -17m.

Kết quả hiệu chuẩn thiết bị cho thấy sai số đo sâu nhỏ, tuy nhiên khi xét đến các thành phần sai số tổng hợp trong điều kiện thực tế, sai số tại điểm được ước tính bảo thủ ở mức $\sigma_m \approx 0,08m$ (Giá trị này được sử dụng trong các tính toán tiếp theo nhằm đảm bảo đánh giá ở mức an toàn).

Trong phạm vi minh họa, đặc trưng hình học của bề mặt đáy được biểu diễn thông qua độ cong trung bình tuyệt đối theo phương vuông góc tuyến khảo sát. Căn cứ vào mức biến thiên độ sâu và đặc trưng địa hình tương đối thoải của khu vực, giá trị đại diện được lựa chọn: $\bar{k} = 0,002m^{-1}$ (Giá trị này tương ứng với bán kính cong đặc trưng khoảng 500 m và nhằm phản ánh một trường hợp địa hình biến đổi tương đối trơn).

Trong ví dụ minh họa này, tham số được lựa chọn nhằm thể hiện xu thế biến thiên của mô hình, không nhằm mô tả chi tiết đặc trưng hình học của một công trình cụ thể.

Thay $\sigma_m \approx 0,08m$ và $\bar{k} = 0,002m^{-1}$ vào công thức (23), được $L_{critical} \approx 17,9m \approx 18m$

Trong công trình khảo sát thực tế, khoảng cách tuyến được áp dụng là: $L_{thucte} = 10m$.

So sánh: $L_{thucte} = 10m < L_{critical} = 18m$.

Điều này cho thấy sai số hình học do nội suy giữa các tuyến chưa phải là thành phần chi phối và sai số tổng thể của mô hình địa hình chủ yếu vẫn do sai số đo tại điểm.

Để làm rõ xu thế biến thiên của sai số hình học theo khoảng cách tuyến, xét một số giá trị điển hình:

- $L = 10m$ tính được $\sigma_g = 0,025m < \sigma_m$

- $L = 20m$ tính được $\sigma_g = 0,10m > \sigma_m$

- $L = 30m$ tính được $\sigma_g = 0,225m > \sigma_m$

Kết quả cho thấy sai số hình học tăng nhanh theo bình phương khoảng cách tuyến, phù hợp với quan hệ lý thuyết đã thiết lập trong Phần 3. Khi khoảng cách tuyến tăng từ 10m lên 20-30 m, sai số nội suy có thể trở thành thành phần đáng kể trong sai số tổng thể của mô hình địa hình đáy.

Kết quả này mang tính minh họa, cho thấy khoảng cách tuyến 10m trong trường hợp khảo sát được xem xét là tương đối nhỏ so với ngưỡng tới hạn xác định theo mô hình.

Trong các ứng dụng thực tế, các tham số hình học của mô hình có thể được xác định trực tiếp từ dữ liệu khảo sát mật độ cao hoặc mô hình địa hình đáy của khu vực nghiên cứu để phản ánh sát hơn điều kiện địa hình thực tế.

6. GIỚI HẠN NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu được xây dựng như một mô hình phân tích lý thuyết nhằm mô tả cơ chế hình thành sai số nội suy hình học trong khảo sát địa hình đáy. Mô hình được thiết lập trên các giả thiết về bề mặt đáy khả vi bậc hai, các tuyến khảo sát song song, không xét ảnh hưởng của hướng tuyến so với hướng biến đổi chính của địa hình đáy và sử dụng nội suy tuyến tính theo

phương vuông góc với tuyến khảo sát. Vì vậy, các kết quả của nghiên cứu được hiểu trong phạm vi các giả thiết này và không nhằm mô tả mọi điều kiện địa hình hoặc mọi phương pháp nội suy trong thực tế.

Nghiên cứu xem độ cong trung bình tuyệt đối của địa hình đáy, các trọng số trong mô hình tối ưu và đơn giá khảo sát là các tham số đầu vào. Việc xác định các tham số này phụ thuộc vào điều kiện khảo sát, yêu cầu kỹ thuật và mục tiêu của từng dự án cụ thể, nên không thuộc phạm vi nghiên cứu hiện tại.

Mô hình được phát triển nhằm xây dựng cơ sở phân tích định lượng cho giai đoạn thiết kế khảo sát và được đánh giá thông qua ví dụ minh họa, chưa được kiểm chứng trên các bộ dữ liệu khảo sát thực tế quy mô lớn. Việc đánh giá mô hình đối với nhiều dạng địa hình đáy, các phương pháp nội suy khác và các cấu hình tuyến khảo sát khác sẽ là hướng nghiên cứu tiếp theo nhằm đánh giá khả năng áp dụng của mô hình trong thực tiễn.

7. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã xây dựng một mô hình phân tích lý thuyết nhằm mô tả cơ chế hình thành sai số nội suy hình học trong khảo sát địa hình đáy từ các tuyến khảo sát song song. Trên cơ sở khai triển Taylor bậc hai theo phương vuông góc với tuyến khảo sát, mô hình chỉ ra rằng sai số nội suy phụ thuộc đồng thời vào khoảng cách giữa các tuyến khảo sát và đặc trưng hình học của bề mặt đáy, được biểu diễn thông qua độ cong trung bình tuyệt đối.

Trên cơ sở kết hợp sai số nội suy hình học với sai số đo tại điểm theo chỉ tiêu TVU, nghiên cứu đã thiết lập mô hình tổng phương sai của mô hình địa hình đáy và đề xuất hai tiêu chí phân tích gồm khoảng cách tuyến tối hạn và khoảng cách tuyến tối ưu. Hai tiêu chí này cho phép đánh giá định lượng ảnh hưởng của khoảng cách tuyến khảo sát đến chất lượng mô hình địa hình đáy, đồng thời hỗ trợ lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát trên cơ sở cân bằng giữa yêu cầu về độ chính xác và chi phí khảo sát trong giai đoạn thiết kế.

Trong phạm vi các giả thiết của mô hình, nghiên cứu đóng góp một khung phân tích giải tích làm rõ mối quan hệ giữa khoảng cách tuyến khảo sát, đặc trưng hình học của địa hình đáy và sai số nội suy. Khung phân tích này bổ sung góc nhìn định lượng cho bài toán thiết kế lựa chọn khoảng cách tuyến khảo sát, vốn hiện nay chủ yếu dựa trên các yêu cầu kỹ thuật và kinh nghiệm thực hành, đồng thời tạo cơ sở để mở rộng nghiên cứu đối với các điều kiện địa hình phức tạp hơn, các phương pháp nội suy khác và các bộ dữ liệu khảo sát thực tế trong tương lai.

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin cảm ơn ông Ngô Thanh Minh (chuyên gia của Công ty CP Tư vấn Xây dựng Thương mại Hoàng Hà) đã đóng góp ý kiến chuyên môn về thực tiễn khảo sát địa hình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Z. Li, Z. Peng, Z. Zhang, Y. Chu, C. Xu, S. Yao, A. F. García-Fernández, X. Zhu, Y. Yue, A. Levers, J. Zhang, J. Ma, Exploring modern bathymetry: A comprehensive review of data acquisition devices, model accuracy, and interpolation techniques for enhanced underwater mapping, *Frontiers in Marine Science*, 10 (2023) 1178845. <https://doi.org/10.3389/fmars.2023.1178845>.
- [2]. Bộ Khoa học và Công nghệ, TCVN 10336:2015, Khảo sát độ sâu trong lĩnh vực hàng hải - Yêu cầu kỹ thuật, Bộ Khoa học và Công nghệ, Hà Nội, 2015.

- [3]. Cục Hàng hải Việt Nam, TCCS 01:2019/CHHVN, Công tác khảo sát đo sâu dưới nước bằng thiết bị hồi âm, Cục Hàng hải Việt Nam, Hà Nội, 2019.
- [4]. Bộ Tài nguyên và Môi trường, Thông tư số 63/2017/TT-BTNMT ngày 22 tháng 12 năm 2017 quy định kỹ thuật đo vẽ bản đồ địa hình đáy biển tỷ lệ 1:5000, Bộ Tài nguyên và Môi trường, Hà Nội, 2017.
- [5]. A.-C. Wöfl, H. Snaith, S. Amirebrahimi, C. Devey, B. Dorschel, V. Ferrini, V. A. I. Huvenne, M. Jakobsson, J. Jencks, G. Johnston, G. Lamarche, L. Mayer, D. Millar, T. H. Pedersen, K. Picard, A. Reitz, T. Schmitt, M. Visbeck, P. Weatherall, R. Wigley, Seafloor mapping – the challenge of a truly global ocean bathymetry, *Frontiers in Marine Science*, 6 (2019) 283. <https://doi.org/10.3389/fmars.2019.00283>.
- [6]. International Hydrographic Organization, Standards for Hydrographic Surveys, S-44, Edition 6.1.0, International Hydrographic Organization, Monaco, 2022.
- [7]. R. Hare, B. Eakins, C. Amante, Modelling bathymetric uncertainty, *International Hydrographic Review*, 6 (2011) 31-42.
- [8]. N. G. Plant, K. T. Holland, J. A. Puleo, Analysis of the scale of errors in nearshore bathymetric data, *Marine Geology*, 191 (2002) 71-86. [https://doi.org/10.1016/S0025-3227\(02\)00497-8](https://doi.org/10.1016/S0025-3227(02)00497-8).
- [9]. C. J. Amante, B. W. Eakins, Accuracy of interpolated bathymetry in digital elevation models, *Journal of Coastal Research*, Special Issue 76 (2016) 123-133. <https://doi.org/10.2112/SI76-011>.
- [10]. J. L. Mesa-Mingorance, F. J. Ariza-López, Accuracy assessment of digital elevation models (DEMs): A critical review of practices of the past three decades, *Remote Sensing*, 12 (2020) 2630. <https://doi.org/10.3390/rs12162630>.
- [11]. E. Adediran, C. Kastrisios, K. Lowell, G. Rice, Q. Zhang, Toward quantifying interpolation uncertainty in set-line spacing hydrographic surveys, *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 14 (2025) 90. <https://doi.org/10.3390/ijgi14020090>.
- [12]. S. Erdogan, A comparison of interpolation methods for producing digital elevation models at the field scale, *Earth Surface Processes and Landforms*, 34 (2009) 366-376. <https://doi.org/10.1002/esp.1731>.
- [13]. J. L. Irish, T. E. White, Coastal engineering applications of high-resolution lidar bathymetry, *Coastal Engineering*, 35 (1998) 47-71. [https://doi.org/10.1016/S0378-3839\(98\)00022-2](https://doi.org/10.1016/S0378-3839(98)00022-2).
- [14]. X. Lurton, Swath bathymetry using phase difference: Theoretical analysis of acoustical measurement precision, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 25 (2000) 351-363. <https://doi.org/10.1109/48.855385>.
- [15]. W. H. F. Smith, Introduction to this special issue on bathymetry from space, *Oceanography*, 17 (2004) 6-7. <https://doi.org/10.5670/oceanog.2004.62>.
- [16]. M. F. J. Wilson, B. O'Connell, C. Brown, J. C. Guinan, A. J. Grehan, Multiscale terrain analysis of multibeam bathymetry data for habitat mapping on the continental slope, *Marine Geodesy*, 30 (2007) 3-35. <https://doi.org/10.1080/01490410701295962>.
- [17]. Z. Li, Q. Zhu, C. Gold, *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*, CRC Press, Boca Raton, 2005.
- [18]. K. E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [19]. R. L. Burden, J. D. Faires, *Numerical Analysis*, 9th ed., Brooks/Cole, Cengage Learning, Boston, 2011.