Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải, Tập 74, Số 6 (08/2023), 735-751

Transport and Communications Science Journal

DEVELOPMENT OF COMPUTER PROGRAM TO TEST PARAMETRIC HYPOTHESES BASED ON TWO SAMPLES IN RAILWAY VEHICLE RELIABILITY ASSESSMENT

Nguyen Duc Toan, Do Duc Tuan*

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INO

TYPE: Research Article
Received: 29/05/2023
Revised: 24/06/2023
Accepted: 27/06/2023
Published online: 15/08/2023
https://doi.org/10.47869/tcsj.74.6.4

* *Corresponding author*
Email: ddtuan@utc.edu.vn; Tel: 0913 905 814

Abstract. In assessing the reliability of objects in general and railway vehicles in particular, it is necessary to determine characteristics of the sample such as mean, variance, standard deviation, coefficient of variation, and so on. When using a sample selected from a population, these characteristics are used to estimate the corresponding population characteristics. In other words, its information can describe the population characteristics, or can be used to evaluate a hypothesis that has been assumed for the population. Therefore, sample characteristics are used not only to estimate population characteristics but also to evaluate whether a certain hypothesis of a population is true or false. Concluding to reject or accept a hypothesis is called hypothesis testing. Statistical hypothesis tests are major problems of mathematical statistics, widely applied in many fields. Nevertheless, the application of these methods to assess mechanical object reliability in general and railway vehicles in particular for specific cases has been less studied. Thus, based on the theory of parametric statistical hypothesis testing methods with two samples, the corresponding calculation programs have been built and the methods have been applied to solve several specific problems in the railway vehicle reliability assessment.

Keywords: hypothesis testing, reliability assessment, railway vehicle.

Transport and Communications Science Journal, Vol 74, Issue 6 (08/2023), 735-751

Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải

XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CÓ THAM SỐ, HAI MẪU TRONG ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA PHƯƠNG TIỆN ĐƯỜNG SẮT

Nguyễn Đức Toàn, Đỗ Đức Tuấn*

Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC**:** Công trình khoa học
Ngày nhận bài: 29/05/2023
Ngày nhận bài sửa: 24/06/2023
Ngày chấp nhận đăng: 27/06/2023
Ngày xuất bản Online: 15/08/2023
https://doi.org/10.47869/tcsj.74.6.4

* Tác giả liên hệ
Email: ddtuan@utc.edu.vn; Tel: 0913 905 814

Tóm tắt: Trong quá trình đánh giá độ tin cậy của các đối tượng nói chung và phương tiện đường sắt nói riêng, cần xác định các đặc trưng của mẫu như giá trị trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn, hệ số biến động v.v. Khi sử dụng mẫu được chọn ra từ một tổng thể, các đặc trưng này được sử dụng để ước lượng các đặc trưng tương ứng của tổng thể. Hay nói khác, các thông tin của nó có thể mô tả được đặc điểm của tổng thể, hoặc cũng có thể sử dụng để đánh giá một phỏng đoán hoặc một giả thuyết đã được giả định đối với tổng thể đó. Nói một cách khác, các đặc trưng của mẫu, ngoài việc sử dụng để ước lượng các đặc trưng của tổng thể còn được dùng để đánh giá xem một giả thuyết nào đó của tổng thể là đúng hay sai. Việc tìm ra kết luận để bác bỏ hay chấp nhận một giả thuyết được gọi là kiểm định giả thuyết. Bài toán kiểm định giả thuyết thống kê là một bài toán lớn và quan trọng của thống kê toán học, được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên, việc ứng dụng các phương pháp này trong đánh giá độ tin cậy của các đối tượng cơ khí nói chung và phương tiện đường sắt nói riêng cho từng trường hợp cụ thể, còn ít được đề cập. Vì vậy, trên trên cơ sở lý thuyết phương pháp kiểm nghiệm giả thuyết thống kê có tham số, hai mẫu, tác giả đã tiến hành xây dựng các chương trình tính toán tương ứng và ứng dụng các phương pháp đó cho một số bài toán cụ thể trong quá trình đánh giá độ tin cậy của phương tiện đường sắt.

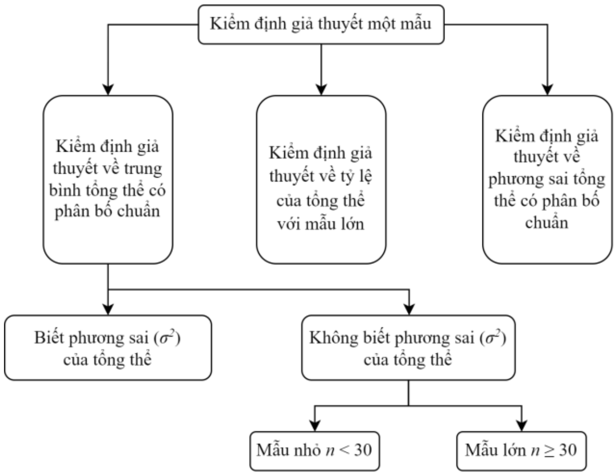
Từ khóa: kiểm định giả thuyết, đánh giá độ tin cậy, phương tiện đường sắt.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

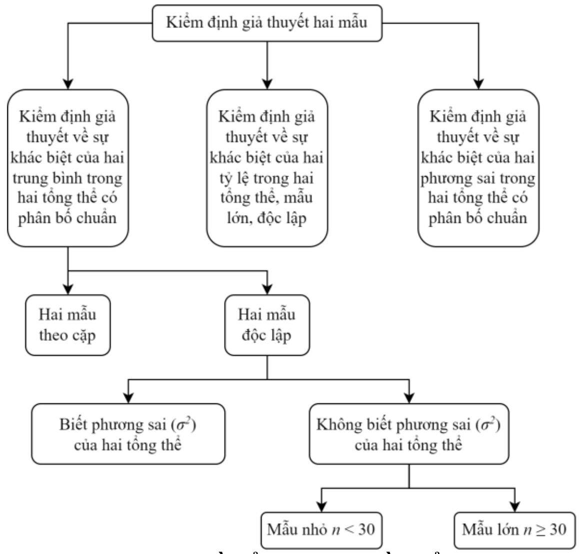
Trong quá trình đánh giá độ tin cậy của các đối tượng nói chung và phương tiện đường sắt nói riêng, cần thiết lập các quy luật phân bố xác suất của các đại lượng ngẫu nhiên có mặt trong tập tổng thể hoặc tập mẫu và xác định các đặc trưng bằng số của nó như giá trị trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn, hệ số biến động v.v. [1,2]. Khi sử dụng mẫu được chọn ra từ một tổng thể, các thông tin của nó có thể mô tả được đặc điểm của tổng thể, hoặc cũng có thể dùng để đánh giá một phỏng đoán hoặc một giả thuyết đã được giả định đối với tổng thể đó. Nói một cách khác, các đặc trưng của mẫu, ngoài việc sử dụng để ước lượng các đặc trưng của tổng thể còn được dùng để đánh giá xem một giả thuyết nào đó của tổng thể là đúng hay sai.

Việc đánh giá độ tin cậy của các đối tượng cơ khí nói chung và phương tiện đường sắt nói riêng đã được thể hiện trong nhiều công trình nghiên cứu [1-11]. Tuy nhiên, việc ứng dụng các phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê trong đánh giá độ tin cậy của các đối tượng nói trên, đặc biệt là đối với phương tiện đường sắt, cho đến nay vẫn còn ít được đề cập.

Từ nhiều nguồn tài liệu khác nhau [11-18], thấy rằng có hai loại giả thuyết thống kê, đó là giả thuyết thống kê có tham số và giả thuyết thống kê phi tham số. Kiểm định giả thuyết thống kê tham số được phân ra: kiểm định giả thuyết một mẫu và kiểm định giả thuyết hai mẫu. Mặt khác, trong mỗi phép kiểm định lại phân ra: kiểm định một phía (phía trái hoặc phía phải) và kiểm định hai phía. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết thống kê tham số được thể hiện trên các hình 1 và 2.



Hình 1. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết một mẫu.



Hình 2. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết hai mẫu.

Nội dung bài báo đề cập tới các phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, hai mẫu, từ đó tiến hành xây dựng các chương trình tính toán tương ứng và ứng dụng các phương pháp đó cho một số bài toán cụ thể trong quá trình đánh giá độ tin cậy của phương tiện đường sắt.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VỀ KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CÓ THAM SỐ, HAI MẪU

2.1. Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn

2.1.1. Hai mẫu độc lập

a. Biết phương sai của hai tổng thể

Giả sử có một mẫu ngẫu nhiên gồm n_x quan sát từ một tổng thể có phân bố chuẩn với trung bình μ_x và phương sai σ_x^2, và một mẫu ngẫu nhiên khác gồm n_y quan sát từ một tổng thể cũng có phân phối chuẩn với trung bình μ_y và phương sai σ_y^2. Trường hợp số quan sát mẫu lớn ta có thể thay thế phương sai tổng thể bằng phương sai mẫu. Nếu $\bar{x}$, $\bar{y}$ lần lượt là trung bình mẫu của hai tổng thể X và Y; D_0 là một giá trị nào đó trong kiểm định ở mức ý nghĩa α, ta có ba trường hợp kiểm định tổng quát như thể hiện trong bảng 1.

Bảng 1. Tóm tắt các trường hợp kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai thống thể có phân bố chuẩn, biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập.

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \le D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y > D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \ge D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y < D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y = D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y \ne D_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_{tt} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - D_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_x^2}{n_x} + \dfrac{\sigma_y^2}{n_y}}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_\alpha$	$Z_{tt} < -Z_\alpha$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$

b. Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, không biết phương sai của hai tổng thể

b1. Hai mẫu độc lập cỡ mẫu lớn

Bảng 2. Tóm tắt các trường hợp kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai thống thể có phân bố chuẩn, không biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập cỡ mẫu lớn.

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \le D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y > D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \ge D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y < D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y = D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y \ne D_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_{tt} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - D_0}{\sqrt{\dfrac{s_x^2}{n_x} + \dfrac{s_y^2}{n_y}}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_\alpha$	$Z_{tt} < -Z_\alpha$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$

Nếu cỡ mẫu lớn $n_x, n_y \ge 30$, thì các bước thực hiện tương tự như trường hợp biết phương sai của hai tổng thể nhưng thay phương sai tổng thể (σ_x^2, σ_y^2) bằng phương sai mẫu s_x^2, s_y^2 trong phần tính toán kiểm định theo công thức:

$$Z_{tt} = \frac{(\bar{x}-\bar{y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x}+\frac{s_y^2}{n_y}}} \tag{1}$$

Với D_0 là một giá trị nào đó trong kiểm định ở mức ý nghĩa α, ta có ba trường hợp kiểm định tổng quát như thể hiện trong bảng 2.

b2. Hai mẫu độc lập cỡ mẫu nhỏ

Nếu $n_x < 30$ hoặc $n_y < 30$ nhưng vẫn phù hợp giả thuyết của kiểm định thì ta không dùng giá trị kiểm định *z* mà dung giá trị kiểm định *t*. Vì không biết phương sai 2 mẫu nhưng theo giả định phương sai 2 tổng thể là như nhau ($\sigma_x^2 = \sigma_y^2$), nên ta phối hợp phương sai 2 mẫu theo phương pháp trung bình có trọng số theo công thức sau:

$$s_p^2 = \frac{(n_x-1)s_x^2+(n_y-1)s_y^2}{(n_x-1)+(n_y-1)} \tag{2}$$

Sau đó giá trị thống kê kiểm định *t* với (n_x+n_y-2) bậc tự do được tính theo công thức:

$$t_{tt} = \frac{\bar{x}-\bar{y}-(\mu_x-\mu_y)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}}} \tag{3}$$

trong đó: $\bar{x}$ - trung bình mẫu của mẫu rút từ tổng thể *X*; $\bar{y}$ - trung bình mẫu của mẫu rút từ tổng thể *Y;* μ_x, μ_y - trung bình tổng thể được giả thuyết của tổng thể *X* và tổng thể *Y;* s_x^2, s_y^2 - phương sai mẫu của *X* và mẫu của *Y;* s_p^2 - phương sai gộp; n_x, n_y - cỡ của mẫu của *X* và mẫu của *Y*. Với D_0 là một giá trị nào đó trong kiểm định ở mức ý nghĩa α, ta có ba trường hợp kiểm định tổng quát như thể hiện trong bảng 3.

Bảng 3. Tóm tắt các trường hợp kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai thống thể có phân bố chuẩn, không biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập cỡ mẫu nhỏ.

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0: \mu_x-\mu_y \le D_0 \\ H_1: \mu_x-\mu_y > D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x-\mu_y \ge D_0 \\ H_1: \mu_x-\mu_y < D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x-\mu_y = D_0 \\ H_1: \mu_x-\mu_y \ne D_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$t_{tt} = \frac{\bar{x}-\bar{y}-D_0}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}}}$ với $s_p^2 = \frac{(n_x-1)s_x^2+(n_y-1)s_y^2}{(n_x-1)+(n_y-1)}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$t_{tt} > t_{n_x+n_y-2,\alpha}$	$t_{tt} < -t_{n_x+n_y-2,\alpha}$	$t_{tt} > t_{n_x+n_y-2,\alpha/2}$ hoặc $t_{tt} < -t_{n_x+n_y-2,\alpha/2}$

2.1.2. Hai mẫu theo cặp

Giả sử rằng chúng ta có một mẫu ngẫu nhiên gồm n cặp quan sát từ những phân phối của hai tổng thể có trung bình lần lượt là μ_x và μ_y. Đặt $\bar{d}$ và s_d là trung bình và độ lệch chuẩn cho sự khác nhau của n cặp $(x_i - y_i)$. Nếu tổng thể của sự khác nhau này có phân phối chuẩn, D_0 là một giá trị cụ thể nào đó để kiểm định và kiểm định ở mức ý nghĩa α ta có ba trường hợp kiểm định tổng quát như thể hiện trong bảng 4.

Bảng 4. Tóm tắt các trường hợp kiểm định sự khác biệt của hai trung bình trong hai thổng thể có phân bố chuẩn và phương sai như nhau dựa trên phối hợp từng cặp.

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thiết	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \le D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y > D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y \ge D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y < D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y = D_0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y \ne D_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$t_{tt} = \dfrac{\bar{d} - D_0}{s_d / \sqrt{n}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$t_{tt} > t_{n-1,\alpha}$	$t_{tt} < -t_{n-1,\alpha}$	$t_{tt} > t_{n-1,\alpha/2}$ hoặc $t_{tt} < -t_{n-1,\alpha/2}$

2.2. Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai tỷ lệ trong hai tổng thể, mẫu lớn, độc lập

Giả sử có hai tổng thể, tỷ lệ của mỗi tổng thể lần lượt là p_x và p_y. Mặt khác, giả sử có có 2 mẫu độc lập được rút ra từ hai tổng thể nêu trên, một mẫu cỡ n_x, một mẫu cỡ n_y. Gọi x và y lần lượt là số quan sát được trong hai mẫu nói trên. Khi đó tỷ lệ của mẫu 1 và mẫu 2 lần lượt là:

$\bar{p}_x = \dfrac{x}{n_x}$ và $\bar{p}_y = \dfrac{y}{n_y}$; $\bar{p}$ - ước lượng chung cho tỷ lệ hai mẫu kết hợp; $p_x - p_y$ - ước lượng chênh lệch giữa 2 giá trị tỷ lệ tổng thể được giả thuyết.

Với một mẫu cỡ n và tỷ lệ là p, nếu np và $n(1-p) \ge 5$ thì phân bố tỉ lệ mẫu xấp xỉ phân bố chuẩn với trung bình của phân phối bằng p và phương sai của phân phối bằng $p(1-p)/n$. Chênh lệch trên tỉ lệ 2 mẫu $(\bar{p}_x - \bar{p}_y)$ là ước lượng không chệch của chênh lệch trên 2 tỉ lệ tổng thể $(p_x - p_y)$. Phương sai của phân bố mẫu $(\bar{p}_x - \bar{p}_y)$ được tính theo công thức:

$$s^2_{px-py} = \frac{p_x(1-p_x)}{n_x} + \frac{p_y(1-p_y)}{n_y} = \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_x} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_y} = \bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right), \quad (4)$$

Cách tính $\bar{p}$ **:** Khi kiểm định giả thiết về tỉ lệ 2 tổng thể. Ví dụ $H_0: p_x = p_y$, giả thuyết cho rằng 2 tỷ lệ của tổng thể bằng nhau nhưng không xác định trị số chung của 2 tỉ lệ này do đó chúng ta đặt ra $p_x = p_y = p$. Vậy theo nguyên tắc $\bar{p}_x$ và $\bar{p}_y$ đều là ước lượng không chệch của p, tuy nhiên sẽ được ước lượng tốt nhất cho p là $\bar{p}$ nếu nhập chung 2 mẫu lại để có:

$$\overline{p} = \frac{n_x \overline{p}_x + n_y \overline{p}_y}{n_x + n_y} = \frac{x + y}{n_x + n_y}, \tag{5}$$

với: $\overline{p}$ - ước lượng tốt nhất của trị số chung p hay tỷ lệ gộp chung.

Một cách tổng quát, biến số Z_{tt} cho kiểm định 2 tỉ lệ tổng thể:

$$Z_{tt} = \frac{\left(\overline{p}_x - \overline{p}_y\right) - \left(p_x - p_y\right)}{\sqrt{\overline{p}\left(1 - \overline{p}\right)\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}}, \tag{6}$$

Nói tóm lại, khi cỡ mẫu đủ lớn thì phân bố của tỷ lệ mẫu $\overline{p}_x$ và $\overline{p}_y$ tiệm cận phân bố chuẩn. Vì vậy, sự chênh lệch giữa hai tỷ lệ mẫu $\overline{p}_x - \overline{p}_y$ cũng có phân bố chuẩn. Có hai trường hợp khi đặt giả thuyết H_0 cho kiểm định sự khác biệt (hay chênh lệch) giữa hai tỷ lệ tổng thể $\overline{p}_x - \overline{p}_y$. Với D_0 là một giá trị nào đó trong kiểm định ở mức ý nghĩa α, ta có bảng tóm tắt các trường hợp kiểm định theo bảng 5.

Bảng 5. Tóm tắt các trường hợp kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai tỷ lệ trong hai tổng thể, mẫu lớn, độc lập.

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0: p_x - p_y \le D_0 \\ H_1: p_x - p_y > D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: p_x - p_y \ge D_0 \\ H_1: p_x - p_y < D_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: p_x - p_y = D_0 \\ H_1: p_x - p_y \ne D_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_{tt} = \frac{\overline{p}_x - \overline{p}_y - D_0}{\sqrt{\overline{p}\left(1 - \overline{p}\right)\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}}$ trong đó: $\overline{p}_x = \frac{x}{n_x}$; $\overline{p}_y = \frac{y}{n_y}$ và $\overline{p} = \frac{x + y}{n_x + n_y}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_\alpha$	$Z_{tt} < -Z_\alpha$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$

2.3. Kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai phương sai trong hai tổng thể có phân bố chuẩn

Việc kiểm định hai tổng thể *X*, *Y* phân bố chuẩn có biến động cùng mức độ như nhau không, người ta dùng phương pháp kiểm định phương sai của 2 tổng thể độc lập dựa vào đại lượng F:

$$F_{tt} = \frac{s_x^2}{s_y^2}, \tag{7}$$

trong đó: s_x^2 - phương sai mẫu của X, cỡ mẫu n_x; s_y^2 - phương sai mẫu của Y, cỡ mẫu n_y.

- Giả thuyết đặt ra khi kiểm định 2 phía:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \end{cases}$$

Nếu tỉ số F lớn hoặc rất nhỏ ta có thể suy diễn rằng 2 phương sai tổng thể khó mà bằng nhau, ngược lại nếu F gần 1 thì ta có đủ bằng chứng ủng hộ H_0. Nếu mỗi tổng thể lấy mẫu được giả định là có phân bố chuẩn thì tỉ lệ F có phân phối xác suất gọi là phân bố Fisher. Các giá trị tới hạn của phân bố Fisher phụ thuộc 2 giá trị của bậc tự do: bậc tự do tương ứng với mẫu của *X* là n_x - 1 và bậc tự do tương ứng với mẫu của *Y* là n_y - 1.

Quy tắc để quyết định bác bỏ H_0: $F_{tt} < F_{n_x-1;n_y-1;1-\alpha/2}$ hoặc $F_{tt} > F_{n_x-1;n_y-1;\alpha/2}$.

- Nếu kiểm định bên phải: $\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 \leq \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2 \end{cases}$, Quy tắc bác bỏ H_0: $F_{tt} > F_{n_x-1;n_y-1;\alpha}$

- Nếu kiểm định bên trái $\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 \geq \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 < \sigma_y^2 \end{cases}$, Quy tắc bác bỏ H_0: $F_{tt} < F_{n_x-1;n_y-1;1-\alpha}$.

Bảng 6. Tóm tắt các trường hợp kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai phương sai trong hai tổng thể có phân bố chuẩn.

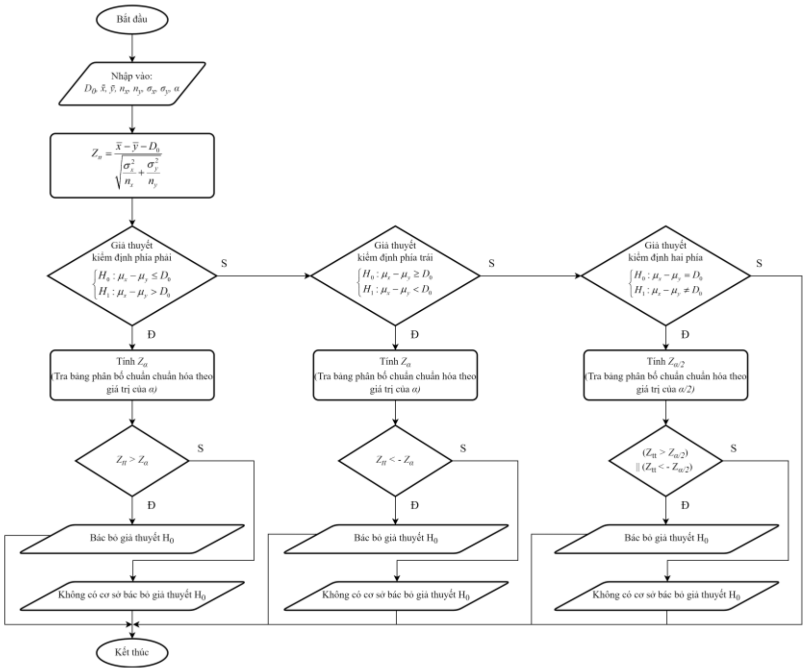
TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 \leq \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 \geq \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 < \sigma_y^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_0 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \end{cases}$
2	Kiểm định	$F_{tt} = \frac{s_x^2}{s_y^2}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$F_{tt} > F_{n_x-1;n_y-1;\alpha}$	$F_{tt} < F_{n_x-1;n_y-1;1-\alpha}$	$F_{tt} > F_{n_x-1;n_y-1;\alpha/2}$ hoặc $F_{tt} < F_{n_x-1;n_y-1;1-\alpha/2}$

3. XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ TRONG ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA PHƯƠNG TIỆN ĐƯỜNG SẮT

Trên cơ sở lý thuyết trình bày trong mục 2, bằng ngôn ngữ lập trình Java, tiến hành xây dựng các chương trình tính toán tương ứng, bao gồm các lưu đồ thuật toán và các giao diện.

3.1. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, biết phương sai của tổng thể

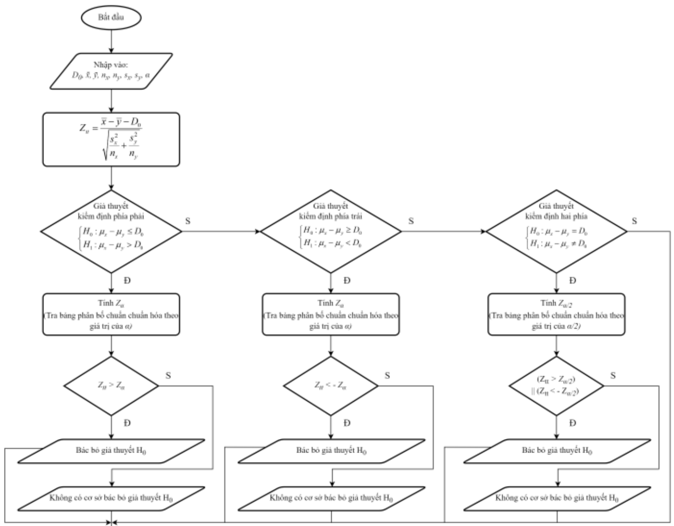
Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 3.



Hình 3. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập.

3.2. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu lớn

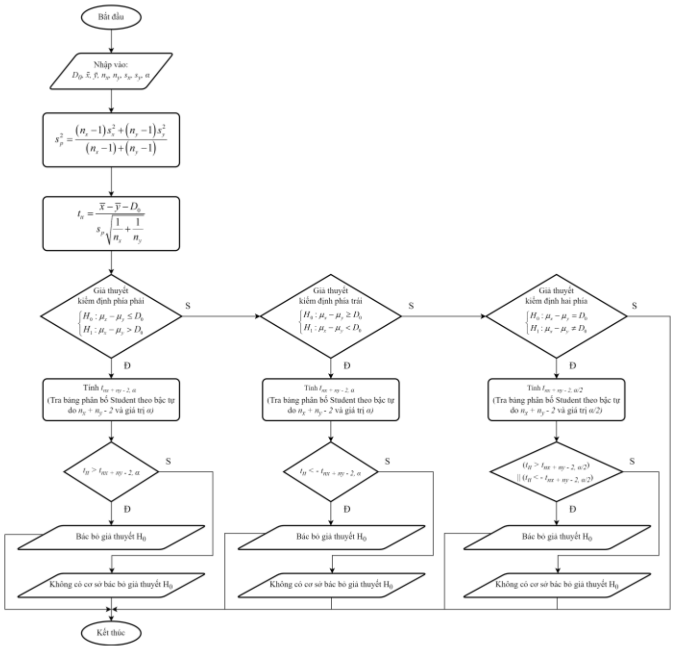
Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 4.



Hình 4. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, không biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập cỡ mẫu lớn.

3.3. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu nhỏ

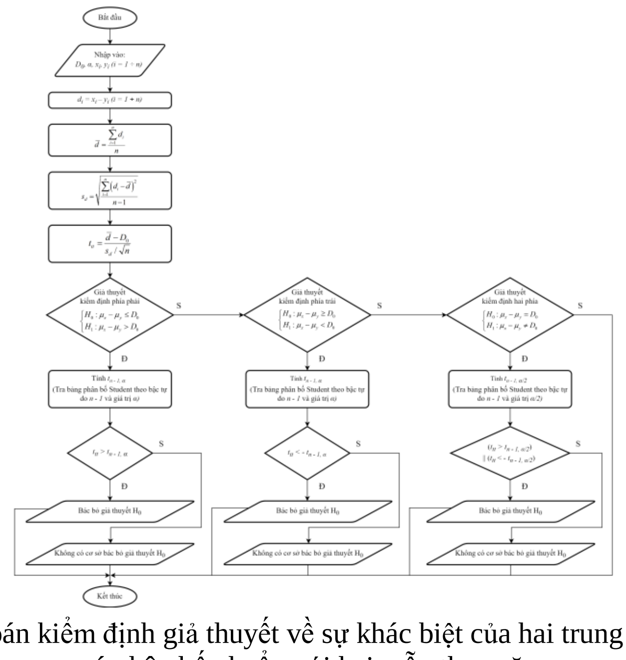
Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 5.



Hình 5. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, không biết phương sai của hai tổng thể, hai mẫu độc lập cỡ mẫu nhỏ.

3.4. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu theo cặp

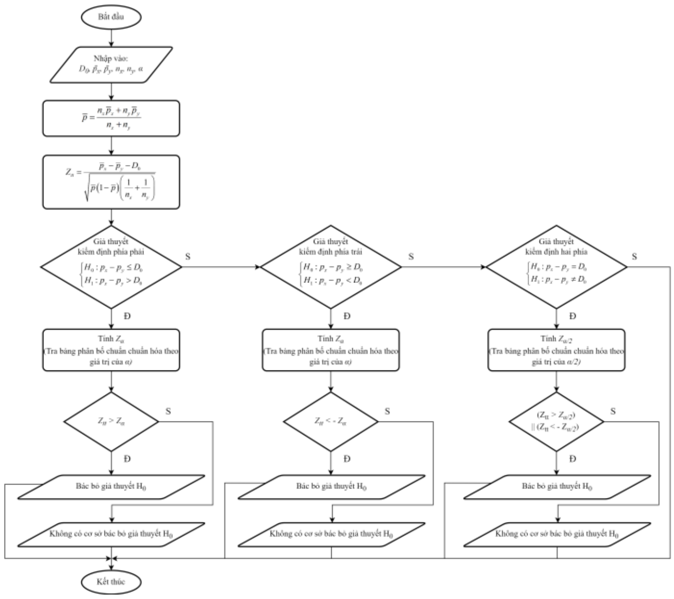
Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 6.



Hình 6. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn với hai mẫu theo cặp.

3.5. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai tỷ lệ trong hai tổng thể, mẫu lớn, độc lập

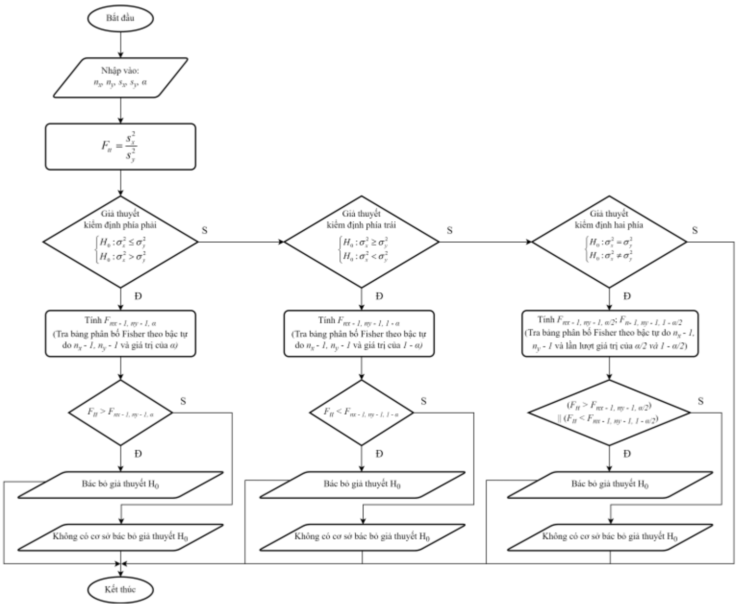
Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 7.



Hình 7. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai tỷ lệ trong hai tổng thể, mẫu lớn, độc lập.

3.6. Thiết lập lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai phương sai trong hai tổng thể có phân bố chuẩn

Lưu đồ thuật toán thể hiện trên hình 8.



Hình 8. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai phương sai trong hai tổng thể có phân bố chuẩn.

4. ỨNG DỤNG MỘT SỐ BÀI TOÁN KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CÓ THAM SỐ, HAI MẪU

4.1. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, biết phương sai của tổng thể

Bài toán 2M1: Trong quá trình đánh giá độ bền mỏi của khung giá chuyển hướng đầu máy, trước hết cần xác định giới hạn chảy của vật liệu chế tạo khung giá. Nhóm mẫu vật liệu thứ nhất được lấy từ khung giá chuyển hướng loại đầu máy A là n_x = 20 mẫu. Sau khi thử nghiệm cơ tính xác định được giới hạn chảy trung bình của mẫu là $\bar{x}$ = 205,5 MPa. Nhóm mẫu vật liệu thứ hai được lấy từ khung giá chuyển hướng loại đầu máy B là n_y = 25 mẫu. Sau khi thử nghiệm cơ tính xác định được giới hạn chảy trung bình của mẫu là $\bar{y}$ = 239,2 MPa. Biết rằng giới hạn chảy của hai loại thép có phân bố chuẩn với độ lệch chuẩn theo thứ σ_x = 27,6 và σ_y = 34,5. Dựa vào các dữ liệu trên, có thể kết luận rằng giới hạn chảy trung bình (tổng thể) của hai loại thép tương ứng là μ_x, μ_y có thực sự khác biệt hay không? Hãy tiến hành kiểm định ở mức ý nghĩa $\alpha = 0{,}01$.

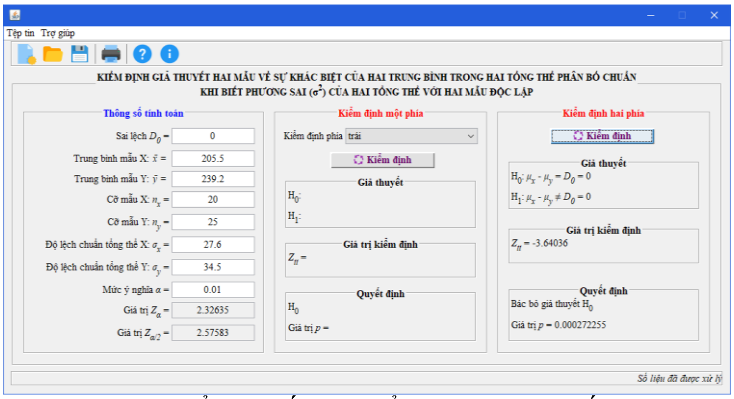
Quá trình kiểm định:

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = 0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y \neq 0 \end{cases}$$, đây là kiểm định hai phía.

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa $\alpha = 0{,}01$ thể hiện trên giao diện hình 9.



Hình 9. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M1.

3. Kết luận: Vì $Z_{tt} = -3{,}64 < -Z_{\alpha/2=0{,}005} = -2{,}58$, nên ở mức ý nghĩa α = 0,01, giả thiết H_0 bị bác bỏ, có nghĩa là giới hạn chảy trung bình (tổng thể) của hai loại thép nói trên là thực sự có khác biệt.

4.2. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu lớn

Bài toán 2M2: Trong phân xưởng cơ khí của một xí nghiệp đầu máy có hai máy công cụ tự động giống nhau do cùng một kỹ thuật viên phụ trách để chế tạo một loại bu lông. Từ mỗi máy lấy ra 31 bu lông ($n_x = n_y = 31$) để kiểm tra chiều dài của chúng, kết quả thu được như sau: Máy 1: Chiều dài trung bình mẫu μ_x = 12 cm, độ lệch chuẩn $s_x = 1{,}2$ cm. Máy 2: Chiều dài trung bình mẫu μ_y = 12,3 cm, độ lệch chuẩn s_y = 1,4 cm. Với mức ý nghĩa α = 0,01 có thể cho rằng chiều dài của các bu lông do máy 2 sản xuất khác với chiều dài do máy 1 sản xuất hay không. Biết chiều dài của các bu lông do các máy sản xuất đều có phân bố chuẩn.

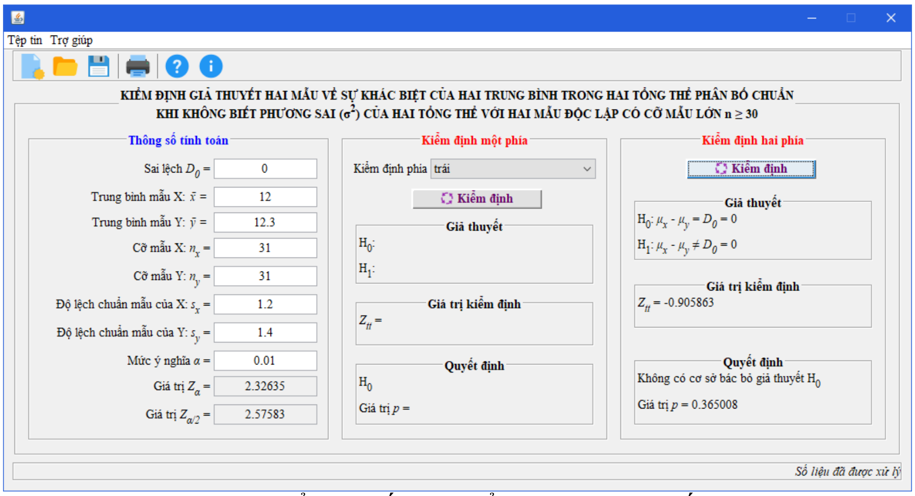
Quá trình kiểm định:

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y = 0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y \neq 0 \end{cases},$$ đây là kiểm định hai phía.

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa α = 0,01 thể hiện trên giao diện hình 10.



Hình 10. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M2.

3. Kết luận: Vì $Z_{tt} = -0,91 > -Z_{\alpha/2=0,005} = -2,58$, nên ở mức ý nghĩa α = 0,01 chưa có cơ sở để bác bỏ giả thiết H_0, hay nói khác, có thể coi chiều dài của các bu lông do hai máy sản xuất là như nhau.

4.3. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu độc lập, không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu nhỏ

Bài toán 2M3: Trong một nhà máy chế tạo toa xe có hai phân xưởng A và B cùng chế tạo một loại lò xo tròn. Để đánh giá tuổi bền mỏi của các lò xo do hai phân xưởng chế tạo, người ta tiến hành thử nghiệm các lò xo này cho đến khi phá hủy. Một mẫu gồm n_x =10 lò xo của phân xưởng A cho tuổi thọ trung bình $\overline{x}$ = 4.000 h với độ lệch chuẩn s_x = 200 h. Một mẫu gồm n_y = 8 lò xo của phân xưởng B cho tuổi thọ trung bình $\overline{y}$ = 4.300 h với độ lệch chuẩn s_y = 250 h. Biết rằng tuổi thọ của mỗi lò xo của hai phân xưởng A và B tuân theo luật phân bố chuẩn. Hãy cho kết luận về sự khác nhau giữa tuổi thọ trung bình (tổng thể) μ_x, μ_y của hai loại lò xo trên với mức ý nghĩa α = 0,01.

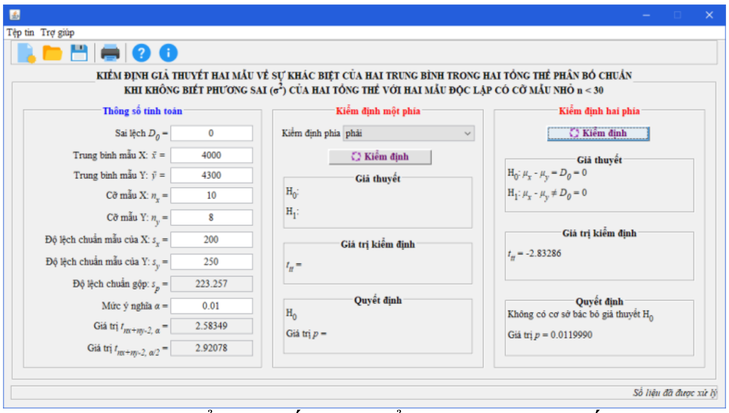
Quá trình kiểm định:

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0: \mu_x - \mu_y = 0 \\ H_1: \mu_x - \mu_y \neq 0 \end{cases},$$ đây là kiểm định hai phía.

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa α = 0,01 thể hiện trên giao diện hình 11.



Hình 11. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M3.

3. Kết luận: Vì $|t_{tt}| = 2,83 < t^{16}_{\alpha/2=0,005} = 2,92$ nên không thể bác bỏ giả thiết H_0 ở mức ý nghĩa α = 0,01, hay nói khác, tuổi thọ của chúng là không khác biệt nhau (sự khác nhau về tuổi thọ trung bình của hai loại lò xo trên là không có ý nghĩa về mặt thống kê).

4.4. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai trung bình trong hai tổng thể có phân bố chuẩn, hai mẫu theo cặp

Bài toán 2M4: Để đánh giá về hiệu quả của một loại vật liệu cách âm (ký hiệu M) đến tiếng ồn trong trong khoang hành khách của một loại toa xe, người ta chọn ngẫu nhiên 10 toa xe để thử nghiệm loại vật liệu cách âm này. Kết quả đo mức độ tiếng ồn (tính bằng dB) trước và sau khi sử dụng vật liệu cách âm được cho trong bảng:

Toa xe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trước	65	68	71	79	75	83	77	80	65	78
Sau	63	68	75	72	80	80	80	85	67	81

Cần đánh giá, vật liệu cách âm M có thực sự làm giảm tiếng ồn hay không, ở mức ý nghĩa α = 0,05, biết rằng tiếng ồn là biến ngẫu nhiên tuân theo luật phân bố chuẩn.

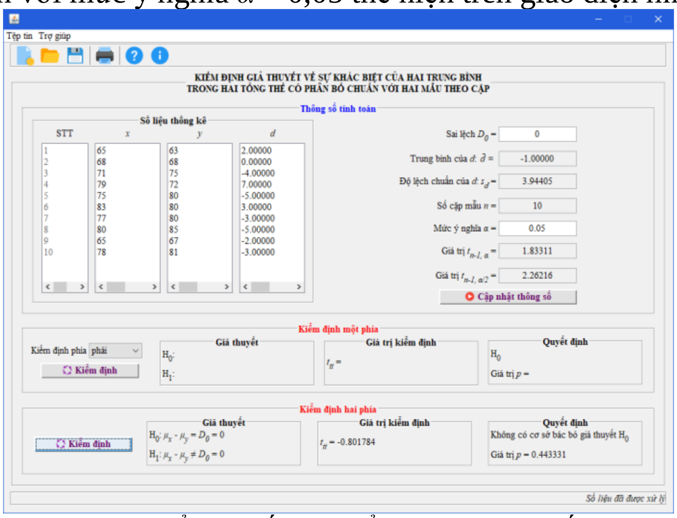
Quá trình kiểm định:

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_x - \mu_y = 0 \\ H_1 : \mu_x - \mu_y \neq 0 \end{cases}, \text{ đây là kiểm định hai phía.}$$

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa α = 0,05 thể hiện trên giao diện hình 12.



Hình 12. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M4.

3. Kết luận: Vì $|t_{tt}| = 0,8 < t^{9}_{\alpha/2=0,025} = 2,26$ nên không thể bác bỏ giả thiết H_0 ở mức ý nghĩa α = 0,05, hay nói khác, với mức ý nghĩa 5%, loại vật liệu M không làm thay mức tiếng ồn trong khoang khách toa xe.

4.5. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai tỷ lệ trong hai tổng thể, mẫu lớn, độc lập

Bài toán 2M5: Ngành đường sắt Việt Nam sử dụng nhiều loại toa xe hàng khác nhau, trong đó có hai loại toa xe hàng A và B. Khảo sát quá trình vận dụng các loại toa xe này trong khoảng thời gian 1 năm, thấy rằng, trong n_x =1000 toa xe hàng loại A có x = 20 toa xe bị hư hỏng đột xuất phải cắt móc; trong n_y = 900 toa xe hàng loại B có y = 30 toa xe bị hư hỏng đột xuất phải cắt móc. Hỏi chất lượng vận dụng của hai loại toa xe này có thực sự như nhau hay không với mức ý nghĩa α = 0,05?

Quá trình kiểm định:

Gọi p_x, p_y lần lượt là tỷ lệ toa xe hư hỏng đột xuất phải cắt móc đối với loại toa xe A và B tương ứng. Đây là bài toán so sánh hai tỷ lệ của tổng thể.

Với mẫu cụ thể:

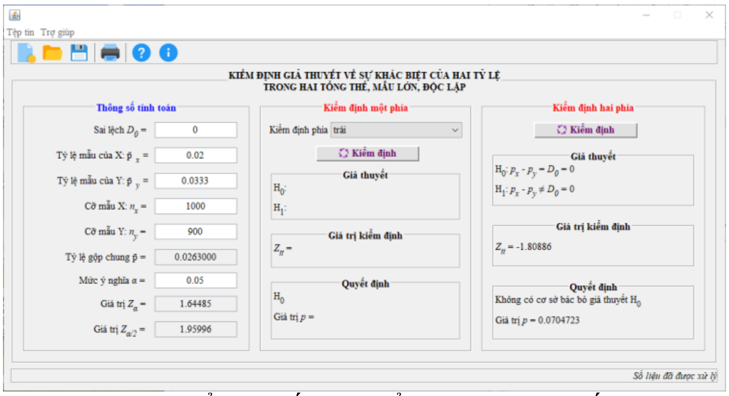
$$\overline{p}_x = \frac{x}{n_x} = \frac{20}{1000} = 0,02;\ \overline{p}_y = \frac{y}{n_y} = \frac{30}{900} = 0,0333 \quad \overline{p} = \frac{x+y}{n_x+n_y} = \frac{20+30}{1000+900} = 0,0263$$

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : p_x - p_y = 0 \\ H_1 : p_x - p_y \neq 0 \end{cases}, \text{ đây là kiểm định hai phía.}$$

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa α = 0,05 thể hiện trên giao diện hình 13.



Hình 13. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M5.

3. Kết luận: Vì $|Z_{tt}| = 1,81 < Z_{\alpha/2=0,025} = 1,96$ nên không thể bác bỏ giả thiết H_0 ở mức ý nghĩa α = 0,05, hay nói khác, với mức ý nghĩa 5%, chất lượng vận dụng của của hai loại toa xe này là như nhau.

4.6. Bài toán kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của hai phương sai trong hai tổng thể có phân bố chuẩn

Bài toán 2M6: Một nhà máy chế tạo toa xe cho ra đời hai loại guốc hãm bằng gang tiêu chuẩn, ký hiệu lần lượt là A và B. Người ta tiến hành lắp đặt và thử nghiệm để đánh giá độ lệch chuẩn về tuổi thọ của hai loại guốc hãm này. Số lượng guốc hãm được thử nghiệm và độ lệch chuẩn về tuổi thọ được cho trong bảng.

Loại guốc hãm	Số lượng guốc hãm được thử nghiệm	Độ lệch chuẩn về tuổi thọ
A	$n_x = 20$	$s_1 = 1000$ km
B	$n_y = 26$	$s_2 = 500$ km

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, hãy kiểm định xem có sự khác biệt về độ lệch chuẩn của tuổi thọ của hai loại guốc hãm này hay không.

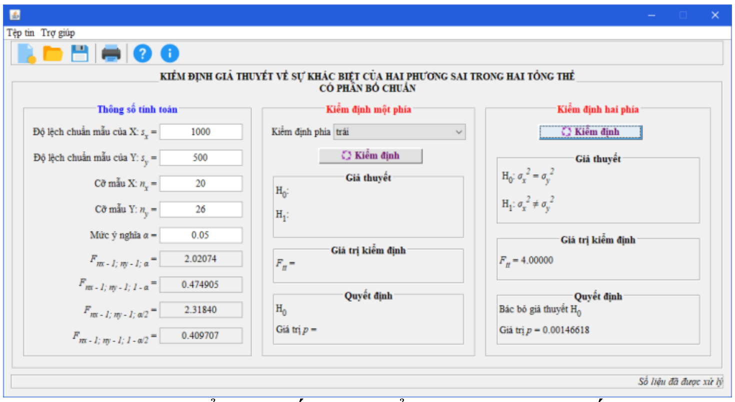
Quá trình kiểm định:

1. Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \end{cases}$$, đây là kiểm định hai phía.

2. Kiểm định giả thuyết: a. Nhập số liệu vào chương trình; b. Tính toán kiểm nghiệm

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ thể hiện trên giao diện hình 14.



Hình 14. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 2M6.

3. Kết luận: Vì $F_{tt} = 4 > F_{19;25;0,025} = 2,32$ nên bác bỏ giả thiết H_0 ở mức ý nghĩa α = 0,05, hay nói khác có thể kết luận rằng: với mức ý nghĩa 5%, độ lệch chuẩn (tổng thể) của tuổi thọ của hai loại guốc hãm này này là khác biệt nhau.

5. KẾT LUẬN

Trên cơ sở lý thuyết của phương pháp kiểm nghiệm giả thuyết thống kê có tham số, hai mẫu, đã xây dựng được 06 chương trình tính toán và ứng dụng các chương trình đó cho việc đánh giá độ tin cậy của phương tiện đường sắt thông qua các bài toán cụ thể. Các chương trình đã xây dựng có giao diện thuần Việt, thân thiện, dễ sử dụng, cho phép tính toán với các thông số đầu vào đa dạng, cho kết quả một cách nhanh chóng và tin cậy.

Để bao quát hết việc ứng dụng các phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê trong đánh giá độ cậy của phương tiện đường sắt, cần có đầy đủ các nội dung về kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, một mẫu, hai mẫu và kiểm định giả thuyết thống kê phi tham số.

Các nội dung về kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, một mẫu và kiểm định giả thuyết thống kê phi tham số được trình bày ở các bài báo khác.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải trong đề tài mã số T2023-CK-005.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phan Văn Khôi, Cơ sở đánh giá độ tin cậy, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2001.
[2]. Đỗ Đức Tuấn, Độ tin cậy và tuổi bền máy, NXB Giao thông vận tải, Hà Nội, 2013.
[3]. S. Chandra, M. M. Agarwal, Railway Engineering, Oxford University Press, The United Kingdom, 2007.
[4]. Q. Mahboob, E. Zio, Handbook of RAMS in Railway Systems - Theory and Practice, CRC Press, The United States, 2018. https://doi.org/10.1201/b21983
[5]. A. P. Patra, Maintenance Decision Support Models for Railway Infrastructure using RAMS & LCC Analyses, Doctoral Thesis, Lulea University of Technology, Sweden, 2009.
[6]. M. G. Park, Integration of RAMS management into railway systems engineering, Doctoral Thesis, University of Birmingham, The United Kingdom, 2013.
[7]. V. Profillidis, Railway Management and Engineering, Routledge, The United Kingdom, 2016.
[8]. S. Woo, Reliability Design of Mechanical Systems- A Guide for Mechanical and Civil Engineers, Springer, Germany, 2017.
[9]. А.Д. Пузанков, Надёжность конструций локомотивов. МИИТ. Москва, 1999.
[10]. А.Д. Пузанков, Надёжность локомотивов. МИИТ. Москва, 2006.
[11]. Tống Đình Quỳ, Giáo trình xác suất thống kê, NXB Bách khoa - Hà Nội, 2007.
[12]. Nguyễn Thống, Phương pháp định lượng trong quản lý, NXB Thống kê, 1998.
[13]. Nguyễn Thống, Thống kê ứng dụng trong quản lý kỹ thuật, Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia Tp. HCM, 2001.
[14]. Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh, Giáo trình lý thuyết xác suất & thống kê toán, NXB Thống kê, Hà Nội, 2004.
[15]. T. T. Soong, Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers, Wiley, The United States, 2004. https://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Probability+and+Statistics+for+Engineers-p-9780470868157
[16]. D. S. Moore, G. P. McCabe, B. A. Craig, Introduction to the Practice of Statistics, W. H. Freeman, The United States, 2016.
[17]. J. A. Rice, Mathematical Statistics and Data Analysis, Cengage Learning, The United States, 2006.
[18]. A. Papoulis, Probability and Statistics, Pearson, The United Kingdom, 1989.