



## FINITE ELEMENT–INFORMED NEURAL NETWORK (FEINN) APPROACH TO INVERSE PROBLEMS IN 1D LINEAR ELASTICITY

Nguyen Thanh Khiet<sup>1</sup>, Pham Minh Phuc<sup>2</sup>, Nguyen Dinh Du<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Civil Engineering, Lac Hong University, No 10 Huynh Van Nghe Street, Dong Nai, Vietnam

<sup>2</sup>University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Ha Noi, Vietnam

### ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 21/10/2025

Revised: 04/12/2025

Accepted: 10/12/2025

Published online: 15/12/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.9.2>

\* Corresponding author

Email: nguyendinhdu@lhu.edu.vn

**Abstract.** Inverse analysis of material parameters plays a crucial role in solid mechanics problems, which remain challenging and computationally expensive with conventional numerical approaches such as the finite element method (FEM). This paper proposes a highly efficient inverse analysis framework for 1D problems based on the Finite Element Informed Neural Network (FEINN). Unlike Physics-Informed Neural Networks (PINNs), which solve the strong form of governing equations, FEINN addresses the weak form through finite discretization and incorporates Gaussian integration to compute the strain–displacement matrix, thereby significantly accelerating training and convergence. In the inverse problem, the unknown material parameters are inferred from the neural network’s output layer, while the nodal coordinates serve as input. Nodal displacements and forces are employed as constraints within the loss function. FEINN determines the material parameters by iteratively optimizing the neural network using the *fmincon* function in MATLAB. The proposed method demonstrates high efficiency through several benchmark cases involving both constant and spatially varying material parameters.

**Keywords:** Inverse analysis; ANN; FEM; FEINN; 1D linear elasticity problem.

@ 2025 University of Transport and Communications



## ỨNG DỤNG MẠNG THẦN KINH NHÂN TẠO THEO THÔNG TIN PHÂN TỬ HỮU HẠN PHÂN TÍCH NGƯỢC BÀI TOÁN 1D ĐÀN HỒI TUYẾN TÍNH

Nguyễn Thanh Khiết<sup>1</sup>, Phạm Minh Phúc<sup>2</sup>, Nguyễn Đình Du<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Khoa Kỹ thuật công trình, Trường Đại học Lạc Hồng, Số 10, Huỳnh Văn Nghệ, Đồng Nai, Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

### THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 21/10/2025

Ngày nhận bài sửa: 04/12/2025

Ngày chấp nhận đăng: 10/12/2025

Ngày xuất bản Online: 15/12/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.9.2>

\* Tác giả liên hệ

Email: nguyendinhdu@lhu.edu.vn

**Tóm tắt.** Phân tích ngược các tham số vật liệu đóng một vai trò quan trọng các bài toán cơ vật rắn biến dạng, vốn luôn là thách thức và tốn thời gian với các phương pháp số hiện có như phân tử hữu hạn. Bài báo này trình bày một khuôn khổ phân tích ngược hiệu quả cao cho bài toán 1D dựa trên mạng nơ ron thông tin phân tử hữu hạn (FEINN). Thay vì giải phương trình dạng mạnh như mạng nơ ron thông tin vật lý (PINN), FEINN giải phương trình dạng yếu bằng cách rời rạc miền hữu hạn và sau đó kết hợp tích phân Gauss để tính ma trận biến dạng – chuyển vị, giúp tăng tốc đáng kể quá trình huấn luyện và tốc độ hội tụ. Đối với bài toán ngược, các tham số vật liệu chưa biết được dự đoán ở kết quả lớp đầu ra của cấu trúc mạng nơ ron trong khi giá trị lớp đầu vào là tọa độ nút phân tử. Sử dụng giá trị đã biết gồm chuyển vị và lực tại các nút để vào hàm điều khiển. FEINN có thể xác định các tham số vật liệu này bằng cách tối ưu hóa lặp lại các mạng nơ ron bằng hàm *fmincon* trong thư viện Matlab. Hiệu quả rất cao do FEINN mang lại thông qua một số bài toán có tham số vật liệu là hằng số và biến thiên.

**Từ khóa:** Phân tích ngược; Mạng nơ ron nhân tạo; Phân tử hữu hạn; Bài toán 1D đàn hồi tuyến tính.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Bài toán ngược đóng vai trò quan trọng trong cơ học tính toán, giúp xác định các tham số vật liệu hoặc điều kiện biên từ các đại lượng đo được [1]. Các phương pháp số cổ điển như PTHH (Finite Element Method - FEM) hay phần tử biên (Boundary Element Method - BEM) thường gặp khó khăn khi bài toán kém xác định, dẫn đến kết quả không ổn định và tốn kém tính toán [1-10].

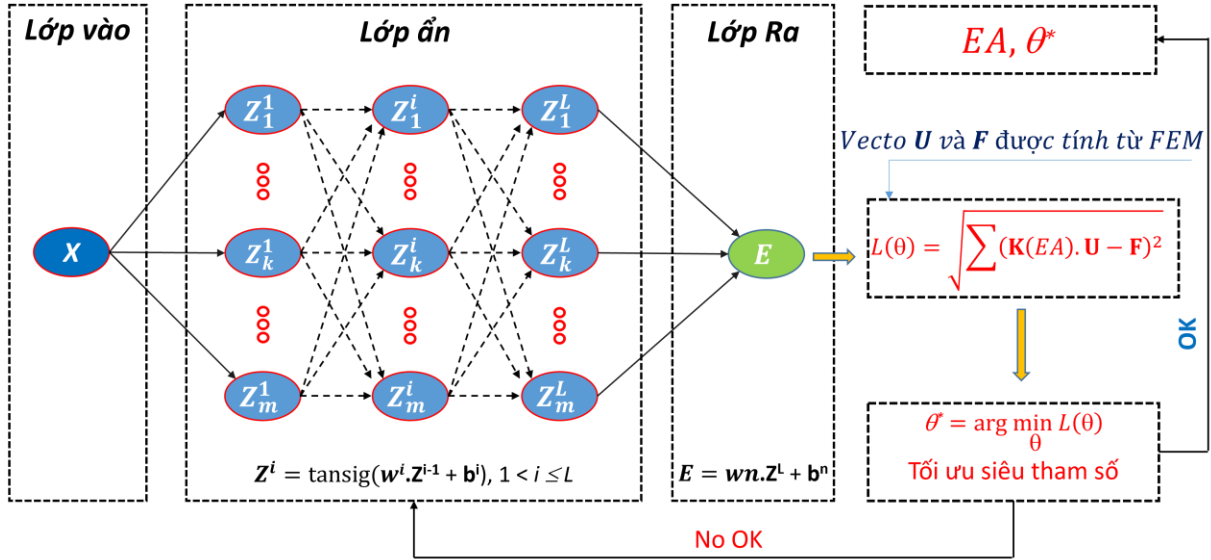
Sự phát triển mạnh mẽ của trí tuệ nhân tạo, đặc biệt là các mô hình mạng nơ-ron học sâu (Deep Neural Networks – DNN), đã mở ra những hướng nghiên cứu mới cho các bài toán cơ học và kỹ thuật. Tại Việt Nam, nhiều công trình gần đây công bố trên Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải (TCSJ) đã chứng minh tiềm năng ứng dụng của mạng nơ-ron trong mô phỏng và dự đoán các hiện tượng vật lý phức tạp. Cụ thể, Hoàng Việt Hải và cộng sự [9] đã sử dụng mạng nơ-ron nhân tạo (Artificial Neural Network - ANN) để dự báo các tham số nhiệt ở giai đoạn sớm của bê tông khối lớn, giúp kiểm soát ứng suất nhiệt trong móng cầu. Bài báo của Trần Thế Hùng [10] áp dụng mạng nơ-ron tích chập (Convolutional Neural Network - CNN) để xác định trường dòng chảy xung quanh cánh khí động và các cấu trúc hình học phức tạp. Ngoài ra, Nguyễn Thùy Anh và nhóm nghiên cứu [11] đã triển khai ANN và RNN để ước tính cường độ cắt của vật liệu FRP, cho thấy độ chính xác cao và khả năng tổng quát tốt trong dự đoán tính chất cơ học vật liệu.

Những kết quả trên khẳng định xu hướng kết hợp trí tuệ nhân tạo (Artificial Intelligence - AI) với mô phỏng số đang được quan tâm rộng rãi và dần trở thành công cụ hữu hiệu để giải quyết các bài toán kỹ thuật phức tạp. Trong bối cảnh đó, mô hình mạng nơ-ron thông tin phần tử hữu hạn (Finite Element Integrated Neural Network - FEINN) được xem là bước tiến mới, kết hợp ưu điểm của mạng học sâu và phương pháp phần tử hữu hạn. FEINN tích hợp dạng yếu của phương trình cân bằng vào hàm mất mát, sử dụng tích phân Gauss để tính toán các đại lượng năng lượng, giúp tăng tốc độ hội tụ và cải thiện độ chính xác [2]. Phương pháp này cho phép xử lý bài toán ngược trong cơ học đàn hồi với sai số nhỏ (dưới 1%) và khả năng tổng quát hóa cao [2,3].

Các nghiên cứu gần đây về mô hình lai như Neural-Integrated Meshfree (NIM) [4] hay Finite-PINN [6] tiếp tục mở rộng phạm vi ứng dụng của mô hình học sâu trong cơ học số. Bên cạnh đó, phương pháp phần tử hữu hạn Bayes (Bayesian Finite Element Method - BFEM) [8] cũng được phát triển nhằm xử lý bài toán ngược dưới góc nhìn xác suất, tăng độ tin cậy của ước lượng tham số. Nhờ các tiến bộ này, FEINN trở thành công cụ mạnh mẽ để giải bài toán ngược trong cơ học đàn hồi 1D, kết hợp hiệu quả giữa FEM và học sâu trong cùng một khung giải thuật thống nhất.

## 2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Phương pháp FEINN là sự kết hợp giữa FEM với mô hình học sâu (DL), như được trình bày trong Hình 1. Bài toán ngược ở đây chủ yếu đi tìm độ cứng EA phân bố trong kết cấu thanh. Khác với bài toán thuận, trường chuyển vị ( $U$ ) và lực tác dụng ( $F$ ) trong trường hợp này được cho trước, trong thực tế chúng được đo trực tiếp từ kết cấu. Tuy nhiên, để có dữ liệu giám sát, trong nghiên cứu này, chúng được tính toán từ FEM như thông thường. Thuật toán của phương pháp được mô tả chi tiết như trong bảng 1.



Hình 1. Mạng nơ-ron tích hợp phân tử hữu hạn (FEINN) cho bài toán ngược.

**Bảng 1.** Thuật toán FEINN cho bài toán ngược.

Bước	Mô tả
1	Nhập tọa độ nút $x$ và dữ liệu $U, F$ .
2	Lan truyền tiến qua mạng DNN $\rightarrow$ thu được $EA(x)$
3	Tính ma trận độ cứng $K(EA)$ bằng FEM
4	Tính hàm mất mát $L(\theta)$
5	Tối ưu $\theta$ bằng fmincon để giảm $L(\theta)$
6	Nếu hội tụ $\rightarrow$ trả về $EA(x)$ . Nếu chưa $\rightarrow$ quay lại bước 2

Đối với bài toán 1D đàn hồi tuyến tính, tọa độ của các nút ( $x$ ) thu được từ phép rời rạc phân tử hữu hạn được đưa vào khuôn khổ FEINN để dự đoán mô đun đàn hồi  $EA^{NN}$ , có thể được biểu thị bằng phương trình sau:

$$\{EA^{NN}\} = DNN(x|\theta) \tag{1}$$

trong đó  $DNN$  biểu thị mạng nơ-ron sâu, và  $\theta$  biểu thị các siêu tham số. Ma trận độ cứng  $\mathbf{K}(EA^{NN})$  được tính theo độ cứng  $EA^{NN}$  và ma trận tích biến dạng  $\mathbf{B}$  như sau

$$\mathbf{K}^{NN} = \int_{\Omega} (EA)^{NN} \mathbf{B}^T \mathbf{B} dx \tag{2}$$

Sau khi độ cứng  $EA^{NN}$  được xác định, chúng sẽ được đánh giá theo các công thức bao gồm sai số tuyệt đối trung bình (MAE) và sai số phần trăm tuyệt đối trung bình (MAPE) như sau:

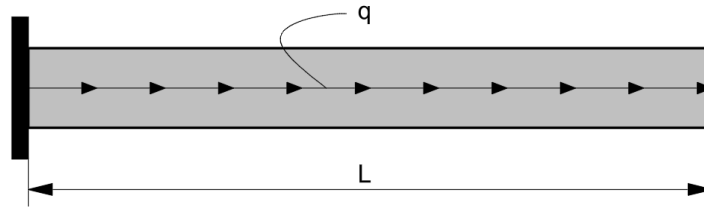
$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |(EA)_i - (EA)_*|$$

$$MAPE = \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{(EA)_i - (EA)_*}{(EA)_*} \right| \right) \times 100\% \quad (3)$$

trong đó  $i$  biểu diễn các nút thứ  $i$ ,  $(EA)_*$  biểu diễn giá trị độ cứng tại điểm thứ  $i$  trong thực tế,  $m$  biểu diễn số nút,  $(EA)_i$  đề cập đến dự đoán độ cứng của FEINN tại điểm thứ  $i$ .

### 3. KẾT QUẢ SỐ VÀ THẢO LUẬN

Kết cấu khảo sát là thanh chịu lực phân bố đều dọc trục  $q=1\text{kN/m}$  và đầu trái chịu liên kết ngàm ( $U_x = 0$ ) như hình 2. Thanh có chiều dài  $L=3\text{m}$ , độ cứng  $EA$  được gán giá trị cho từng bài toán cụ thể. Các dữ liệu về chuyển vị  $U$  và tải trọng  $F$  trong hàm Loss được tính toán bằng FEM thông thường.



Hình 2. Dạng hình học của thanh chịu kéo đúng tâm.

#### 3.1. Độ cứng của thanh là hằng số

Trong ví dụ đầu tiên, độ cứng của thanh được giả thiết là hằng trên toàn bộ chiều dài, với mô đun đàn hồi  $EA=10$  ( $\text{kN/cm}^2 \times \text{cm}^2$ ) và lưới chia gồm 10 phần tử. Kết quả huấn luyện mạng FEINN cho thấy một hiện tượng thú vị nhưng hoàn toàn hợp lý khi áp dụng mô hình học máy cho bài toán đơn giản này. Dữ liệu trong Bảng 2 chỉ ra rằng khi số lượng nơ-ron tăng, số bước lặp cần thiết để đạt ngưỡng sai số dừng ( $L < 10^{-7}$ ) cũng tăng đáng kể. Điều này cho thấy việc dự đoán độ cứng không đòi hỏi một kiến trúc mạng quá phức tạp; ngược lại, mạng có quá nhiều tham số sẽ làm tăng chi phí huấn luyện và kéo dài quá trình hội tụ, trong khi kết quả cuối cùng hầu như không thay đổi.

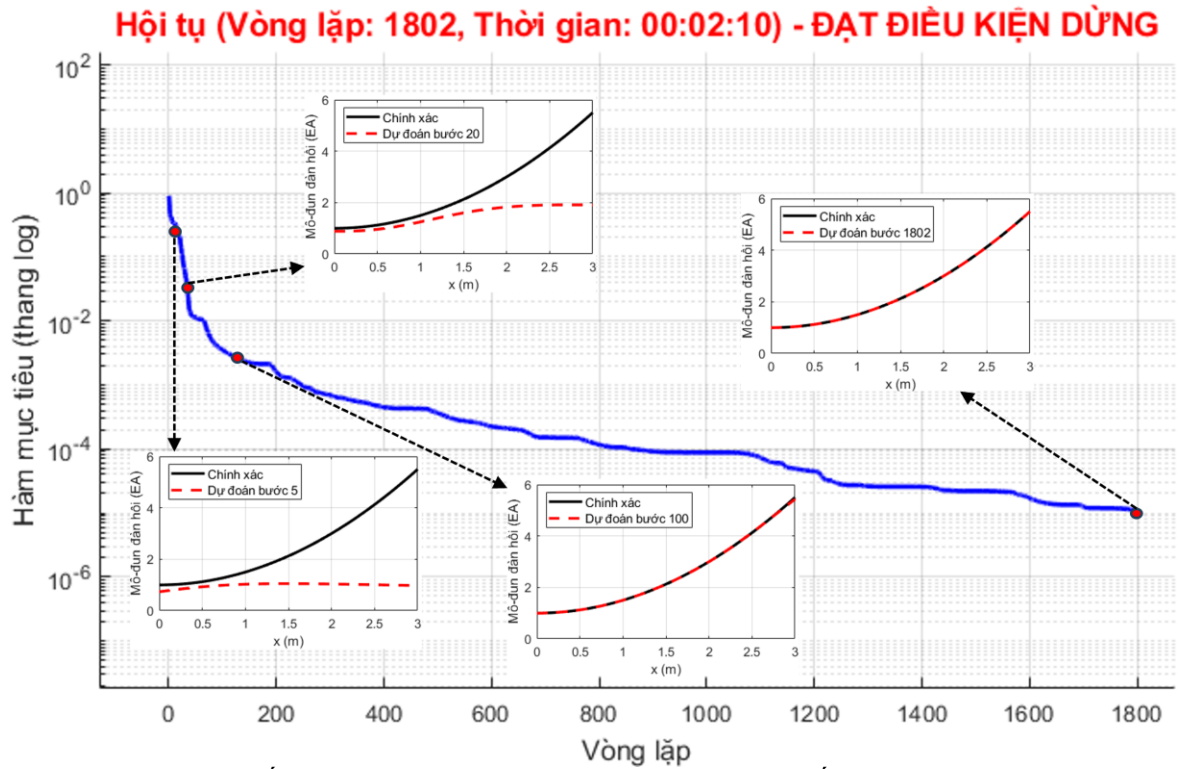
**Bảng 2.** Giá trị hàm mất mát (L) theo số Nơ ron và số bước lặp.

Số lớp ẩn	Số nơ ron	Số bước lặp	Hàm mất mát
1	1	30	9.09E-08
1	3	64	8.19E-08
1	5	165	8.05E-08
1	20	1159	9.95E-08

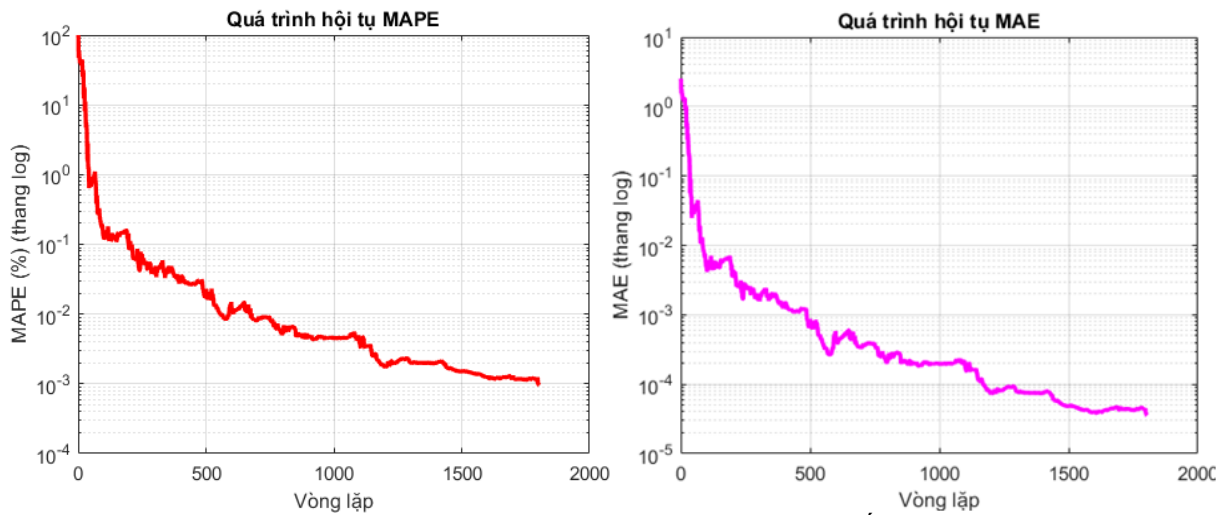
#### 3.2. Độ cứng của thanh là hàm bậc 2

Trong thí nghiệm này, mô đun đàn hồi phân bố theo quy luật bậc hai  $EA(x)$ , phản ánh tính không đồng nhất theo chiều dài của thanh. Mạng FEINN được cố định ở kiến trúc [1 5 5 1] (1 đầu vào là tọa độ nút  $x$ ; 2 lớp ẩn, mỗi lớp 5 nơ-ron; 1 đầu ra là  $EA$  tại nút), mô hình được huấn luyện với tối đa 2000 bước lặp và điều kiện hàm  $L < 1e-5$ . Mô hình cũng được

chia lưới với 10 phần tử.



Hình 3. Hàm mất mát (hàm mục tiêu) theo thời gian và phân bố độ cứng EA chính xác cũng như dự đoán tại các vòng lặp 5, 20, 100 và cuối cùng.

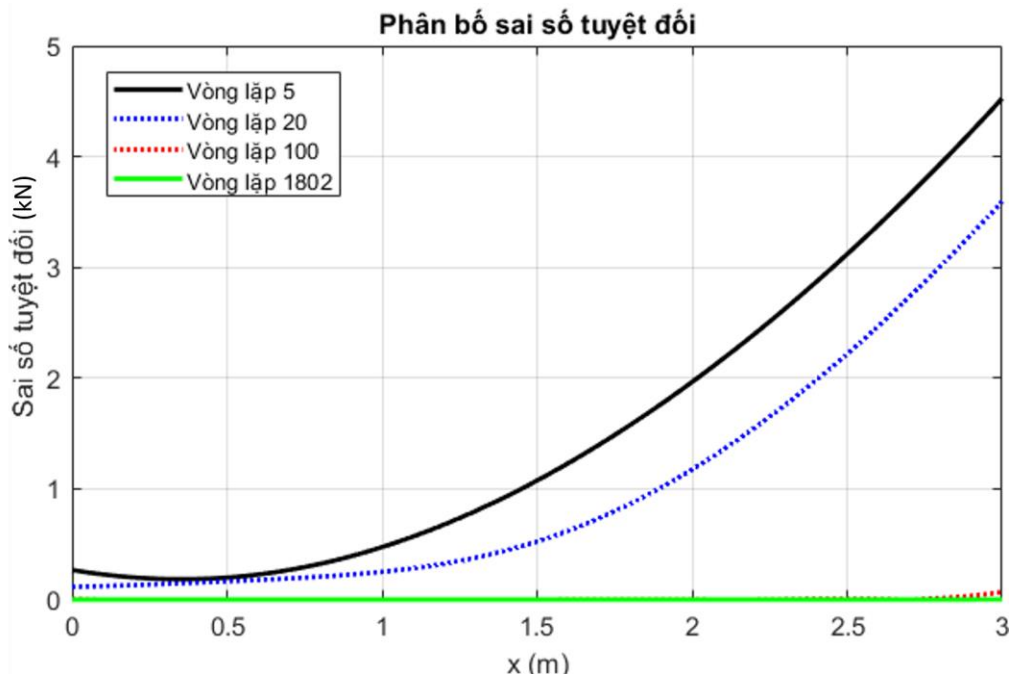


Hình 4. Quá trình hội tụ MAPE và MAE theo số bước lặp.

Hình 3 mô tả quá trình hội tụ của mô hình FEINN trong bài toán thanh 1D có mô đun đàn hồi biến thiên bậc hai theo tọa độ. Giá trị hàm mục tiêu giảm nhanh trong khoảng 0–200 vòng lặp, sau đó giảm chậm dần và đạt điều kiện dừng tại vòng lặp thứ 1802. Các đồ thị nhỏ cho thấy mô đun đàn hồi dự đoán tiến dần đến giá trị thực theo thời gian huấn luyện: ở các bước đầu (5–20) sai lệch còn lớn, đến khoảng 100 vòng lặp đường dự đoán đã gần khớp, và tại vòng 1802 hai đường hầu như trùng nhau. Kết quả này cho thấy mạng FEINN có khả năng học ổn định và mô phỏng chính xác quy luật biến thiên phi tuyến của vật liệu chỉ với một kiến trúc cố định [1 5 5 1]. Tương tự, hình 4 cho thấy cả hai chỉ số MAPE và MAE đều giảm nhanh

trong giai đoạn đầu và tiếp tục giảm ổn định cho đến khi đạt trạng thái hội tụ sau khoảng 1800 vòng lặp. Sai số nhỏ dần theo thang log chứng tỏ mô hình FEINN học hiệu quả và duy trì quá trình tối ưu ổn định trong suốt quá trình huấn luyện. Có thể thấy rằng sai số tuyệt đối giảm dần theo số vòng lặp và đạt giá trị rất nhỏ khi mô hình hội tụ được mô tả như Hình 5. Sai số lớn tập trung tại đầu tự do của thanh, nơi chuyển vị lớn hơn và độ nhạy của ma trận độ cứng đối với biến thiên mô đun đàn hồi cao hơn, dẫn đến sai khác dự đoán tăng nhẹ so với phần còn lại.

Hình 5 thể hiện phân bố sai số tuyệt đối theo tọa độ nút tại các giai đoạn huấn luyện khác nhau. Có thể thấy sai số giảm dần rõ rệt khi số vòng lặp tăng, đặc biệt sau 100 vòng lặp đường sai số gần như tiến sát trục hoành. Đến vòng lặp 1802, sai số gần bằng không trên toàn miền, cho thấy mạng FEINN đã mô phỏng chính xác quy luật biến thiên của mô đun đàn hồi theo tọa độ. Ngoài ra, sai số nhỏ tập trung chủ yếu ở vùng đầu trái của thanh – vị trí có liên kết, nơi chuyển vị bị khống chế nên ảnh hưởng của sai số tính toán được giảm thiểu rõ rệt.



Hình 5. Phân bố sai số tuyệt đối theo chiều dài thanh.

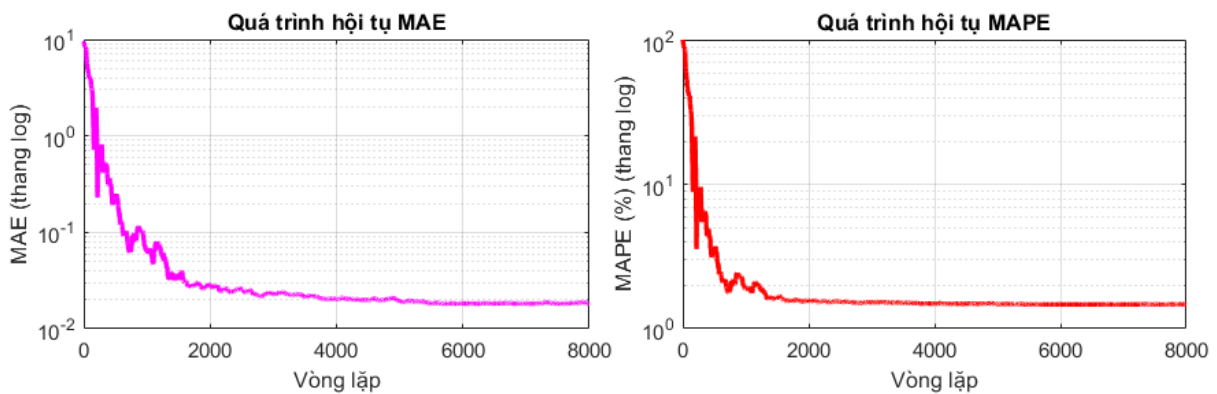
### 3.3. Thanh có độ cứng giảm yếu cục bộ

Nhằm đánh giá tính ứng dụng vào thực tế của mô hình FEINN vào việc dự đoán độ cứng của kết cấu thanh, một thanh có vấn đề về hư hỏng được đặt trung bởi sự giảm yếu của mô đun đàn hồi. Giả định rằng độ cứng có sự phân bố như Hình 6 (đường màu đen) với sự giảm yếu độ cứng tại giữa dầm. Mô hình FEINN có cấu trúc [1 15 15 15 15 1] được huấn luyện với 8000 bước lặp.

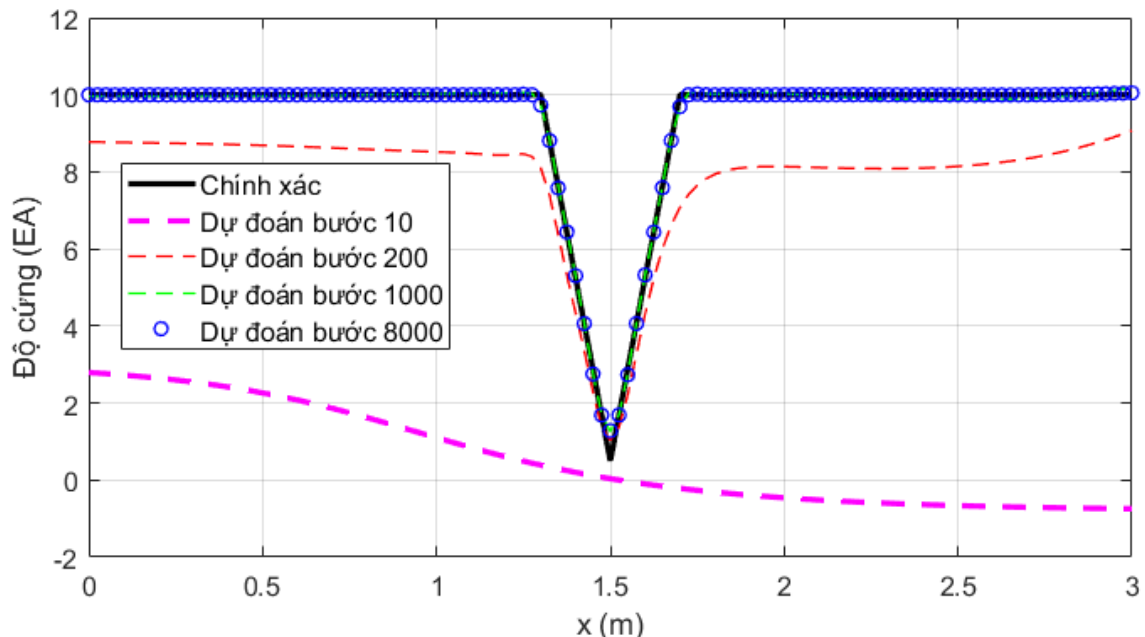
Hình 6 thể hiện quá trình hội tụ của các chỉ số sai số MAE và MAPE theo số vòng lặp. Có thể thấy cả hai chỉ số đều giảm rất nhanh trong giai đoạn đầu, đặc biệt trong khoảng từ 0 đến khoảng 2000 vòng lặp, cho thấy mạng FEINN nhanh chóng học được quy luật tổng quát của phân bố vật liệu. Sau mốc này, các đường cong gần như nằm ngang, biểu hiện việc sai số không còn giảm đáng kể — mô hình đã đạt trạng thái hội tụ và các tham số mạng chỉ dao động nhỏ quanh giá trị tối ưu. Điều này chứng tỏ quá trình huấn luyện ổn định, đồng thời xác

nhận rằng số vòng lặp khoảng 2000 là đủ để mô hình đạt độ chính xác mong muốn mà không cần huấn luyện thêm.

Hình 7 thể hiện phân bố độ cứng dọc theo chiều dài thanh, trong đó mô hình FEINN được sử dụng để nhận dạng sự thay đổi của mô đun đàn hồi  $EA(x)$ . Độ cứng của thanh giảm mạnh tại vị trí  $x \approx 1,5\text{m}$ , biểu hiện vùng suy yếu hoặc hư hại cục bộ của kết cấu. Các đường dự đoán ở các mốc vòng lặp khác nhau cho thấy quá trình hội tụ rõ ràng: ở giai đoạn đầu (bước 10 và 200), mạng chưa tái hiện được vị trí và biên độ của vùng hư hại, giá trị dự đoán còn thấp và phân bố mượt hơn so với thực tế. Khi số vòng lặp tăng (bước 1000 và 8000), đường dự đoán tiệm cận gần như trùng khớp với giá trị đúng, phản ánh khả năng của FEINN trong việc xác định chính xác vị trí và mức độ giảm độ cứng – đặc trưng cho sự hư hại của thanh. Kết quả này cho thấy mô hình không chỉ mô phỏng chính xác vùng vật liệu đồng nhất mà còn nhận dạng tốt các khu vực suy yếu có tính cục bộ cao.



Hình 6. Quá trình hội tụ MAE và MAPE theo vòng lặp.

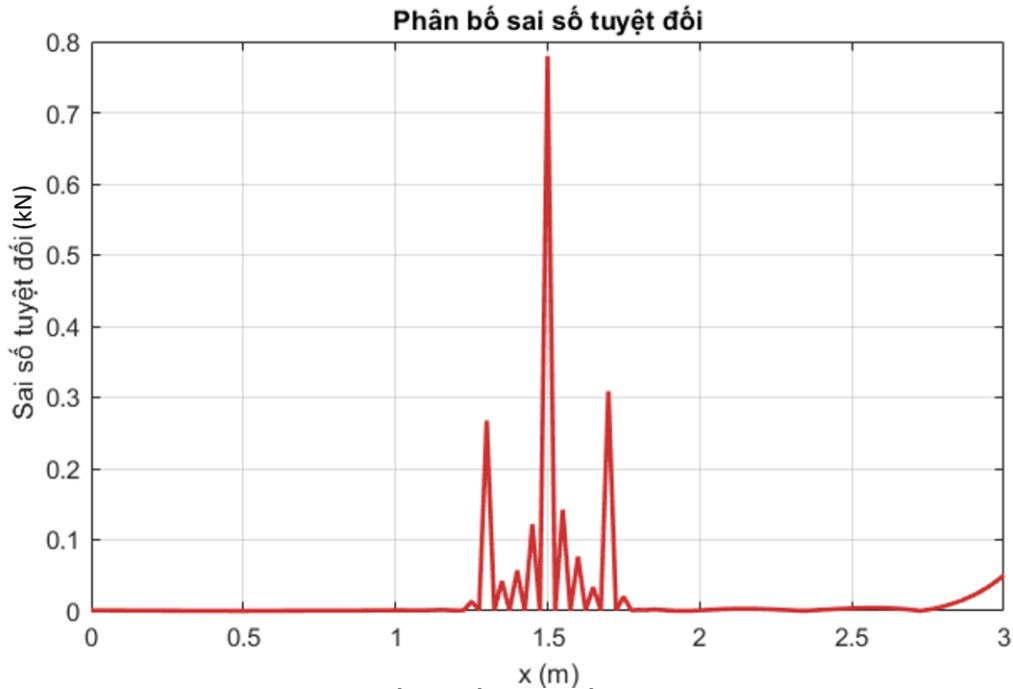


Hình 7. Phân bố độ cứng của thanh.

Hình 8 cho thấy sai số tuyệt đối tập trung chủ yếu tại vùng giữa thanh, tương ứng với vị trí  $x \approx 1,5\text{ m}$ – nơi độ cứng giảm mạnh do hư hại cục bộ. Sai số tăng vọt tại khu vực này phản ánh



đặc tính phi tuyến và độ dốc lớn của hàm  $E(x)$ , khiến mô hình khó xấp xỉ chính xác trong vùng chuyển tiếp. Ở các vùng còn lại, sai số gần bằng không, chứng tỏ mạng FEINN mô phỏng rất tốt phân vật liệu đồng nhất của kết cấu.



Hình 8. Phân bố sai số tuyệt đối theo tọa độ nút.

#### 4. KẾT LUẬN

Mô hình FEINN được trình bày trong nghiên cứu này cho thấy tính hiệu quả và linh hoạt cao trong việc kết hợp giữa phương pháp phân tử hữu hạn và mạng nơ-ron nhân tạo. Việc tích hợp dạng yếu của phương trình cân bằng vào quá trình huấn luyện giúp mô hình duy trì được cơ sở vật lý của bài toán, đồng thời tận dụng khả năng học phi tuyến của mạng nơ-ron để giải các bài toán ngược trong cơ học vật liệu một cách ổn định và chính xác.

Kết quả số cho thấy FEINN nhận dạng chính xác phân bố mô đun đàn hồi trong cả ba trường hợp: vật liệu đồng nhất, vật liệu biến thiên theo quy luật bậc hai và kết cấu có vùng giảm yếu cục bộ. Các chỉ số MAE, MAPE và hàm mục tiêu đều giảm nhanh trong giai đoạn đầu và đạt trạng thái hội tụ ổn định, trong khi phân bố sai số theo không gian được kiểm soát tốt, tập trung chủ yếu tại các vùng có độ dốc lớn của hàm độ cứng hoặc tại các vị trí nhạy cảm của kết cấu. Khả năng tái hiện đúng vị trí và biên độ vùng suy yếu chứng tỏ FEINN có tiềm năng lớn trong nhận dạng hư hại và đánh giá độ cứng của kết cấu thanh. Tuy nhiên, mặc dù đạt hiệu quả cao, phương pháp FEINN vẫn phụ thuộc đáng kể vào kiến trúc mạng và thuật toán tối ưu, khiến chi phí huấn luyện có thể tăng mạnh khi mô hình được mở rộng cho các bài toán có mức độ phi tuyến hoặc hình học phức tạp. Nhằm nâng cao khả năng ứng dụng trong tương lai, nghiên cứu đề xuất phát triển các kỹ thuật tăng tốc huấn luyện và mở rộng FEINN sang không gian 2D–3D để xử lý hiệu quả hơn các bài toán ngược thực tế và nhận dạng hư hại phức tạp trong cơ học kết cấu.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. M.K. Singha, T. Prakash, M. Ganapathi, Finite element analysis of functionally graded plates under transverse load, *Finite Elements in Analysis and Design*, 47 (2011) 452–460. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2010.12.001>
- [2]. K. Xu, N. Zhang, Z.-Y. Yin, K.-Q. Li, Finite element–integrated neural network for inverse analysis of elastic and elastoplastic boundary value problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 436 (2025) 176953. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2025.176953>
- [3]. N. Zhang, K. Xu, Z.-Y. Yin, K.-Q. Li, Transfer learning–enhanced finite element–integrated neural networks, *International Journal of Mechanical Sciences*, 262 (2025) 110075. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2025.110075>
- [4]. H. Du, Q. He, Neural-Integrated Meshfree (NIM) Method: A differentiable programming-based hybrid solver for computational mechanics, *arXiv preprint*, (2023). <https://arxiv.org/abs/2311.12915>
- [5]. R.E. Meethal, R. Kannan, Q. He, Solving forward and inverse problems of contact mechanics using physics-informed neural networks, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 11 (2024) 45. <https://doi.org/10.1186/s40323-024-00265-3>
- [6]. H. Li, J. Zhou, L. Huang, Finite-PINN: A physics-informed neural network architecture for solving solid mechanics problems with general geometries, *arXiv preprint*, (2024). <https://arxiv.org/abs/2412.09453>
- [7]. A. Carichino, P. Branca, F. Cacace, Physics-informed neural networks for an inverse problem in peridynamic models, *Engineering with Computers*, (2024). <https://doi.org/10.1007/s00366-024-01957-5>
- [8]. L. Zorzi, G. Ocone, The Bayesian Finite Element Method in Inverse Problems: A Critical Comparison between Probabilistic Models for Discretization Error, *arXiv preprint*, (2025). <https://arxiv.org/abs/2506.02815>
- [9]. Hoang Viet Hai, Do Anh Tu, Pham Duc Tho, Utilizing artificial neural networks to anticipate early-age thermal parameters in concrete piers, *Transport and Communications Science Journal*, 74 (2023) 445–455. <https://doi.org/10.47869/tcsj.74.4.5>
- [10]. Tran The Hung, Convolutional neural network for determining the flow field around an airfoil and blunt-based models, *Transport and Communications Science Journal*, 76 (2025) 31–41. <https://doi.org/10.47869/tcsj.76.1.3>
- [11]. Nguyen Thuy Anh, Ly Hai Bang, Estimation of the shear strength of FRP using neural network (ANN, RNN), *Transport and Communications Science Journal*, 71 (2020) 1047–1060. <https://doi.org/10.47869/tcsj.71.9.4>