



THE EFFECT OF BLAST LOADING ON THE FORCED VIBRATION OF FUNCTIONALLY GRADED PLATES WITH NON-UNIFORM THICKNESS

Nguyen Vu Hung*

31 Member Limited Liability Company for Electrical and Explosive Materials, Dai Cat, Pho Yen Ward, Thai Nguyen Province, 24000, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 11/08/2025

Revised: 25/09/2025

Accepted: 06/10/2025

Published online: 15/10/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.8.2>

* *Corresponding author*

Email: hungb3z131@gmail.com

Abstract. The vibration behavior of structures under explosive loads, especially plates with non-uniform thickness made of functionally graded materials (FGMs), has become a prominent topic in modern engineering mechanics. In this study, a finite element method combined with the direct Newmark integration scheme based on the first-order shear deformation theory is developed to analyze the forced vibration of FGM plates with variable thickness subjected to blast-induced shock waves. The plate thickness varies nonlinearly in both in-plane directions, while the material properties are graded along the thickness direction. The accuracy of the proposed model and method is verified by comparison with results from reputable published studies. Subsequently, numerical investigations are conducted to evaluate the effects of key parameters such as blast amplitude, wave propagation speed, material gradient index, and thickness variation coefficients on the dynamic response of the plate. The findings offer significant insights for the structural design and safety assessment of FGM plates exposed to explosive loading.

Keywords: Blast loading; shock wave; functionally graded material (FGM); dynamics; finite element method (FEM).

@ 2025 University of Transport and Communications



ẢNH HƯỞNG CỦA TẢI TRỌNG NỔ TỚI DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC CỦA TẤM LÀM BẰNG VẬT LIỆU CÓ CƠ TÍNH BIẾN ĐỔI VỚI CHIỀU DÀY KHÔNG ĐỒNG NHẤT

Nguyễn Vũ Hùng*

Công ty TNHH MTV Cơ điện và Vật liệu nổ 31, Tổ dân phố Đại Cát, Phường Phổ Yên, Tỉnh Thái Nguyên.

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 11/08/2025

Ngày nhận bài sửa: 25/09/2025

Ngày chấp nhận đăng: 06/10/2025

Ngày xuất bản Online: 15/10/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.8.2>

* Tác giả liên hệ

Email: hungb3z131@gmail.com

Tóm tắt. Hiện tượng dao động của kết cấu chịu tác dụng của tải trọng nổ, đặc biệt là các tấm có chiều dày không đồng nhất làm từ vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM), đang thu hút nhiều sự quan tâm trong lĩnh vực cơ học kỹ thuật hiện đại. Trong nghiên cứu này, phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với phương pháp tích phân trực tiếp Newmark trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất được phát triển để phân tích dao động cường bức của tấm FGM có chiều dày thay đổi chịu tác dụng của sóng xung kích do nổ gây ra. Sự thay đổi chiều dày của tấm được xét theo hai phương với quy luật phi tuyến, trong khi đặc tính vật liệu biến thiên theo chiều dày tấm. Tính chính xác của mô hình và phương pháp được xác minh thông qua so sánh với kết quả trong các nghiên cứu đã công bố. Sau đó, bài báo thực hiện khảo sát ảnh hưởng của các tham số như biên độ tải trọng, tốc độ lan truyền sóng, hệ số biến thiên vật liệu, và hệ số thay đổi chiều dày đến đáp ứng động của tấm. Kết quả nghiên cứu cung cấp các cơ sở quan trọng trong thiết kế và phân tích an toàn kết cấu FGM chịu tải nổ.

Từ khóa: Tải trọng nổ; sóng xung kích; vật liệu cơ tính biến thiên; động lực học; phần tử hữu hạn.

@ 2025 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong lĩnh vực kỹ thuật quân sự và quốc phòng, các kết cấu dạng tấm thường được sử dụng trong vỏ giáp, thân xe, vỏ khí tài và các hệ thống phòng thủ, nơi mà chúng phải chịu tác động của các loại tải trọng động phức tạp, đặc biệt là tải trọng nổ và sóng xung kích. Những loại tải trọng

này có thể gây ra các đáp ứng dao động mạnh, làm biến dạng đáng kể kết cấu, dẫn đến mất ổn định hoặc thậm chí phá hủy hoàn toàn hệ thống nếu không được thiết kế hợp lý [1].

Gần đây, vật liệu biến thiên chức năng (FGM – Functionally Graded Materials) ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong các kết cấu quân sự nhờ khả năng điều chỉnh tối ưu tính chất cơ học theo chiều dày, giúp cải thiện khả năng chịu tải và kháng phá hủy [2]. Bên cạnh đó, việc thiết kế chiều dày thay đổi theo quy luật phi tuyến hai phương giúp tăng khả năng phân tán năng lượng và cải thiện độ bền động cho kết cấu.

Mặc dù đã có nhiều nghiên cứu tập trung vào phân tích dao động tự do hoặc uốn tĩnh của các kết cấu FGM, việc phân tích dao động cưỡng bức của tấm FGM có chiều dày thay đổi dưới tác dụng của tải trọng nổ vẫn còn hạn chế. Một số nghiên cứu điển hình có thể kể đến như sau: Trong [3], Karakoti và cộng sự đã thực hiện một phân tích phi tuyến theo thời gian của các tấm sandwich FGM dạng rỗng (P-FGM và S-FGM) dưới tác động kết hợp giữa tải trọng nổ và môi trường nhiệt. Kết quả cho thấy cấu trúc dạng rỗng ảnh hưởng đáng kể đến mức độ dao động và ổn định nhiệt, mở ra khả năng ứng dụng FGM trong điều kiện chiến đấu khắc nghiệt. Nghiên cứu của Dang và cộng sự [4] tập trung vào tấm sandwich auxetic-FGM đặt trên nền đàn hồi kiểu Kerr dưới tác động nổ. Một tiếp cận phân tích khác được Mohammadzadeh và Noh [5] phát triển thông qua mô hình giải tích để đánh giá đáp ứng phi tuyến của tấm sandwich có lớp mặt là FGM trên nền đàn hồi, có xét đến ảnh hưởng của tải trọng nổ. Trong hướng kết hợp mô hình hóa và trí tuệ nhân tạo, Shi và cộng sự [6] đã trình bày mô hình dao động tự do và đáp ứng phi tuyến theo thời gian của tấm sandwich FGM có lớp mặt bậc thang chịu tác động của sóng xung kích. Ngoài các nghiên cứu trực tiếp về tải nổ, Chandrasekaran và Pachaiappan [7] đã áp dụng vật liệu FGM trong thiết kế sơ bộ phần trên của giàn khoan ngoài khơi, nơi các tải trọng bất thường và tác động động là yếu tố then chốt – mở rộng tiềm năng ứng dụng của FGM ngoài lĩnh vực quân sự. Nghiên cứu của Azarafza và cộng sự [8] cũng nhấn mạnh đến khả năng giảm dao động và biến dạng của tấm FGM dưới tác động nổ. Đào Minh Tiến và cộng sự [9] nghiên cứu đáp ứng uốn và ổn định của tấm nano hữu cơ, trên cơ sở lý thuyết phi cổ điển có xét đến hiệu ứng kích thước, chỉ ra rằng khi giảm kích thước, độ cứng uốn và tải trọng tới hạn đều tăng lên rõ rệt. Bên cạnh đó, Toàn và cộng sự [10] đã khảo sát dao động và ổn định của tấm nano đặt trên nền đàn hồi biến thiên, chứng minh rằng độ cứng nền không đồng nhất theo phương ngang làm thay đổi đáng kể tần số dao động và tải trọng tới hạn. Các nghiên cứu lý thuyết tiên tiến gần đây cũng góp phần làm rõ hơn bản chất cơ học của các cấu kiện micro/nano sử dụng FGM. Al-Furjan và cộng sự [11] sử dụng lý thuyết ứng suất cặp sửa đổi và mô hình zigzag tinh chỉnh để phân tích truyền sóng trong dầm sandwich FGM vi mô. Phạm Minh Phúc [12] nghiên cứu dao động tự do của một tấm hình chữ nhật có một hoặc nhiều vết nứt. Độ dày tấm thay đổi theo trục x theo quy tắc tuyến tính. Đức và cộng sự [13] đã phân tích bài toán ổn định uốn (buckling) của tấm nano có chiều dày biến thiên và có vết nứt, xét đến hiệu ứng flexoelectric, cho thấy sự ảnh hưởng đáng kể của hiệu ứng này đến tải trọng tới hạn và đặc tính ổn định tổng thể. Ngoài các nghiên cứu về tấm, Vũ Văn Thê và Đỗ Văn Thơm [14] đã xác định các hệ số ảnh hưởng hình học lên đặc tính động lực học của dầm vi mô hình dạng “crab-shaped”, cung cấp cơ sở dữ liệu quan trọng cho việc thiết kế tối ưu các cấu trúc vi cơ điện tử (MEMS). Al-Shugaa và nhóm nghiên cứu [15] ứng dụng phương pháp Ritz trong phân tích tấm FGM mỏng chịu biến dạng lớn với điều kiện biên hỗn hợp, một vấn đề thường gặp trong kết cấu thực tế khi xảy ra tải trọng xung kích cực trị. Ngoài ra, các nghiên cứu [32]-[34] cũng sử dụng nhiều phương pháp khác nhau để chỉ ra đáp ứng cơ học của các kết cấu trong nhiều điều kiện khác nhau.

Trên cơ sở phân tích ở trên, nghiên cứu này đề xuất một mô hình kết hợp giữa phương

pháp phần tử hữu hạn (FEM) và tích phân trực tiếp Newmark, trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất (FSDT) để phân tích đáp ứng động của tấm FGM với chiều dày thay đổi theo cả hai phương. Mô hình được kiểm chứng thông qua đối chiếu với các kết quả đáng tin cậy trong tài liệu, và sau đó được sử dụng để khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố như quy luật thay đổi chiều dày, đặc tính vật liệu, và dạng tải trọng đến đáp ứng động của kết cấu. Kết quả thu được có thể đóng góp vào việc thiết kế và tối ưu hóa các hệ kết cấu bảo vệ trong môi trường quân sự có điều kiện tải trọng khắc nghiệt.

2. MÔ HÌNH HÓA VÀ CƠ SỞ TOÁN HỌC

2.1. Mô hình tấm chiều dày thay đổi

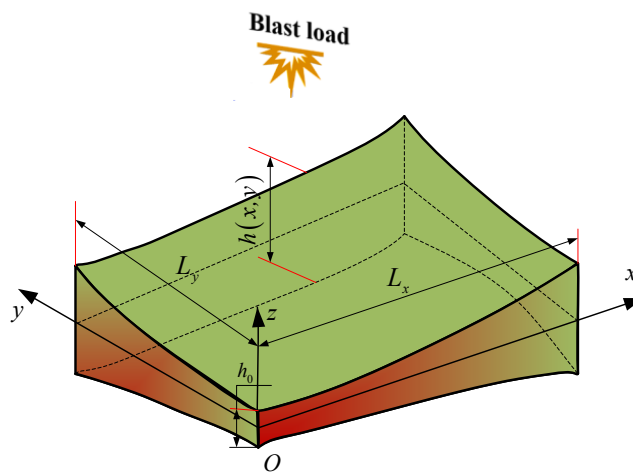
Tấm hình chữ nhật có chiều dày thay đổi được mô tả như trên Hình 1. Các kích thước hình học của tấm bao gồm chiều dài L_x , chiều rộng L_y và chiều dày được ký hiệu là $h(x, y)$. Tấm được làm bằng vật liệu cơ tính biến thiên theo chiều dày với bề mặt trên cùng ($z = h/2$) làm hoàn toàn bằng vật liệu gốm và bề mặt dưới cùng ($z = -h/2$) làm hoàn toàn bằng vật liệu kim loại. Quy luật thay đổi chiều dày $h(x, y)$ của tấm được cho như dưới đây [16]:

$$h(x, y) = h_0 \left\{ 1 + \gamma_x \left(x / L_x \right)^{\lambda_x} \right\} \left\{ 1 + \gamma_y \left(y / L_y \right)^{\lambda_y} \right\} \quad (1)$$

Ở đây: $\gamma_x, \gamma_y, \lambda_x, \lambda_y$ là các tham số điều khiển chiều dày của tấm và h_0 là chiều dày ban đầu của tấm. Cùng với đó, mô hình vật liệu của tấm được mô tả như sau [17]:

$$\begin{aligned} E(z) &= E_m V_m + E_c V_c = E_m + (E_c - E_m) (0.5 + z / h(x, y))^{n_z} \\ \rho(z) &= \rho_m V_m + \rho_c V_c = \rho_m + (\rho_c - \rho_m) (0.5 + z / h(x, y))^{n_z} \end{aligned} \quad (2)$$

Trong đó: $E(z), \rho(z)$ lần lượt là mô đun đàn hồi và khối lượng riêng của vật liệu cơ tính biến thiên; m, c lần lượt biểu thị thành phần kim loại và thành phần gốm trong vật liệu, n_z biểu thị hệ số thể tích vật liệu. Lưu ý rằng, khi $n_z = 0$ ta sẽ có vật liệu tấm là thành phần gốm, và khi $n_z \rightarrow \infty$ vật liệu tấm sẽ là thành phần kim loại.



Hình 1. Mô hình tấm cơ tính biến thiên có chiều dày thay đổi.

2.2. Mô hình tải trọng nổ

Tải trọng nổ là tải trọng tạm thời được tạo ra bởi một vụ nổ, một đầu đạn siêu thanh hoặc một tên lửa hoạt động gần một công trình, theo nghiên cứu của Lam và cộng sự [18]. Dựa trên công trình này, tải trọng nổ được mô hình hóa trong nghiên cứu này như hai lớp sóng xung kích hoạt động độc lập và đồng đều trên toàn bộ bề mặt tấm (còn gọi là "tải trọng nổ kép"). Mỗi lớp sóng có hàm áp suất $p_i(t)$ và sự chênh lệch thời gian giữa hai vụ nổ này là $\Delta t = 0,005s$. Dưới đây là công thức toán học xác định hàm tải trọng nổ [19].

$$p(t) = \begin{cases} p_1(t) = 1,8P_{smax} (1-t/T_s) e^{-\bar{b}t/T_s}; & 0 < t \leq \Delta t \\ p_2(t) = 1,8P_{smax} (1-(t-\Delta t)/T_s) e^{-\bar{b}(t-\Delta t)/T_s}; & \Delta t \leq t \leq 2\Delta t \\ 0; & t \geq 2\Delta t \end{cases} \quad (3)$$

trong đó hệ số hiệu ứng nổ bán cầu là 1,8, áp suất tĩnh cực đại là P_{smax} tốc độ suy giảm biên độ sóng được kiểm soát bởi \bar{b} và thời gian diễn ra vụ nổ là T_s . Các giá trị này được tính toán bằng cách sử dụng khối lượng vật liệu nổ (W_b và bán kính của vụ nổ R_b của thuốc nổ TNT như [18].

$$P_{smax} = 0,085 \left(\frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} \right) + 0,3 \left(\frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} \right)^2 + 0,8 \left(\frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} \right)^3 \quad (4)$$

$$\bar{b} = \left(\frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} \right)^2 - 3,7 \frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} + 4,2 \quad (5)$$

$$\log_{10} \left(\frac{T_s}{\sqrt[3]{W_b}} \right) \approx -2,75 + 0,27 \log_{10} \left(\frac{R_b}{\sqrt[3]{W_b}} \right) \quad (6)$$

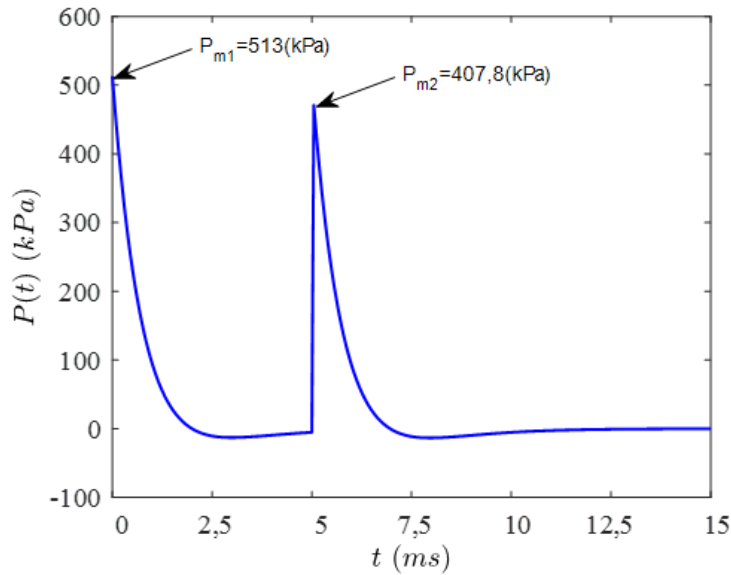
Dữ liệu trong Hình 2 dưới đây sẽ được sử dụng làm dữ liệu đầu vào khi nghiên cứu các đáp ứng động của tấm có độ dày thay đổi chịu tải trọng nổ [20].

2.3. Mối quan hệ giữa chuyển vị, biến dạng và ứng suất

Dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin [21], sự dịch chuyển tại điểm bất kỳ của tấm được mô tả như sau :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_y(x, y); \quad v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_x(x, y); \quad w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (7)$$

Trong đó u_0, v_0, w_0 là dịch chuyển thẳng đứng theo ba phương x, y và z; θ_x, θ_y là các dịch chuyển góc quay của điểm quay quanh trục y và trục x.



Hình 2. Mối quan hệ giữa thời gian và hàm áp suất nổ ($P_{smax} = 285 \text{ kPa}, \bar{b} = 2, T_s = 0,002 \text{ s}$).

Từ trường dịch chuyển ở đây, trường biến dạng tuyến tính khác không của tấm được mô tả như dưới đây:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 + z\kappa_x, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^0 + z\kappa_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{yz}^0, \quad \gamma_{xz} = \gamma_{xz}^0 \quad (8)$$

$$\text{Với: } \{\varepsilon^0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}; \{\kappa\} = \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}; \{\gamma^0\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \theta_y \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Mối quan hệ tuyến tính giữa ứng suất và biến dạng tuân theo định luật Húc được mô tả như sau [22].

$$\{\sigma\} = [D_b] (\{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\}); \{\tau\} = [D_s] \{\gamma^0\} \quad (10)$$

trong đó:

$$[D_b] = \frac{E(z)}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}; [D_s] = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3. PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

Trong công trình này, bài báo áp dụng phần tử tứ giác 4 nút trong đó mỗi nút có năm bậc tự do, các dịch chuyển tổng quát ở mặt phẳng giữa có thể được xấp xỉ như dưới đây:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \cdot u_i, \quad v_0 = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \cdot v_i, \\
 w_0 &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \cdot w_i, \quad \theta_x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \cdot \theta_{xi}, \quad \theta_y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \cdot \theta_{yi}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

trong đó : $N_i = \frac{1}{4} \cdot (1 + rr_i) \cdot (1 + ss_i)$ là hàm dạng và r_i, s_i là tọa độ tự nhiên của nút thứ i^{th} trong tọa độ toàn cục. Từ đây áp dụng các xấp xỉ của các chuyển vị trên vào các thành phần năng lượng gồm [23]: động năng, thế năng biến dạng của tấm và công của các lực ngoài tác dụng lên tấm. Bài báo rút ra các thành phần sau [24]:

Ma trận khối lượng phần tử của tấm được xác định như sau [25]:

$$[M]_e = \rho \int_S [N]^T \cdot [L_e] \cdot [N] \cdot dS
 \tag{13}$$

Trong đó: S là diện tích của phần tử tấm và $[N] = [[N]_1, [N]_2, [N]_3, [N]_4]$ là ma trận hàm dạng của phần tử và nó được xác định như dưới đây:

$$[N]_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & N_i & 0 & 0 & 0 \\ & & N_i & 0 & 0 \\ & & & N_i & 0 \\ & & & & N_i \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, 4)
 \tag{14}$$

Ma trận của mô men quán tính khối lượng của phần tử tấm được xác định như dưới đây:

$$[L_e] = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & L_2 & 0 \\ & L_1 & 0 & 0 & L_2 \\ & & L_1 & 0 & 0 \\ & & & L_3 & 0 \\ & & & & L_3 \end{bmatrix}
 \tag{15}$$

Với: $(L_1; L_2; L_3) = \int_{-h(x,y)/2}^{h(x,y)/2} (1; z; z^2) dz$.

Ma trận độ cứng của phần tử tấm được xác định như sau:

$$[K]_e = \int_S [B_1^T \cdot A \cdot B_1 + B_2^T \cdot B \cdot B_1 + B_1^T \cdot B \cdot B_2 + B_2^T \cdot D \cdot B_2 + B_3^T \cdot A_s \cdot B_3] \cdot dS
 \tag{16}$$

Với $B_1; B_2; B_3$ là các ma trận biến dạng và A, B, D, A_s là các ma trận độ cứng vật liệu và các thành phần này được xác định như dưới đây:

$$B_1 = \sum_{j=1}^4 \begin{bmatrix} N_{j,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{j,y} & 0 & 0 & 0 \\ N_{j,y} & N_{j,x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \sum_{j=1}^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{j,y} \\ 0 & 0 & 0 & N_{j,y} & N_{j,x} \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$$B_3 = \sum_{j=1}^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_{j,y} & 0 & N_j \\ 0 & 0 & N_{j,x} & N_j & 0 \end{bmatrix};$$

$$\{A; B; D\} = \int_{-h(x,y)/2}^{h(x,y)/2} [D_b] \cdot (1; z; z^2) dz; A_s = \frac{5}{6} \cdot \int_{-h(x,y)/2}^{h(x,y)/2} [D_s] \cdot dz; \quad (18)$$

Véc tơ lực của phần tử được mô tả như dưới đây:

$$\{F_t\}_e = \int_{S_e} [N]^T p_t dS \quad (19)$$

Dựa trên nguyên lý Hamilton [26], dạng yếu cho đáp ứng động của các tấm với chiều dày thay đổi có thể được biểu thị theo dạng hình thức như sau [27]:

$$[M] \cdot \{\ddot{q}\} + [C] \cdot \{\dot{q}\} + [K] \cdot \{q\} = \{F_t\} \quad (20)$$

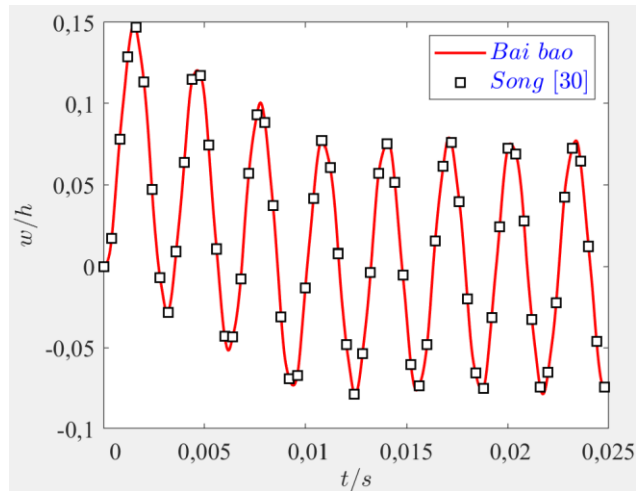
trong đó, $[M]$; $[K]$ lần lượt biểu thị ma trận khối lượng và ma trận độ cứng tổng thể của kết cấu tấm. Ma trận $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ đại diện cho đặc trưng cản vật liệu của hệ và được thiết lập dựa trên công thức thực nghiệm của Rayleigh [28]. Hệ phương trình (20) là hệ vi phân tuyến tính theo thời gian. Do đó, trong bài báo này, thuật toán lập trình trên nền tảng Matlab kết hợp với phương pháp tích phân trực tiếp Newmark đã được áp dụng nhằm thu nhận các đáp ứng động lực học của tấm trong các điều kiện biên khác nhau [29].

Về điều kiện biên trong bài báo được ký hiệu và định nghĩa như sau: C: liên kết ngàm; S: liên kết tựa đơn. CCCC: tấm liên kết ngàm bốn cạnh. SSSS: tấm liên kết tựa đơn bốn cạnh. CSCS: tấm có liên kết ngàm và tựa đơn so le. CCSS: tấm có liên kết ngàm hai cạnh liền nhau và liên kết tựa đơn hai cạnh liền nhau. Tương tự với các tấm có các ký tự như trên.

4. MỘT SỐ KẾT QUẢ SỐ VÀ BÌNH LUẬN

4.1. Kiểm chứng độ chính xác

Các nghiên cứu trước đây đã chỉ ra rằng, đối với bài toán kết cấu tấm hình chữ nhật sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với phần tử bốn nút (Q4) dựa trên hàm dạng Lagrange, kết quả tính toán đạt độ hội tụ đáng tin cậy khi lưới phần tử được chia thành 16×16 phần tử [26]. Vì vậy, trong nghiên cứu này, lưới 16×16 phần tử được lựa chọn cho toàn bộ các phân tích số. Đối tượng khảo sát là một tấm vuông với cạnh $a = 0,45$ m, chiều dày $h = a/10$, và các thông số cơ học của vật liệu bao gồm: mô đun đàn hồi $E = 3$ GPa, hệ số Poisson $\nu = 0,34$, và khối lượng riêng $\rho = 1200$ kg/m³. Tấm chịu tác dụng của tải trọng phân bố có dạng hình tam giác biến thiên theo thời gian với cường độ cực đại $P_m = 500$ kPa và thời gian tác dụng $T_p = 0,01$ s. Kết quả chuyển vị tại tâm tấm theo thời gian được so sánh với lời giải giải tích theo phương pháp Navier trong công trình của Song [30] và được thể hiện trong hình 3 với độ lệch lớn nhất là 0,15mm. Sự trùng khớp giữa hai kết quả khẳng định tính đúng đắn và độ tin cậy của mô hình tính toán được sử dụng trong nghiên cứu này.



Hình 3. So sánh chuyển vị giữa tấm biến đổi theo thời gian.

4.2. Một số kết quả khảo sát số

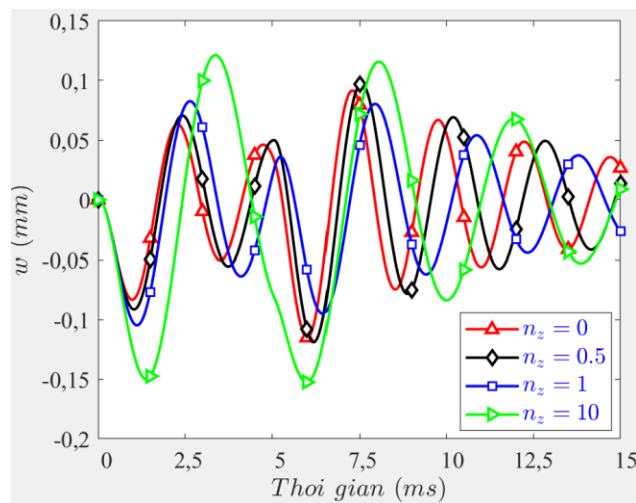
Để đưa ra các kết quả đáp ứng động, các thông số đầu vào được cho như sau (khi khảo sát sẽ có 1 số thông số thay đổi, các thông số còn lại được giữ nguyên): $L_x = 1m, L_y = 1m, h_0 = 0,1m, n_z = 1, \gamma_x = 0,2, \gamma_y = 0,2, \lambda_x = 1, \lambda_y = 1$. Vật liệu cơ tính biến thiên làm bởi vật liệu kim loại Al và vật liệu gốm là Al_2O_3 có cơ tính được cho như trong [31] là $E_c = 380GPa; \nu_c = 0,3; \rho_c = 3,8 g/cm^3; E_m = 70GPa; \nu_m = 0,3; \rho_m = 2,7 g/cm^3$. Các đáp ứng động lực học bao gồm: độ lệch thẳng đứng và ứng suất pháp theo thời gian tại điểm chính giữa tấm và tại $z=h/2$ được trình bày dưới dạng các đồ thị kết quả số như dưới đây:

Đầu tiên, ảnh hưởng của hệ số thể tích vật liệu n_z đến các kết quả đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp của tấm dưới tác dụng của tải trọng nổ được mô tả như trên Hình 4. Các kết quả cho thấy rằng khi n_z sẽ làm cho tỷ lệ kim loại trong tấm tăng lên dẫn đến làm cơ tính của tấm mềm hơn và điều đó làm cho độ lệch thẳng đứng tăng lên. Cụ thể hơn, giá trị chuyển vị lớn nhất của tấm là 0,1524 mm tại $t=6$ ms và giá trị ứng suất lớn nhất là 8,048 Mpa tại $t=6$ ms (khi $n_z = 10$). Việc thay đổi giá trị n_z sẽ phụ thuộc nhiều vào công nghệ chế tạo và các kỹ sư, nhà thiết kế sẽ phải căn cứ vào các kết quả lý thuyết cũng như mô phỏng để chọn ra các giá trị n_z đáp ứng yêu cầu làm việc trong thực tế. Ngoài ra, dưới tác dụng của tải trọng nổ kép, các biên độ độ lệch sẽ có hai lần đạt giá trị cực đại tại thời gian đầu vụ nổ thứ nhất và thời gian diễn ra vụ nổ thứ hai và điều này hoàn toàn phù hợp với thực tế và tính chất của vụ nổ.

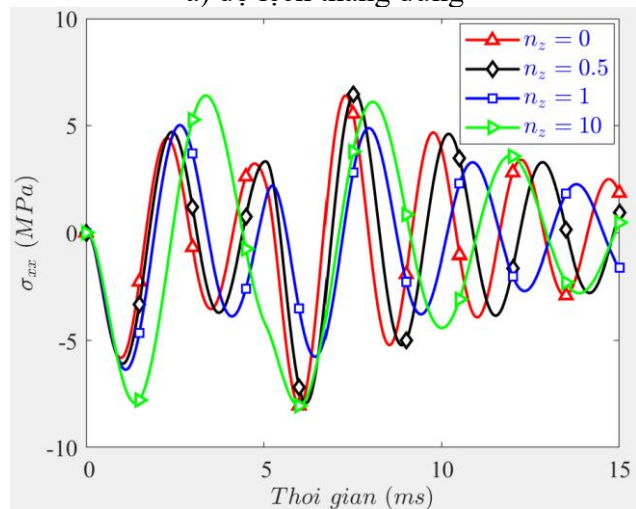
Tiếp theo, ảnh hưởng của các hệ số điều khiển chiều dày γ_x, γ_y và λ_x, λ_y đến các đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp của tấm chiều dày thay đổi dưới tác dụng của tải trọng nổ được mô tả như trên Hình 5. Ở khảo sát này, các hệ số γ_x, γ_y được cho thay đổi từ 0 đến 1, trong khi đó các hệ số λ_x, λ_y được cho thay đổi từ 0 đến 10. Từ các kết quả đáp ứng cho thấy rằng, khi các hệ số độ côn γ_x, γ_y tăng lên sẽ làm cho đáp ứng độ lệch giảm xuống, điều này hoàn toàn dễ hiểu bởi hệ số γ_x, γ_y tăng thì làm cho tấm trở lên dày hơn và nó sẽ chịu tải nổ tốt hơn. Có thể thấy rằng, giá trị chuyển vị lớn nhất của tấm là 0,07691 mm tại $t=5,85$ ms và giá trị ứng

suất lớn nhất là 7,012 Mpa tại $t=5,85$ ms (khi $\gamma_x = 0$). Bên cạnh đó hệ số điều khiển quy luật chiều dày λ_x, λ_y tăng lên lại làm cho độ lệch thẳng đứng tăng lên, do đó kết cấu tấm lúc này sẽ mềm hơn.

Cuối cùng, tác động của một số điều kiện biên đến các đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp của kết cấu được mô tả như trên hình 6. Ở đây xem xét bốn điều kiện biên là CCCC, SSSS, CSCS và CCCS cho kết cấu tấm. Từ kết quả hình 6 cho ta thấy rằng, điều kiện biên SSSS cho đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp lớn nhất, trong khi đó điều kiện biên CCCC cho đáp ứng độ lệch nhỏ nhất, thứ tự tăng độ lệch của kết cấu tấm theo thời gian ứng với các điều kiện biên là SSSS, CSCS, CCCS và CCCC. Hơn thế nữa, giá trị chuyển vị lớn nhất của tấm là 0,1053 mm tại $t=6,4$ ms (khi sử dụng biên SSSS) và giá trị ứng suất lớn nhất là 6,93 Mpa tại $t=5,65$ ms (khi sử dụng biên CCCC). Ở đây ta cũng lưu ý rằng, quá trình tính toán đã xem xét đến hệ số cản của kết cấu, chính vì thế, biên độ dao động của các đáp ứng độ lệch và ứng suất sẽ giảm dần theo thời gian diễn ra vụ nổ.

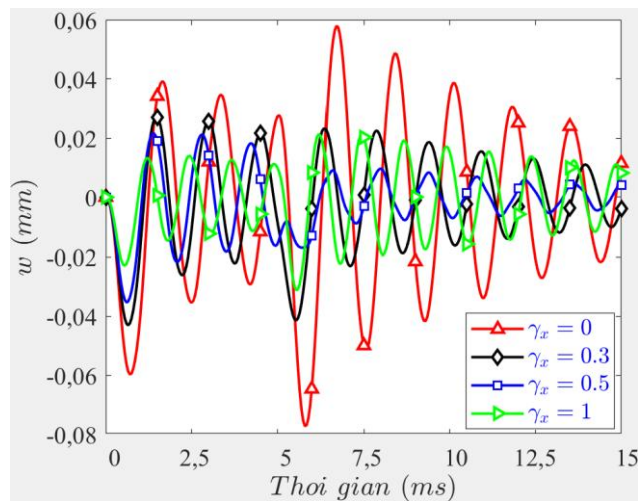


a) độ lệch thẳng đứng

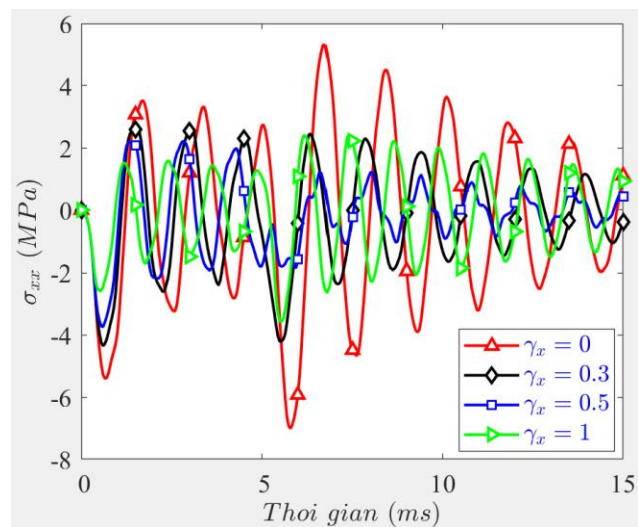


b) ứng suất pháp

Hình 4. Ảnh hưởng của hệ số thể tích vật liệu đến các kết quả đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp của tấm dưới tác dụng của tải trọng nổ (SSSS).



a) độ lệch thẳng đứng



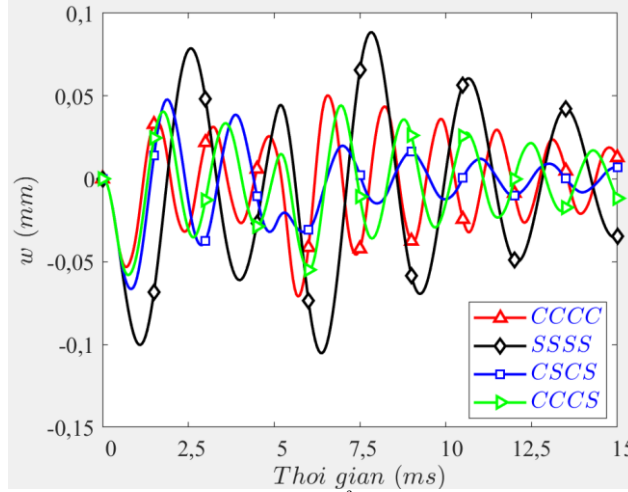
b) ứng suất pháp

Hình 5. Ảnh hưởng của các hệ số điều khiển chiều dày đến đáp ứng độ lệch thẳng đứng và ứng suất của tấm cơ tính biến thiên (CCCC).

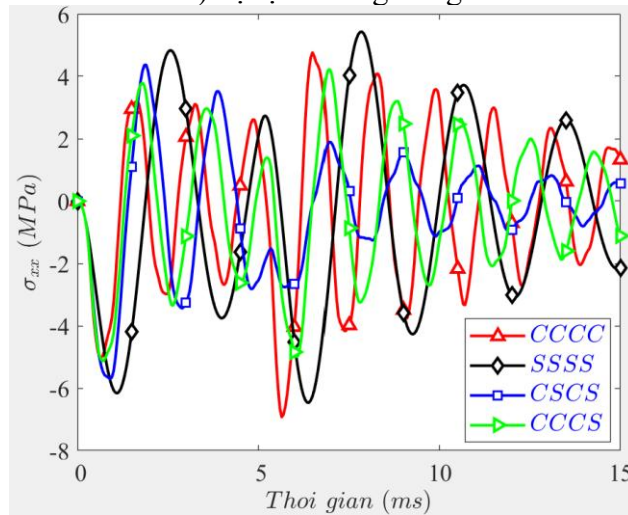
5. KẾT LUẬN

Trên cơ sở phương pháp phần tử hữu hạn và lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, các đáp ứng động lực học của tấm cơ tính biến thiên và chiều dày thay đổi dưới tác dụng của tải trọng nổ được phát hiện. Bộ chương trình tính Matlab được thiết lập và kiểm chứng thông qua so sánh số với công bố đáng tin cậy. Thông qua một loạt khảo sát số, bài báo nhận thấy rằng, độ lớn của các đáp ứng động lực học sẽ tăng lên khi hệ số thể tích vật liệu n_z tăng lên, trong khi đó các hệ số điều khiển chiều dày γ_x, γ_y tăng lên làm cho tấm cứng hơn và từ đó nó làm giảm các đáp ứng động của kết cấu. Ở chiều ngược lại, các hệ số điều khiển quy luật chiều dày λ_x, λ_y tăng lên lại làm tăng các giá trị đáp ứng động. Ngoài ra các kết quả đáp ứng động còn bị phụ thuộc nhiều vào các điều kiện biên khác nhau. Các kết quả này có thể làm tài liệu tham

khảo hữu ích trong tính toán và thiết kế các kết cấu làm việc trong môi trường tải trọng phức tạp như tải trọng vụ nổ, va đập với các ứng dụng trong lĩnh vực công nghiệp quốc phòng.



a) độ lệch thẳng đứng



b) ứng suất pháp

Hình 6. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến các kết quả đáp ứng độ lệch và ứng suất pháp của tấm dưới tác dụng của tải trọng nổ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. M. Patel, S. Patel, Dynamic behavior analysis of steel, aluminum, and composite plates under extreme air blast loadings, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2024 (2024) 1–17. <https://doi.org/10.1080/15376494.2024.2427933>
- [2]. D. Van Doan, P. Van Minh, T. Van Ke, N.T.C. Nhung, D. Van Thom, An Overview of Functionally Graded Materials: From Civil Applications to Defense and Aerospace Industries, *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 13 (2025) 68. <https://doi.org/10.1007/s42417-024-01691-8>
- [3]. A. Karakoti, S. Pandey, V.R. Kar, Nonlinear transient analysis of porous P-FGM and S-FGM sandwich plates and shell panels under blast loading and thermal environment, *Thin-Walled Structures*, 173 (2022) 108985. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.108985>
- [4]. X.H. Dang, V.L. Nguyen, M.T. Tran, B.D. Tran, V.L. Nguyen, Nonlinear dynamic analysis of auxetic-FGM sandwich plates resting on a Kerr elastic substrate under blast loading, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 238 (2024) 6831–6846. <https://doi.org/10.1177/09544062231226050>

- [5]. B. Mohammadzadeh, H.C. Noh, Analytical method to investigate nonlinear dynamic responses of sandwich plates with FGM faces resting on elastic foundation considering blast loads, *Composite Structures*, 174 (2017) 142–157. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.03.087>.
- [6]. P. Shi, V.N.V. Hoang, J. Yang, H. Shou, Q. Li, F. Turan, Free vibration and nonlinear transient analysis of blast-loaded FGM sandwich plates with stepped face sheets: Analytical and artificial neural network approaches, *Thin-Walled Structures*, 206 (2025) 112667. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112667>
- [7]. S. Chandrasekaran, S. Pachaiappan, Numerical analysis and preliminary design of topside of an offshore platform using FGM and X52 steel under special loads, *Innovative Infrastructure Solutions*, 5 (2020) 86. <https://doi.org/10.1007/s41062-020-00337-4>
- [8]. A. Reza; P. Puya, D. Ali, G. Majid, Dynamic Response of FGM Plates Under Blast Load, *International Journal of Advanced Design & Manufacturing Technology*, 16 (2023) 37. <https://doi.org/10.30486/ADMT.2021.1920150.1239>
- [9]. T. Dao Minh, T. Do Van, M. Phung Van, H. Pham Huy, Bending and buckling responses of organic nanoplates considering the size effect, *Transport and Communications Science Journal*, 75 (2024) 2015–2029. <https://doi.org/10.47869/tcsj.75.7.1>
- [10]. T. Van Toan, T.T.H. Huyen, D. Van Doan, Vibration and buckling analysis of nanoplates resting on variable elastic foundations, *Transport and Communications Science Journal*, 75 (2024) 2238–2251. <https://doi.org/10.47869/tcsj.75.9.1>
- [11]. M.S.H. Al-Furjan, M.X. Xu, A. Farrokhian, G.S. Jafari, X. Shen, R. Kolahchi, On wave propagation in piezoelectric-auxetic honeycomb-2D-FGM micro-sandwich beams based on modified couple stress and refined zigzag theories, *Waves in Random and Complex Media*, 35 (2025) 1147–1171. <https://doi.org/10.1080/17455030.2022.2030499>.
- [12]. P. Pham Minh, Using phase field and third-order shear deformation theory to study the effect of cracks on free vibration of rectangular plates with varying thickness, *Transport and Communications Science Journal*, 71 (2020) 853–867. <https://doi.org/10.25073/tcsj.71.7.10>.
- [13]. D.H. Duc, D. Van Thom, P.M. Phuc, Buckling Analysis of Variable Thickness Cracked Nanoplates considering the Flexoelectric Effect, *Transport and Communications Science Journal*, 73 (2022) 470–485. <https://doi.org/10.47869/tcsj.73.5.3>
- [14]. T. Vu Van, T. Do Van, Determine the influence factor of geometrical parameters on the dynamic characteristics of the micro crab-shaped beam, *Transport and Communications Science Journal*, 76 (2025) 530–540. <https://doi.org/10.47869/tcsj.76.4.7>.
- [15]. M.A. Al-Shugaa, A.E.S. Musa, H.J. Al-Gahtani, Ritz Method-Based Formulation for Analysis of FGM Thin Plates Undergoing Large Deflection with Mixed Boundary Conditions, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 49 (2024) 14225–14239. <https://doi.org/10.1007/s13369-024-08871-4>.
- [16]. H.H. Le, V.K. Tran, N.T. Hoang, T.H. Phuong Thanh, Nonlinear free oscillation of tri-directional functionally graded porous skew-plates with variable thickness in high-thermal environment, *Case Studies in Thermal Engineering*, 70 (2025) 106101. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2025.106101>.
- [17]. N. Van Chinh, L.X. Phong, P. Van Vinh, T. Van Ke, P. Van Minh, Nonlinear vibration characteristics of multi-directionally graded porous material beams resting partly on elastic foundations, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 60 (2025) 505-525. <https://doi.org/10.1177/03093247251326446>.
- [18]. N.T.K. Lam, P. Mendis, T. Ngo, Response Spectrum Solutions for Blast Loading, *Electronic Journal of Structural Engineering*, 4 (2004) 28–44. <https://doi.org/10.56748/ejse.439>.
- [19]. V. K. Trai, P. Malekzadeh, V.K. Tran, Q.H. Pham, T.M. Ket, A novel triangular element model for vibration analysis of FG-TPMS plate integrated with magneto-electric layers subjected to double explosive load, *Ships and Offshore Structures*, 2025 (2025) 1–25. <https://doi.org/10.1080/17445302.2025.2457460>.

- [20]. N.T. Hong, Analysis of composite honeycomb sandwich panels under blast loads, *Ships and Offshore Structures*, 2024 (2024) 12-34. <https://doi.org/10.1080/17445302.2024.2395186>.
- [21]. Q.H. Pham, P.C. Nguyen, V.K. Tran, Effects of hygro-thermal environment on dynamic responses of variable thickness functionally graded porous microplates, *Steel and Composite Structures*, 50 (2024) 563–581. <https://doi.org/10.12989/scs.2024.50.5.563>.
- [22]. Q.H. Pham, T.A. Nguyen, N.T. Do, V.K. Tran, M.N. Nguyen, Static and vibration analyses of functionally graded porous shell structures by using an averaged edge/node-based smoothed MITC3 element, *Computers & Mathematics with Applications*, 153 (2024) 56–70. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2023.10.037>.
- [23]. Q.H. Pham, V. Ke Tran, T. Thanh Tran, V. Chinh Nguyen, A.M. Zenkour, Nonlocal higher-order finite element modeling for vibration analysis of viscoelastic orthotropic nanoplates resting on variable viscoelastic foundation, *Composite Structures*, 318 (2023) 117067. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.117067>.
- [24]. V.K. Tran, Q.H. Pham, T. Nguyen-Thoi, A finite element formulation using four-unknown incorporating nonlocal theory for bending and free vibration analysis of functionally graded nanoplates resting on elastic medium foundations, *Engineering with Computers*, 38 (2022) 1465–1490. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01107-7>.
- [25]. T.T. Tran, V.K. Tran, P.B. Le, V.M. Phung, V.T. Do, H.N. Nguyen, Forced Vibration Analysis of Laminated Composite Shells Reinforced with Graphene Nanoplatelets Using Finite Element Method, *Advances in Civil Engineering*, 2020 (2020) 12-30. <https://doi.org/10.1155/2020/1471037>.
- [26]. P. Van Minh, T. Van Ke, A Comprehensive Study on Mechanical Responses of Non-uniform Thickness Piezoelectric Nanoplates Taking into Account the Flexoelectric Effect, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 48 (2023) 11457–11482. <https://doi.org/10.1007/s13369-022-07362-8>.
- [27]. T.T.T. Thi, V.K. Tran, Q.H. Pham, Static and Dynamic Analyses of Multi-Directional Functionally Graded Porous Nanoplates with Variable Nonlocal Parameter Using MITC3 + Element, *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12 (2024) 5147–5171. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01189-9>.
- [28]. I. ANSYS, Theory Reference 24.1, Southpointe 275 Technology Driver Canonsburg, 2024.
- [29]. P.H. Tu, T. Van Ke, V.K. Trai, L. Hoai, An isogeometric analysis approach for dynamic response of doubly-curved magneto electro elastic composite shallow shell subjected to blast loading, *Defence Technology*, 41 (2024) 159–180. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2024.06.005>.
- [30]. M. Song, S. Kitipornchai, J. Yang, Free and forced vibrations of functionally graded polymer composite plates reinforced with graphene nanoplatelets, *Composite Structure*, 159 (2017) 579–588. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.09.070>.
- [31]. T. Van Do, D.K. Nguyen, N.D. Duc, D.H. Doan, T.Q. Bui, Analysis of bi-directional functionally graded plates by FEM and a new third-order shear deformation plate theory, *Thin-Walled Structures*, 119 (2017) 687–699. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.07.022>.
- [32]. H.N. Nguyen, T.N. Canh, T.T. Thanh, T.V. Ke, V.D. Phan, D.V. Thom, Finite element modelling of a composite shell with shear connectors, *Symmetry*, 11 (2019), 527. <https://doi.org/10.3390/sym11040527>
- [33]. N.C. Tho, N.T. Ta, D.V. Thom, New numerical results from simulations of beams and space frame systems with a tuned mass damper, *Materials*, 12 (2019), 1329. <https://doi.org/10.3390/ma12081329>
- [34] T. V. Ke, P. V. Minh, N.T. Dung, L.M. Thai, D. V. Thom, Flexoelectric effect on bending and free vibration behaviors of piezoelectric sandwich FGP nanoplates via nonlocal strain gradient theory, *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12 (2024), 6567-6596. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01270-3>