



RESEARCH ON DEVELOPING M-P INTERACTION DIAGRAMS FOR REINFORCED CONCRETE COLUMNS WITH COMPLEX CROSS-SECTIONS ACCORDING TO TCVN 11823-2017

Dao Sy Dan

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 13/02/2025

Revised: 09/06/2025

Accepted: 11/06/2025

Published online: 15/06/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.5.11>

* *Corresponding author*

Email: sydandao@utc.edu.vn; Tel: +84912358602

Abstract. Reinforced concrete columns are common and essential structural members in reinforced concrete structures, such as building columns, bridge abutments, bridge piers, and bridge pylons. The failure of a column can lead to progressive collapse throughout the entire structure, causing significant human and economic losses. Therefore, reinforced concrete columns are often designed with a greater strength reserve compared to flexural and shear members. This study presents a method for constructing the M-P interaction diagram for reinforced concrete columns with complex cross-sections according to TCVN 11823-2017. First, the structural characteristics of reinforced concrete columns and the theoretical basis for calculating reinforced concrete columns with complex cross-sections according to TCVN 11823-2017 are presented in detail. Next, two examples are provided to illustrate the application of theoretical formulas in developing the M-P interaction diagram for reinforced concrete columns with hollow circular cross-section and hollow oval cross-section. The results show that the M-P interaction diagram of a column with a hollow oval cross-section exhibits similar characteristics to the M-P interaction diagrams of conventional solid reinforced concrete columns. This study is expected to serve as a useful reference for researchers and engineers interested in the design and calculation of reinforced concrete columns with complex cross-sections according to TCVN 11823-2017.

Keywords: reinforced concrete column, M-P interaction diagram, complex cross-section.

@ 2025 University of Transport and Communications



NGHIÊN CỨU XÂY DỰNG BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC M-P CHO CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP CÓ TIẾT DIỆN PHỨC TẠP THEO TCVN 11823-2017

Đào Sỹ Đán

Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 13/02/2025

Ngày nhận bài sửa: 09/06/2025

Ngày chấp nhận đăng: 11/06/2025

Ngày xuất bản Online: 15/06/2025

<https://doi.org/10.47869/tcsj.76.5.11>

* Tác giả liên hệ

Email: sydandao@utc.edu.vn; Tel: +84912358602

Tóm tắt. Cột bê tông cốt thép là loại cấu kiện phổ biến và quan trọng trong kết cấu bê tông cốt thép, như các cột nhà, móng cầu, trụ cầu và tháp cầu. Sự phá hoại của cột có thể gây ra các phá hoại dây chuyền trên toàn bộ kết cấu công trình, gây thiệt hại lớn cả về con người và kinh tế. Do đó cột bê tông cốt thép thường được thiết kế có độ dự trữ sức kháng lớn hơn so với cấu kiện chịu uốn và chịu cắt. Nghiên cứu này trình bày cách xây dựng biểu đồ tương tác M-P cho các cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp theo TCVN 11823-2017. Đầu tiên, đặc điểm cấu tạo của cột bê tông cốt thép và cơ sở lý thuyết tính toán cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp theo TCVN 11823-2017 được trình bày chi tiết. Tiếp theo, hai ví dụ được trình bày để minh họa cách vận dụng các công thức lý thuyết để xây dựng biểu đồ tương tác M-P cho các cột bê tông cốt thép có tiết diện hình tròn rỗng và hình bầu dục rỗng. Kết quả cho thấy, các biểu đồ tương tác M-P của cột có tiết diện hình tròn rỗng và hình bầu dục rỗng cũng có các đặc điểm tương tự như biểu đồ tương tác M-P của các cột bê tông cốt thép có tiết diện đặc thông thường khác. Nghiên cứu được hy vọng sẽ là tài liệu hữu ích cho các nhà nghiên cứu cũng như các kỹ sư quan tâm tới việc tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp theo TCVN 11823-2017.

Từ khóa: cột bê tông cốt thép, biểu đồ tương tác M-P, tiết diện phức tạp.

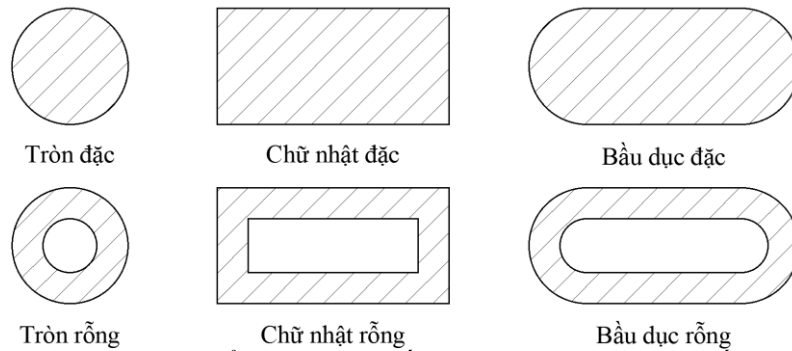
@ 2025 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ngày nay, các công trình nhà cao tầng cũng như các công trình cầu đường đã và đang được xây dựng ngày càng nhiều ở Việt Nam để phục vụ cho sự phát triển ngày càng nhanh của nền

kinh tế đất nước. Kết cấu bê tông cốt thép với nhiều ưu điểm nổi bật, như khả năng chịu lực lớn, dễ thi công, ít tốn công bảo dưỡng và đặc biệt giá thành rẻ do tận dụng được vật liệu và nhân công trong nước, nên nó đang là dạng kết cấu được sử dụng rất phổ biến ở Việt Nam.

Cột bê tông cốt thép là một loại cấu kiện quan trọng và phổ biến trong kết cấu bê tông cốt thép; nó đỡ các kiện bên trên và truyền tải trọng xuống nền móng công trình, nên nó cần được quan tâm đặc biệt trong quá trình tính toán thiết kế. Tiết diện ngang của cột bê tông cốt thép có thể có nhiều hình dạng khác nhau, từ đơn giản đến phức tạp, như tiết diện tròn, vuông, hình chữ nhật, hình đa giác đều, hình bầu dục, vành khăn, chữ nhật rỗng, bầu dục rỗng,..., như thể hiện trong Hình 1 dưới đây.



Hình 1. Một vài kiểu hình dạng tiết diện ngang cột bê tông cốt thép.

Ở Việt Nam, ngay sau khi thống nhất đất nước, tiêu chuẩn thiết kế cầu được áp dụng là tiêu chuẩn có tên gọi “Quy trình thiết kế cầu công theo trạng thái giới hạn”, có mã hiệu 22 TCN 18-79 [1]. Tiêu chuẩn này thực chất được dịch từ tiêu chuẩn thiết kế cầu của Nga năm 1967 và có hiệu chỉnh một số nội dung cho phù hợp với điều kiện Việt Nam. Do yêu cầu ngày càng cao của việc hội nhập với thế giới và ưu điểm của tiêu chuẩn thiết kế cầu của Mỹ, năm 2005 Việt Nam đã chính thức bỏ tiêu chuẩn 22 TCN 18-79 và ban hành tiêu chuẩn thiết kế cầu mới với mã hiệu 22 TCN 272-05 [2]. Tiêu chuẩn này thực chất được dịch từ tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ của Mỹ, phiên bản 1998 [3] và có hiệu chỉnh một số nội dung cho phù hợp với điều kiện Việt Nam. Tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ hiện hành của Việt Nam là tiêu chuẩn có mã hiệu TCVN 11823-2017 [4]; tiêu chuẩn này vẫn dịch từ tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ của Mỹ, nhưng đã cập nhật đến phiên bản mới hơn của tiêu chuẩn AASHTO LRFD; đó là phiên bản AASHTO LRFD 2016 [5].

Việc tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm theo TCVN 11823-2017 [4] thường phải tính lập khá phức tạp và mất thời gian. Để thuận tiện cho việc tính toán thiết kế, người ta thường lập sẵn các biểu đồ tương tác M-P hoặc biểu đồ tương tác M-P không thứ nguyên cho các dạng tiết diện cột bê tông cốt thép khác nhau để phục vụ cho việc tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm. Tuy nhiên, trong các giáo trình Kết cấu bê tông cốt thép [6-8] và trong các tài liệu trợ giúp thiết kế kết cấu bê tông cốt thép thông thường, như Sổ tay thiết kế kết cấu bê tông cốt thép của ACI [9], thì việc xây dựng biểu đồ tương tác M-P mới chỉ được trình bày cho các dạng tiết diện cột đặc thông thường là tiết diện hình tròn đặc và hình chữ nhật đặc. Các dạng tiết diện cột không thông thường và phức tạp hơn, như tiết diện hình bầu dục đặc, hình tròn rỗng và hình bầu dục rỗng vẫn chưa được trình bày. Cũng có một vài nghiên cứu gần đây về biểu đồ tương tác M-P của cột bê tông cốt thép [10-12], nhưng các nghiên cứu này cũng chỉ thực hiện với cột bê tông cốt thép có tiết diện thông thường trong các điều kiện khác nhau. Nghiên cứu của Thắng và Ninh [10] trình bày về biểu đồ tương tác của cột bê tông cốt thép ở nhiệt độ cao theo tiêu chuẩn Châu Âu EC2, với tiết diện ngang đặc, hình chữ nhật. Trong nghiên cứu của Thien và Tung [11], cách xác định biểu đồ tương tác M-P của

cột bê tông cốt thép có tiết diện tròn đặc, theo tiêu chuẩn ACI 318M-19 được trình bày. Nghiên cứu của Haddad và cộng sự [12] trình bày cách xác định biểu đồ tương tác không thứ nguyên của cột bê tông cốt thép, tiết diện đặc hình chữ nhật, được gia cường thép bản hoặc thép góc.

Mục tiêu của bài báo này là nghiên cứu xây dựng biểu đồ tương tác M-P cho các cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp theo TCVN 11823-2017 [4]. Bài báo được hy vọng sẽ là hữu ích cho các nhà nghiên cứu cũng như các kỹ sư quan tâm tới việc tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp.

2. ĐẶC ĐIỂM CẤU TẠO CỦA CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP

Cột bê tông cốt thép là cấu kiện thẳng đứng, chịu tác dụng của lực nén đúng tâm (nén dọc trục) hoặc lệch tâm (nén dọc trục và mô men uốn đồng thời). Cột bê tông cốt thép thường gặp trong thực tế, như các cột nhà, móng cầu, trụ cầu và tháp cầu. Do các cột thường là bộ phận chính hay cơ bản trong toàn bộ kết cấu công trình, nên sự phá hoại của chúng có thể gây ra các phá hoại dây chuyền trên toàn bộ công trình, gây ra các thiệt hại lớn cả về con người lẫn kinh tế. Ngoài ra, sự phá hoại của cột thường khó nhận thấy trước bằng mắt thường hơn so với các kiểu phá hoại do uốn và cắt. Do đó, cột bê tông cốt thép thường được thiết kế có độ dự trữ sức kháng lớn hơn so với cấu kiện chịu uốn và cắt. Điều này được thể hiện thông bằng việc hệ số sức kháng cho cấu kiện chịu nén (cột) thường nhỏ hơn so với cấu kiện chịu uốn và cắt.

Mặt cắt ngang cột bê tông cốt thép có thể có hình dạng bất kỳ theo yêu cầu về cấu tạo và thẩm mỹ. Tuy nhiên, đối với cột chịu nén đúng tâm thì mặt cắt ngang nên chọn sao cho có bán kính quán tính theo các phương xấp xỉ nhau để có lợi hơn về mặt chịu lực. Các dạng mặt cắt ngang thường gặp đối với cột chịu nén đúng tâm là hình tròn, hình đa giác đều và hình vuông. Đối với cột chịu nén lệch tâm (nén dọc trục và uốn kết hợp) thì tùy theo mức độ lệch tâm, mặt cắt ngang cột sẽ có dạng tương ứng cho mặt cắt ngang của cấu kiện chịu nén đúng tâm hay cấu kiện chịu uốn. Khi cột chịu nén với độ lệch tâm lớn (thành phần mô men uốn lớn) thì tiết diện ngang cột thường có dạng giống với tiết diện của cấu kiện chịu uốn; và khi cột chịu nén với độ lệch tâm nhỏ (thành phần mô men uốn nhỏ) thì tiết diện ngang của cột thường có dạng giống với tiết diện của cấu kiện chịu nén đúng tâm. Kích thước mặt cắt ngang cột phụ thuộc vào độ lớn của tải trọng và được xác định theo tính toán. Tuy nhiên, để dễ thông nhất ván khuôn và thuận tiện cho việc thi công, thì chúng ta nên chọn kích thước mặt cắt ngang cột là bội số của 5 cm hoặc 10 cm và không nên chọn mặt cắt ngang cột có kích thước cạnh nhỏ hơn 20 cm.

Cốt thép trong cột bê tông cốt thép bao gồm cốt thép dọc chủ và cốt thép đai. Cốt thép dọc chủ là cốt thép đặt dọc theo chiều dài cột, tham gia chịu lực chính cùng với bê tông cột. Khi tính toán thiết kế cốt thép dọc chủ, chúng ta cần chú ý đến các yêu cầu về cấu tạo sau:

- ✓ Với cột chịu nén đúng tâm, cốt thép dọc chủ phải được bố trí đối xứng với nhau quanh trục dọc của cột;
- ✓ Với cột chịu nén đúng tâm, số lượng cốt thép dọc chủ tối thiểu cho cột có mặt cắt ngang hình chữ nhật là 4, hình tròn (hoặc tương tự tròn) là 6. Kích cỡ thanh cốt thép dọc chủ tối thiểu là D16;
- ✓ Nên bố trí cốt thép dọc chủ xung quanh chu vi tiết diện cột hay càng xa trục dọc cấu kiện cột càng tốt;
- ✓ Hàm lượng cốt thép dọc chủ ρ_{st} phải thỏa mãn hàm lượng tối thiểu và tối đa được quy định như dưới đây; trong đó A_{st} là diện tích tiết diện cốt thép dọc chủ, A_g là diện tích tiết diện nguyên của cột, f'_c là cường độ chịu nén quy định của bê tông, và f_y là cường độ chảy quy định

của cốt thép dọc chủ.

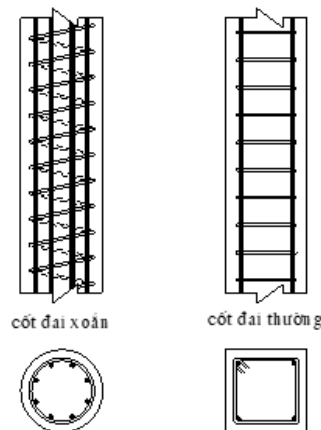
$$\rho_{st} = \frac{A_{st}}{A_g} \leq \rho_{stmax} = 0,08 \quad (1)$$

$$\rho_{st} = \frac{A_{st}}{A_g} \geq \rho_{stmin} = 0,135 \frac{f_c'}{f_y} \quad (2)$$

Việc hạn chế hàm lượng cốt thép dọc chủ tối đa nhằm đảm bảo cho cốt thép không bị quá nhiều, ảnh hưởng đến việc đổ và đầm chặt bê tông. Trong thực tế, việc đổ và đầm chặt bê tông cho các cột có hàm lượng cốt thép dọc chủ khoảng 5% đã là rất khó khăn. Vì vậy, hàm lượng cốt thép dọc chủ trong các cột thường được thiết kế lớn nhất là 4%.

Việc quy định hàm lượng cốt thép dọc chủ tối thiểu nhằm đảm bảo cho cột không bị phá hoại đột ngột như đối với các cấu kiện bê tông không có cốt thép. Ngoài ra, cốt thép dọc chủ cũng góp phần làm giảm ảnh hưởng của co ngót và từ biến. Trong một số trường hợp, do yêu cầu kiến trúc hay lý do nào đó, kích thước mặt cắt ngang của cột có thể được lấy lớn hơn rất nhiều so với yêu cầu chịu lực; khi đó, hàm lượng cốt thép dọc chủ tối thiểu có thể được giảm đi. Tuy nhiên, theo J. C. McCormac và R. H. Brown 2016 [8], hàm lượng cốt thép dọc chủ tối thiểu trong mọi trường hợp không được lấy nhỏ 0,5%.

Cốt thép đai trong cột có tác dụng liên kết các cốt thép dọc chủ thành khung cứng, giữ ổn định cho cốt thép dọc chủ khi đổ bê tông và khi chịu ứng suất nén, tham gia chịu lực cắt khi cột chịu cắt. Cốt thép đai khi được bố trí với khoảng cách khá nhỏ còn có tác dụng cản trở biến dạng ngang của bê tông, làm tăng đáng kể khả năng chịu nén của phần lõi bê tông cột. Cốt thép đai có hai kiểu là cốt thép đai ngang và cốt thép đai xoắn, như thể hiện trong Hình 2 dưới đây.



Hình 2. Hai kiểu bố trí cốt thép đai cho cột bê tông cốt thép.

Cốt thép đai ngang (đai thường) có cấu tạo dạng khung khép kín với đầu mút được neo với cốt thép dọc chủ bằng cách uốn góc 900 hoặc 1350. Theo TCVN 11823-2017 [4], cốt thép đai ngang được quy định như sau: Đường kính nhỏ nhất đối với cốt thép đai ngang là thanh D10 cho các thanh cốt thép dọc chủ nhỏ hơn hoặc bằng D32, là thanh D16 cho các thanh cốt thép dọc chủ D36 hoặc lớn hơn và là thanh D13 cho các bó thanh. Cự ly giữa các cốt thép đai ngang không được vượt quá kích thước nhỏ nhất của cột hoặc 300 mm. Khi cốt thép dọc chủ là hai hoặc nhiều thanh D36 được bó lại, thì cự ly giữa các cốt thép đai ngang không được vượt quá một nửa kích thước nhỏ nhất của cột hoặc 150 mm.

Cốt thép đai xoắn có cấu tạo dạng lò xo, làm bằng cốt thép tròn trơn hoặc có gờ với đường kính tối thiểu D10. Cốt thép đai xoắn thích hợp với các cột có mặt cắt tròn hoặc tương tự tròn, cũng như ở các vùng chịu lực nén cục bộ lớn (ví dụ khu vực dưới neo cáp dự ứng lực) hoặc cột

ở vùng có động đất. Khoảng cách trống giữa các thanh cốt thép đai xoắn không được nhỏ hơn 25 mm và 1,33 lần kích thước hạt cốt liệu lớn nhất. Khoảng cách từ tim đến tim của các cốt thép đai xoắn không được vượt quá 6 lần đường kính cốt thép dọc chủ và 150 mm.

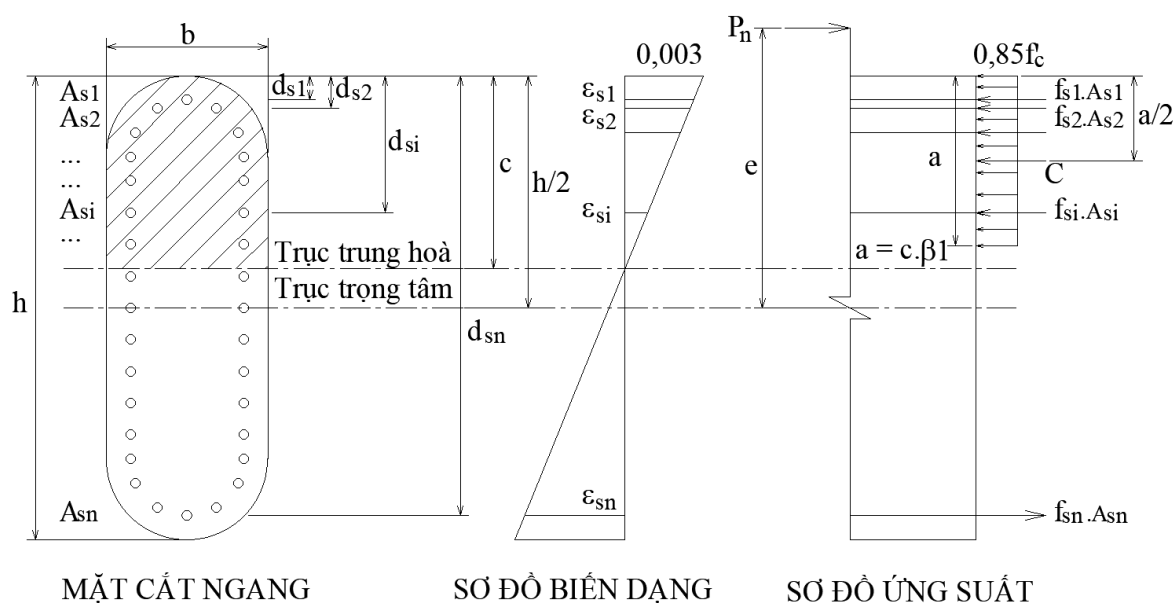
3. CƠ SỞ TÍNH TOÁN CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP CÓ TIẾT DIỆN PHỨC TẠP

Tuỳ thuộc vào kích thước mặt cắt ngang, chiều dài và liên kết hai đầu cột, thì cột bê tông cốt thép có thể chia thành cột ngắn và cột mảnh. Cột ngắn là cột không bị mất ổn định trong quá trình chịu lực và nó chỉ bị phá hoại khi vật liệu cột bị phá hoại do chịu lực quá mức. Ngược lại, cột mảnh là cột bị phá hoại do bị mất ổn định khi chịu nén; dưới tác dụng của lực nén dọc, cột bị biến dạng ngang quá mức, làm cho mô men uốn dọc bị tăng lên quá mức và gây phá hoại cột. Nếu tìm được phân mô men uốn dọc tăng thêm do cột bị biến dạng ngang quá mức thì việc tính toán thiết kế cột mảnh sau đó là tương tự như đối với cột ngắn (phương pháp khuếch đại mô men). Trong thực tế, cột bê tông cốt thép thường gặp là cột ngắn. Trong nghiên cứu này, tác giả chỉ trình bày việc tính toán đối với cột ngắn.

Để đơn giản trong quá trình tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm, người ta thường sử dụng biểu đồ tương tác M-P của nó. Biểu đồ tương tác M-P của một cột bê tông cốt thép thực chất là biểu đồ bao khả năng chịu lực của cột khi độ lệch tâm của lực nén dọc e thay đổi hay thực chất là biểu đồ thể hiện các cặp giá trị sức kháng (M_r, P_r) của cột khi độ lệch tâm của lực nén dọc e thay đổi. Nếu một cặp lực nén dọc trục và mô men uốn đồng thời (M_u, P_u) tác dụng lên cột nằm trong hoặc nằm trên biểu đồ tương tác M-P thì cột sẽ an toàn và ngược lại nếu cặp giá trị (M_u, P_u) nằm ngoài biểu đồ tương tác M-P thì cột sẽ không an toàn hay bị phá hoại. Trong phần này, cơ sở lý thuyết tính toán cột bê tông cốt thép theo TCVN 11823-2017 [4] được trình bày với các dạng tiết diện cột phức tạp, bao gồm tiết diện hình bầu dục đặc, tiết diện hình tròn rỗng và tiết diện hình bầu dục rỗng. Cũng cần nói thêm rằng, những tiết diện được rỗng phức tạp được xem xét trong nghiên cứu này có độ mảnh thành vách không quá lớn và phương pháp khối ứng suất nén hình chữ nhật tương đương có thể được áp dụng.

3.1. Tiết diện hình bầu dục đặc

3.1.1. Sơ đồ ứng suất biến dạng ở trạng thái giới hạn



Hình 3. Sơ đồ ứng suất – biến dạng của cột có tiết diện hình bầu dục đặc khi chịu nén lệch tâm.

3.1.2. Các công thức cơ bản

Từ phương trình cân bằng hình chiếu của các lực lên trục dọc cột, ta xác định được sức kháng nén dọc trục danh định của cột như sau:

$$P_n = 0,85 f'_c A_c - \sum f_{si} A_{si} \quad (3)$$

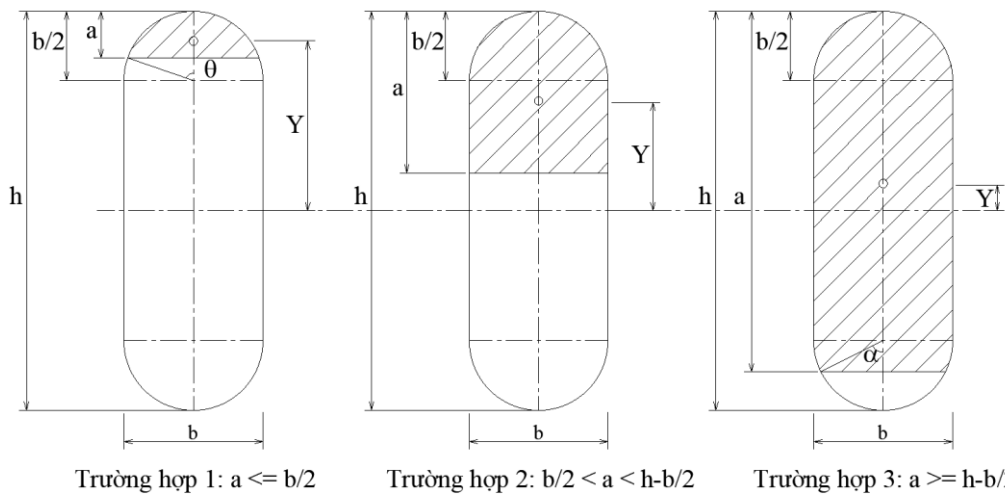
Từ phương trình cân bằng mô men của các lực đối với trục trọng tâm của mặt cắt, ta xác định được sức kháng uốn danh định của cột như sau:

$$M_n = 0,85 f'_c A_c Y + \sum f_{si} A_{si} (d_{si} - h/2) \quad (4)$$

Các giá trị ứng suất trong các lớp cốt thép f_{si} là ứng suất kéo hay ứng suất nén phụ thuộc vào vị trí của lớp cốt thép tương ứng trên tiết diện và được xác định theo công thức tổng quát sau:

$$f_{si} = \epsilon_{si} E_s = 0,003 \frac{d_{si} - c}{c} E_s \leq f_y \quad (5)$$

Trong đó, A_c & Y là diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm của tiết diện, được xác định theo các trường hợp như Hình 4 dưới đây.



Hình 4. Sơ đồ xác định diện tích và trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương cho cột có tiết diện hình bầu dục đặc.

Từ Hình 4, ta dễ dàng xác định được các giá trị θ & α như sau:

$$\theta = \arccos\left(\frac{b/2 - a}{b/2}\right) \quad (6)$$

$$\alpha = \arccos\left[\frac{b/2 - (h - a)}{b/2}\right] \quad (7)$$

Các giá trị diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương A_c và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm tiết diện Y được xác định cho từng trường hợp như sau:

Trường hợp 1: $a \leq b/2$

$$A_c = \frac{b^2}{4} (\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) \quad (8)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{b^3}{12} \sin^3 \theta + A_c \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \quad (9)$$

Trường hợp 2: $b/2 < a < h - b/2$

$$A_c = \frac{\pi b^2}{8} + b \left(a - \frac{b}{2} \right) \quad (10)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{b^3}{12} + \frac{\pi b^2}{8} \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) + b \left(a - \frac{b}{2} \right) \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} - \frac{b}{4} \right) \quad (11)$$

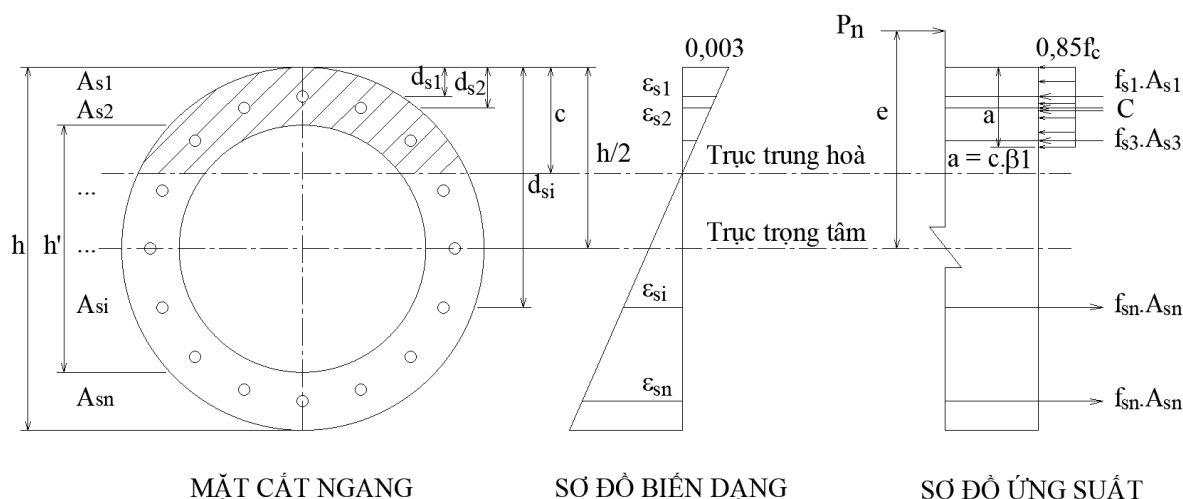
Trường hợp 3: $a \geq h - b/2$

$$A_c = \frac{\pi b^2}{4} + b(h - b) + \frac{b^2}{4} (\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \quad (12)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{b^3}{12} \sin \alpha + \frac{b^2}{4} (\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \quad (13)$$

3.2. Tiết diện hình tròn rỗng

3.2.1. Sơ đồ ứng suất biến dạng ở trạng thái giới hạn

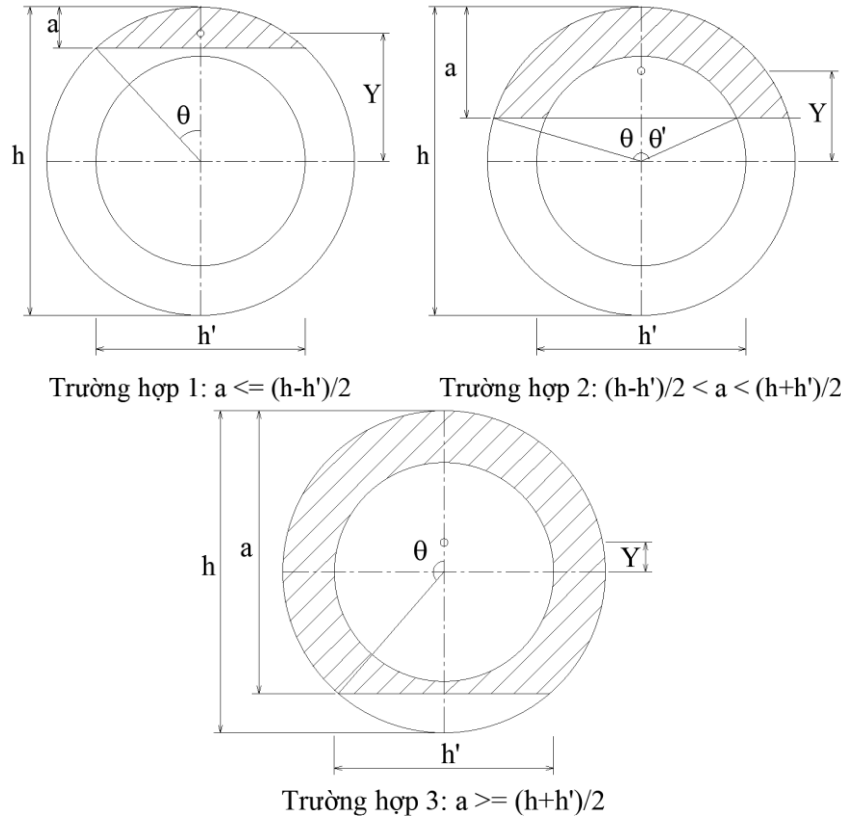


Hình 5. Sơ đồ ứng suất – biến dạng của cột có tiết diện hình tròn rỗng khi chịu nén lệch tâm.

3.2.2. Các công thức cơ bản

Các công thức xác định sức kháng nén dọc trục danh định, sức kháng uốn danh định và các giá trị ứng suất trong các lớp cốt thép của cột là tương tự các công thức (3), (4) & (5) tương ứng đối với trường hợp cột có tiết diện hình bầu dục đặc ở trên.

Trong đó, A_c & Y là diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm của tiết diện, được xác định theo các trường hợp như Hình 6 dưới đây.



Hình 6. Sơ đồ xác định diện tích và trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương cho cột có tiết diện hình tròn rỗng.

Từ Hình 6, ta dễ dàng xác định được các giá trị θ & θ' như sau:

$$\theta = \arccos\left(\frac{h/2 - a}{h/2}\right) \quad (14)$$

$$\theta' = \arccos\left[\frac{h/2 - a}{h'/2}\right] \quad (15)$$

Các giá trị diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương A_c và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm tiết diện Y được xác định cho từng trường hợp như sau:

Trường hợp 1: $a \leq (h - h')/2$

$$A_c = \frac{h^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) \quad (16)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{h^3}{12} \sin^3 \theta \quad (17)$$

Trường hợp 2: $(h - h')/2 < a < (h + h')/2$

$$A_c = \frac{h^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) - \frac{h'^2}{4}(\theta' - \sin \theta' \cdot \cos \theta') \quad (18)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{h^3}{12} \sin^3 \theta - \frac{h'^3}{12} \sin^3 \theta' \quad (19)$$

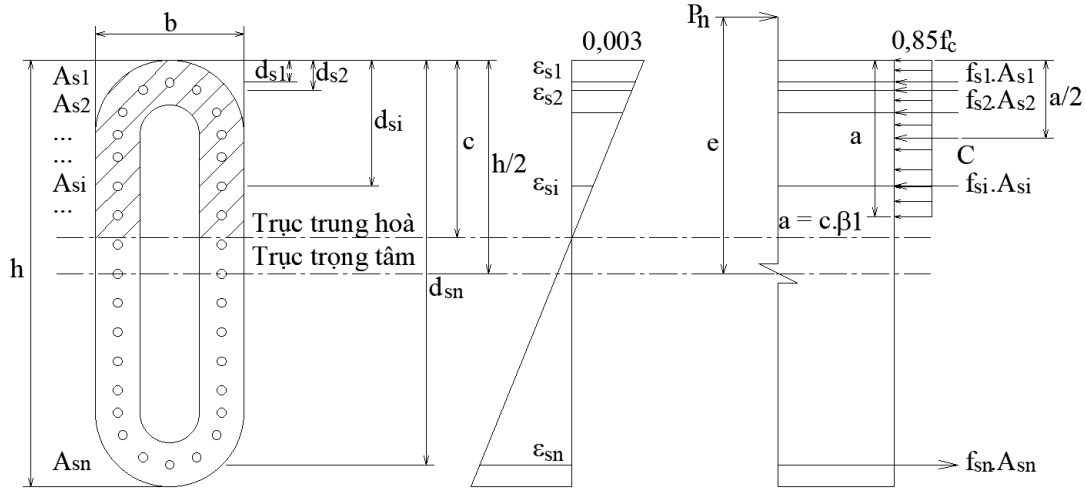
Trường hợp 3: $a \geq (h + h')/2$

$$A_c = \frac{h^2}{4} (\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) - \frac{h'^2}{4} \cdot \pi \quad (20)$$

$$A_c \cdot Y = \frac{h^3}{12} \sin^3 \theta \quad (21)$$

3.3. Tiết diện hình bầu dục rỗng

3.3.1. Sơ đồ ứng suất biến dạng ở trạng thái giới hạn



MẶT CẮT NGANG SƠ ĐỒ BIẾN DẠNG SƠ ĐỒ ỨNG SUẤT
Hình 7. Sơ đồ ứng suất – biến dạng của cột có tiết diện hình bầu dục rỗng khi chịu nén lệch tâm.

3.3.2. Các công thức cơ bản

Các công thức xác định sức kháng nén dọc trục danh định, sức kháng uốn danh định và các giá trị ứng suất trong các lớp cốt thép của cột là tương tự các công thức (3), (4) & (5) tương ứng đối với trường hợp cột có tiết diện hình bầu dục đặc ở trên.

Trong đó, A_c & Y là diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm của tiết diện, được xác định theo các trường hợp như Hình 8 dưới đây.

Từ Hình 8, ta dễ dàng xác định được các giá trị θ & θ' như sau:

$$\theta = \arccos\left(\frac{b/2 - a}{b/2}\right) \quad (22)$$

$$\theta' = \arccos\left(\frac{b/2 - a}{b'/2}\right) \quad (23)$$

$$\alpha = \arccos\left[\frac{b/2 - (h - a)}{b/2}\right] \quad (24)$$

$$\alpha' = \arccos\left[\frac{b/2 - (h - a)}{b'/2}\right] \quad (25)$$

Các giá trị diện tích vùng bê tông chịu nén tương đương A_c và khoảng cách từ trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương đến trọng tâm tiết diện Y được xác định cho từng trường hợp như sau:

Trường hợp 1: $a \leq (b - b')/2$

$$A_c = \frac{b^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) \quad (26)$$

$$A_c.Y = \frac{b^3}{12} \sin^3 \theta + \frac{b^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \quad (27)$$

Trường hợp 2: $(b - b')/2 < a \leq b/2$

$$A_c = \frac{b^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) - \frac{b'^2}{4}(\theta' - \sin \theta' \cdot \cos \theta') \quad (28)$$

$$A_c.Y = \left[\frac{b^3}{12} \sin^3 \theta + \frac{b^2}{4}(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \right] - \left[\frac{b'^3}{12} \sin^3 \theta' + \frac{b'^2}{4}(\theta' - \sin \theta' \cdot \cos \theta') \left(\frac{h}{2} - \frac{b'}{2} \right) \right] \quad (29)$$

Trường hợp 3: $b/2 < a \leq h - b/2$

$$A_c = \frac{\pi}{8}(b^2 - b'^2) + \left(a - \frac{b}{2} \right)(b - b') \quad (30)$$

$$A_c.Y = \frac{b^3 - b'^3}{12} + \frac{\pi}{8} \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right)(b^2 - b'^2) + \left(a - \frac{b}{2} \right) \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} - \frac{b}{4} \right)(b - b') \quad (31)$$

Trường hợp 4: $h - b/2 < a \leq h - (b - b')/2$

$$A_c = \left[\frac{\pi b^2}{4} + b(h - b) - \frac{b^2}{4}(\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \right] - \left[\frac{\pi b'^2}{4} + b'(h - b) - \frac{b'^2}{4}(\alpha' - \sin \alpha' \cdot \cos \alpha') \right] \quad (32)$$

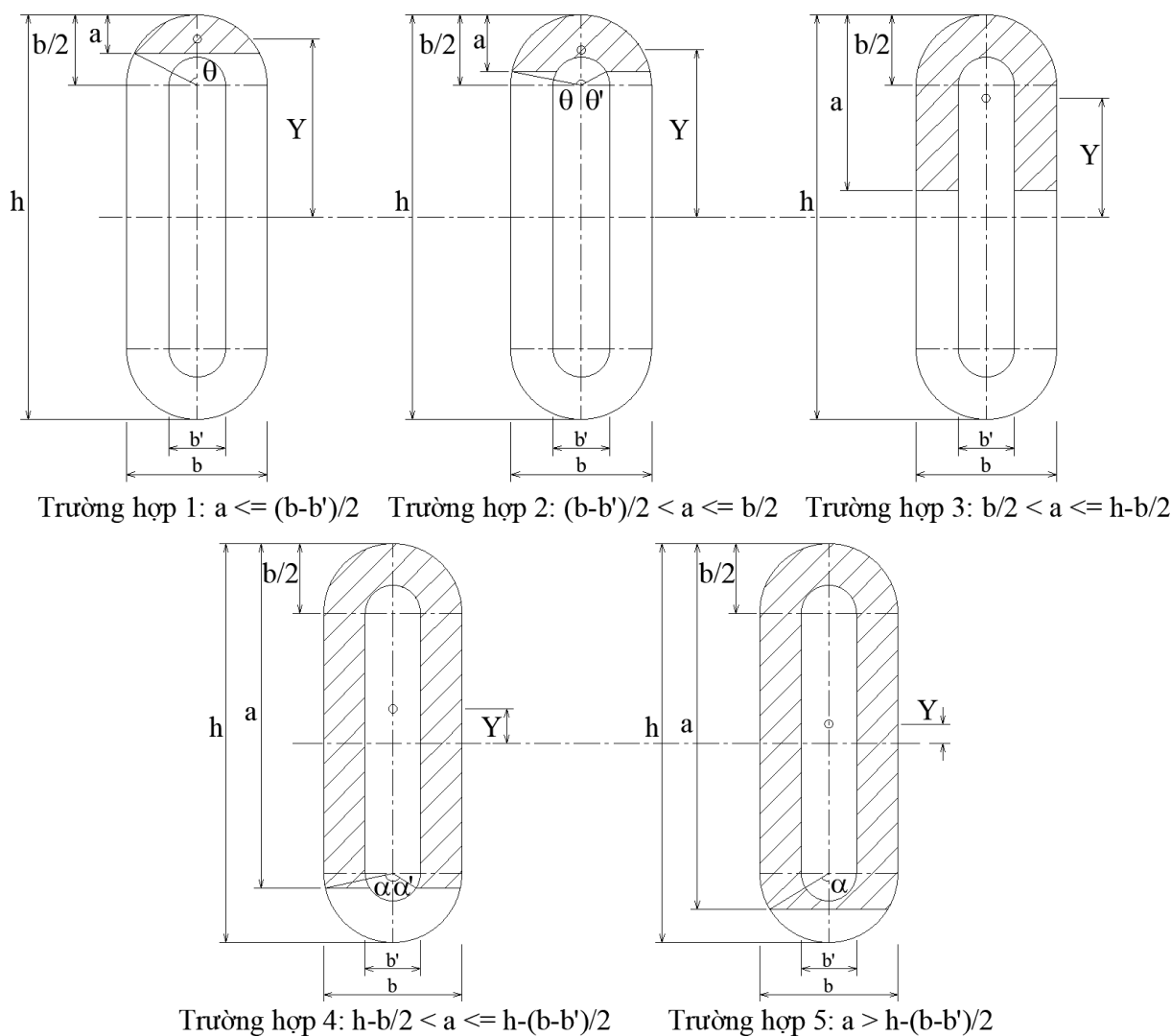
$$A_c.Y = \left[\frac{b^3}{12} \sin^3 \alpha + \frac{b^2}{4}(\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \right] - \left[\frac{b'^3}{12} \sin^3 \alpha' + \frac{b'^2}{4}(\alpha' - \sin \alpha' \cdot \cos \alpha') \left(\frac{h}{2} - \frac{b'}{2} \right) \right] \quad (33)$$

Trường hợp 5: $h - b/2 < a \leq h - (b - b')/2$

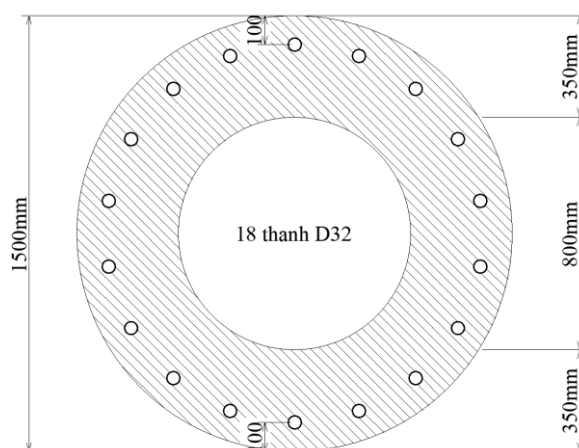
$$A_c = \frac{\pi(b^2 - b'^2)}{4} + (h - b)(b - b') - \frac{b^2}{4}(\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \quad (34)$$

$$A_c.Y = \frac{b^3}{12} \sin^3 \alpha + \frac{b^2}{4}(\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) \quad (35)$$

Từ các công thức trên, khi cho chiều cao vùng bê tông chịu nén c thay đổi thì chúng ta dễ dàng xác định được vô số cặp giá trị sức kháng (M_r, P_r) và từ đó chúng ta vẽ được biểu đồ tương tác $M - P$ của cột. Cũng cần chú ý rằng, sức kháng nén dọc trục của cột được xác định theo các công thức trên bị giới hạn bởi sức kháng nén dọc trục của cột tương ứng khi cột chịu nén đúng tâm.



Hình 8. Sơ đồ xác định diện tích và trọng tâm vùng bê tông chịu nén tương đương cho cột tiết diện hình bầu dục rỗng.



Hình 9. Mặt cắt ngang cột bê tông cốt thép tiết diện hình tròn rỗng ví dụ.

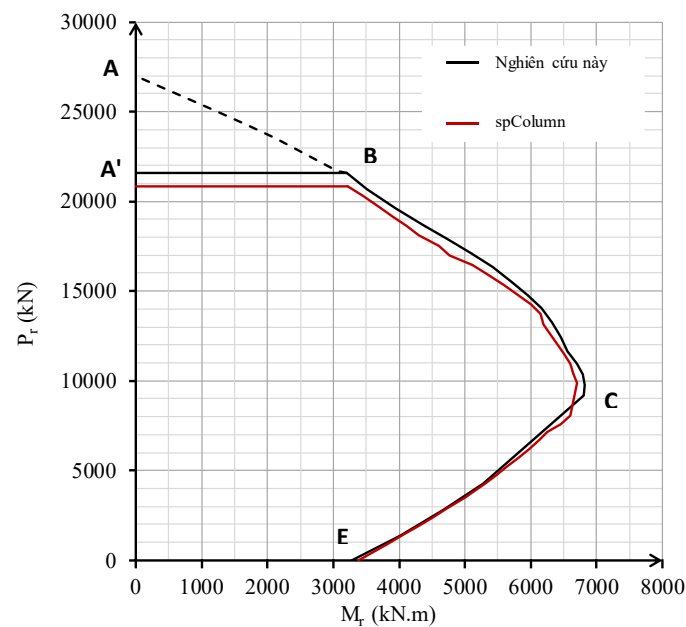
4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Trong phần này, hai ví dụ xây dựng biểu đồ tương tác $M - P$ sẽ được trình bày để minh họa cách áp dụng các công thức lý thuyết đã được đưa ra ở Phần 3, đồng thời các kết quả tìm thấy từ bài báo này cũng được so sánh với các kết quả được tìm thấy từ phần mềm spColumn để xác thực tính hợp lý của các công thức đã đề xuất.

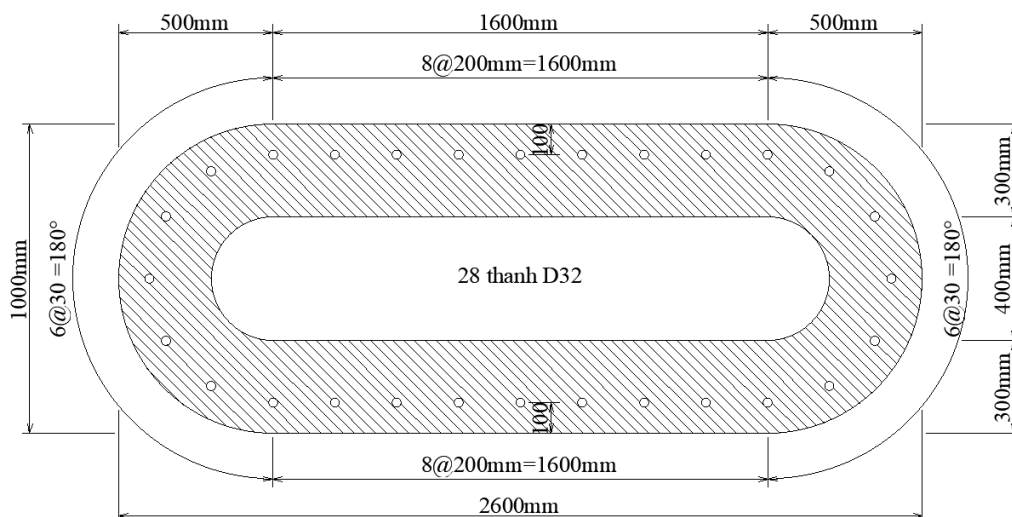
4.1. Cột bê tông cốt thép có tiết diện hình tròn rỗng

Xây dựng biểu đồ tương tác $M - P$ cho một cột ngắn bê tông cốt thép, có tiết diện hình tròn rỗng như Hình 9 bên dưới. Biết, bê tông cột có $f'_c = 28MPa$; cốt sử dụng cốt thép đai thường; cốt thép theo ASTM A615M, có giới hạn chảy $f_y = 420MPa$.

Vận dụng các công thức đã được trình bày trong Phần 3 ở trên, ta vẽ được biểu đồ tương tác $M - P$ của cột bê tông cốt thép có tiết diện hình tròn rỗng ví dụ như Hình 10 bên dưới.



Hình 10. Biểu đồ tương tác $M - P$ của cột bê tông cốt thép tiết diện hình tròn rỗng ví dụ.

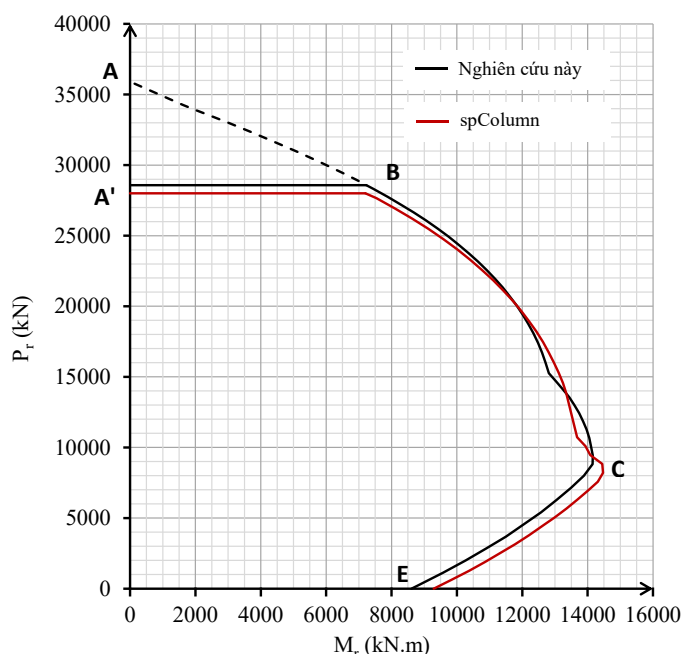


Hình 11. Mặt cắt ngang cột bê tông cốt thép tiết diện hình bầu dục rỗng ví dụ.

4.2. Cột bê tông cốt thép có tiết diện hình bầu dục rỗng

Xây dựng biểu đồ tương tác $M - P$ cho một ngắn bê tông cốt thép, có tiết diện hình bầu dục rỗng như Hình 11 bên dưới. Biết, bê tông cốt có $f'_c = 28MPa$; cốt sử dụng cốt thép đai thường; cốt thép theo ASTM A615M, có giới hạn chảy $f_y = 420MPa$.

Vận dụng các công thức đã được trình bày trong Phần 3 ở trên, ta vẽ được biểu đồ tương tác $M - P$ của cột bê tông cốt thép có tiết diện hình bầu dục rỗng ví dụ như Hình 12 bên dưới.



Hình 12. Biểu đồ tương tác $M - P$ của cột bê tông cốt thép tiết diện hình bầu dục rỗng ví dụ.

4.3. Thảo luận và đánh giá

Từ các kết quả của Hình 10 & Hình 12, ta thấy các biểu đồ tương tác $M - P$ của cột bê tông cốt thép có tiết diện hình tròn rỗng và hình bầu dục rỗng cũng có các đặc điểm tương tự như biểu đồ tương tác $M - P$ của các cột bê tông cốt thép có tiết diện đặc thông thường khác, đó là:

- ✓ Khi sức kháng nén dọc trục P_r giảm dần thì sức kháng uốn kết hợp M_r tăng dần và ngược lại trên đoạn AC . Nhưng khi P_r giảm quá trị số sức kháng nén dọc trục tương ứng với điểm C hay khi $P_r < P_{rC}$ (đoạn CE) thì ta thấy khi P_r giảm dần thì M_r cũng giảm dần;
- ✓ Phần trên của biểu đồ tương tác $M - P$ có một đoạn nằm ngang (đoạn $A'B$) là do trị số P_r bị giới hạn trên bởi sức kháng nén của cột chịu nén đúng tâm tương ứng.

Trên các Hình 10 và Hình 12 cũng thể hiện biểu đồ tương tác $M-P$ được tìm thấy từ phần mềm spColumn. Kết quả cho thấy biểu đồ tương tác $M-P$ được tìm thấy từ nghiên cứu này và từ phần mềm spColumn là đồng nhất tốt với nhau. Như vậy, các công thức đề xuất trong nghiên cứu này là đáng tin cậy và hợp lý.

5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã trình bày được cơ sở lý thuyết tính toán cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp theo TCVN 11823-2017, bao gồm sơ đồ ứng suất biến dạng ở trạng thái giới hạn và

các công thức cơ bản cho cột bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm có tiết diện hình bầu dục đặc, hình tròn rỗng và hình bầu dục rỗng. Hai ví dụ cụ thể cũng được trình bày để minh họa cách sử dụng các lý thuyết tính toán đã được đề xuất để xây dựng biểu đồ tương tác $M - P$ cho các cột có tiết diện phức tạp. Kết quả của nghiên cứu sẽ là tài liệu tham khảo quan trọng cho các nhà nghiên cứu cũng như các kỹ sư cầu quan tâm đến việc tính toán thiết kế cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp bằng phương pháp sử dụng biểu đồ tương tác $M - P$ hoặc phương pháp thông thường khác. Để thuận tiện hơn nữa trong việc tính toán thiết kế, các nghiên cứu tiếp theo cần trình bày thêm phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác $M - P$ không thứ nguyên cho các cột bê tông cốt thép có tiết diện phức tạp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Bộ Giao thông Vận tải, 22 TCN 18-79, Quy trình thiết kế cầu cống theo trạng thái giới hạn, Nhà xuất bản Giao thông Vận tải, Việt Nam, 1979.
- [2]. Bộ Giao thông Vận tải, 22 TCN 272-05, Tiêu chuẩn thiết kế cầu, Nhà xuất bản Giao thông Vận tải, Việt Nam, 2005.
- [3]. AASHTO LRFD-98, Bridge Design Specifications, AASHTO, USA, 1998.
- [4]. Bộ Khoa học và Công nghệ, TCVN 11823-2017, Tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ, Nhà xuất bản Giao Thông Vận tải, Việt Nam, 2017.
- [5]. AASHTO LRFD-16, Bridge Design Specifications, AASHTO, USA, 2016.
- [6]. Ngô Đăng Quang & Nguyễn Duy Tiến, Kết cấu bê tông cốt thép, Nhà Xuất bản Giao thông Vận tải, Việt Nam, 2016.
- [7]. Đào Văn Dinh, Đào Sỹ Đán, Bùi Thanh Quang, Nguyễn Xuân Tùng, Nguyễn Ngọc Lâm & Cao Thị Mai Hương, Kết cấu bê tông cốt thép, Nhà xuất bản Giao thông Vận tải, Việt Nam, 2021.
- [8]. J.C. McCormac & R.H. Brown, Design of Reinforced concrete, Tenth Edition, John Wiley & Sons, USA, 2016.
- [9]. ACI SP-17, The Reinforced Concrete design handbook – A Companion ACI 318-14, ACI, USA, 2014.
- [10]. Nguyễn Trường Thắng, Nguyễn Tuấn Ninh, Biểu đồ tương tác của cột bê tông cốt thép ở nhiệt độ cao theo tiêu chuẩn Châu Âu EC2, Tạp chí Khoa học công nghệ xây dựng, 10 (2016) 56-61. <https://stce.huce.edu.vn/index.php/vn/article/view/329>
- [11]. Minh Thien Vo, Thanh Tung Vo, Design interaction diagrams for reinforced concrete circular columns following ACI 318-19, Journal of Materials & Construction, 11 (2021) 26-33. <https://vjol.info.vn/index.php/jomc/article/view/98070>
- [12]. S.A.A. Haddad, M.Y. Fattah, M.H.A. Sherrawi, Dimensionless interaction diagrams for reinforced concrete columns strengthened with steel angles and strips, AIP Conf. Proc., 2864 (2024) 050007. <https://doi.org/10.1063/5.0186732>