Transport and Communications Science Journal

BUILDING GENERAL MODELS FOR ASSESSMENT OF RELIABILITY OF COMPLEX ENGINEERING SYSTEMS

Nguyen Duc Toan, Do Duc Tuan*

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

Received: 30/01/2023
Revised: 08/04/2023
Accepted: 14/04/2023
Published online: 15/04/2023

https://doi.org/10.47869/tcsj.74.3.8

* *Corresponding author*
Email: ddtuan@utc.edu.vn

Abstract: A complex engineering system is composed of elements and sub-systems. In operation, they may be damaged, leading to their reliability indicators being degraded and directly affecting the system's performance. If they are restored after failure, the reliability of the system depends on the working time between failures and their restoration time. Such a system is called a restorative serial system. To evaluate the reliability of the complex engineering system, it is necessary to build a general model describing the system's operation and its reliability evaluation model, including state models, state transition matrices, and systems of state transition probability equations for the whole system. This is the content of the article. From the general model, it will be applied to evaluate the reliability of certain complex engineering systems, such as the national rail transport system, the urban rail transport system, or their sub-systems, such as railways, bridges, tunnels, rolling stock or metro trains, information and signal, power supply, stations etc., depending on their functions, tasks and characteristics.

Keywords: state model, reliability, engineering system, element, sub-system

Tạp chí Khoa học Giao thông Vận tải, Tập 74, Số 3 (04/2023), 329-345

Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải

XÂY DỰNG MÔ HÌNH TỔNG QUÁT ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA HỆ THỐNG KỸ THUẬT PHỨC HỢP

Nguyễn Đức Toàn, Đỗ Đức Tuấn*

Trường Đại học Giao thông vận tải, số 3 Cầu Giấy, Hà Nội

THÔNG TIN BÀI BÁO

Ngày nhận bài: 30/01/2023
Ngày nhận bài sửa: 08/04/2023
Ngày chấp nhận đăng: 14/04/2023
Ngày xuất bản Online: 15/04/2023

https://doi.org/10.47869/tcsj.74.3.8

* *Tác giả liên hệ*
Email: ddtuan@utc.edu.vn

Tóm tắt: Một hệ thống kỹ thuật phức hợp được cấu thành từ các phần tử và các phân hệ. Trong quá trình hoạt động, các phần tử hoặc phân hệ có thể bị hư hỏng, dẫn đến các chỉ tiêu độ tin cậy của chúng bị suy giảm và ảnh hưởng trực tiếp đến hiệu quả hoạt động của hệ thống. Các phần tử hoặc phân hệ sau khi hư hỏng, nếu được phục hồi, thì độ tin cậy của hệ phụ thuộc vào thời gian làm việc giữa các lần hỏng và thời gian phục hồi của chúng. Một hệ thống như vậy được gọi là hệ các phần tử hoặc phân hệ liên kết nối tiếp có phục hồi. Để đánh giá được độ tin cậy của các hệ thống kỹ thuật phức hợp đã nêu, trước hết cần xây dựng được mô hình tổng quát mô tả hoạt động của hệ thống và mô hình đánh giá độ tin cậy của nó, bao gồm các mô hình trạng thái, các ma trận chuyển tiếp trạng thái và các hệ phương trình xác suất chuyển tiếp trạng thái của toàn hệ thống. Đây chính là nội dung của bài báo. Từ mô hình tổng quát, sẽ tiến hành áp dụng cho việc đánh giá độ tin cậy của các hệ thống kỹ thuật phức hợp cụ thể nào đó, chẳng hạn như hệ thống vận tải đường sắt quốc gia, hệ thống vận tải đường sắt đô thị, hoặc các phân hệ trong các hệ thống đó, như phân hệ đường sắt, cầu, hầm, phương tiện đầu máy, toa xe hay đoàn tàu metro, phân hệ thông tin, tín hiệu, phân hệ cung cấp điện, nhà ga v.v., tùy theo chức năng, nhiệm vụ và đặc điểm của các đối tượng đã nêu.

Từ khóa: mô hình trạng thái, độ tin cậy, hệ thống kỹ thuật, phần tử, phân hệ

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một hệ thống kỹ thuật phức hợp được cấu thành từ các phần tử và các phân hệ. Trong quá trình hoạt động, các phần tử hoặc phân hệ có thể bị hư hỏng, dẫn đến các chỉ tiêu độ tin cậy của chúng bị suy giảm và ảnh hưởng trực tiếp đến hiệu quả hoạt động của hệ thống.

Theo Lý thuyết độ tin cậy [1-11] các hệ thống kỹ thuật phức hợp có thể phân chia thành:

+ Hệ các phần tử liên kết nối tiếp, trong đó có:

- Hệ các phần tử liên kết nối tiếp không phục hồi
- Hệ các phần tử liên kết nối tiếp có phục hồi

+ Hệ các phần tử liên kết song song, trong đó có:

- Hệ các phần tử liên kết song song không phục hồi
- Hệ các phần tử liên kết song song có phục hồi

Theo định nghĩa trong Lý thuyết độ tin cậy, hệ nối tiếp là hệ mà ở đó hệ bị hỏng khi chỉ một phần tử hoặc phân hệ bị hỏng. Còn hệ song song là hệ chỉ bị hỏng khi tất cả các phần tử bị hỏng.

Các phần tử hoặc phân hệ sau khi hư hỏng, nếu được phục hồi, thì độ tin cậy của hệ phụ thuộc vào thời gian làm việc giữa các lần hỏng và thời gian phục hồi của chúng. Mặt khác, khi chỉ một phần tử hoặc phân hệ bị hỏng sẽ dẫn đến toàn hệ thống phải dừng hoạt động. Trong trường hợp này, một hệ thống như vậy được gọi là hệ các phần tử hoặc phân hệ liên kết nối tiếp có phục hồi.

Ở nước ngoài đã có một số công trình liên quan đến vấn đề đánh giá ảnh hưởng của độ tın cậy các phần tử hoặc phân hệ tới hiệu quả hoạt động của các hệ thống kỹ thuật khác nhau [5-11], trong khi đó ở Việt Nam, vấn đề này hầu như chưa được quan tâm nghiên cứu.

Vì vậy, để đánh giá được độ tin cậy của các hệ thống kỹ thuật phức hợp đã nêu, trước hết cần xây dựng được mô hình tổng quát mô tả hoạt động của hệ thống và mô hình đánh giá độ tin cậy của nó, bao gồm các mô hình trạng thái, các ma trận chuyển tiếp trạng thái và các hệ phương trình xác suất chuyển tiếp trạng thái của toàn hệ thống. Đây là nghiên cứu nhằm kế thừa và bổ sung về lý thuyết, từ đó có thể từng bước áp dụng vào thực tế trong điều kiên Việt Nam.

Từ mô hình tổng quát, sẽ tiến hành áp dụng cho việc đánh giá độ tin cậy của các hệ thống kỹ thuật phức hợp cụ thể nào đó, chẳng hạn như hệ thống vận tải đường sắt quốc gia, hệ thống vận tải đường sắt đô thị, hoặc các phân hệ trong các hệ thống đó, như phân hệ đường sắt, cầu, hầm, phương tiện đầu máy, toa xe hay đoàn tàu metro, phân hệ thông tin, tín hiệu, phân hệ cung cấp điện, nhà ga v.v., tùy theo chức năng, nhiệm vụ và đặc điểm của các đối tượng đã nêu.

Khi đánh giá được các chỉ tiêu độ tin cậy và mức độ ảnh hưởng của các hư hỏng của các phần tử hoặc phân hệ tới chất lượng hoạt động và hiệu quả của hệ thống, cũng như mối tương quan giữa những chỉ tiêu đó với kỳ vọng toán của thời gian làm việc tới hỏng và thời gian phục hồi, có thể lập kế hoạch và tiến hành các giải pháp kinh tế-kỹ thuật hợp lý cho việc nâng cao mức tin cậy của các phần tử hoặc phân hệ nói riêng và của toàn hệ thống nói chung.

2. KHÁI QUÁT VỀ MÔ HÌNH HOẠT ĐỘNG CỦA HỆ THỐNG KỸ THUẬT PHỨC HỢP

Một hệ thống phức hợp được hiểu là một tập hợp các các phần tử hoặc phân hệ, được sử dụng để thực hiện một chức năng nào đó. Đối với các hệ thống phức hợp, sự mất khả năng làm việc có thể là hoàn toàn hoặc một phần, điều đó dẫn đến làm giảm mức tin cậy, chất lượng hoạt động và hiệu quả của hệ thống.

Ở đây cần phân biệt các hư hỏng một phần và hư hỏng hoàn toàn của phần tử hoặc phân hệ trong hệ thống phức hợp. Các hư hỏng một phần của phần tử hoặc phân hệ có thể không gây ra hư hỏng hoàn toàn của hệ khi thực hiện nhiệm vụ đã cho. Tuy nhiên các các hư hỏng này của phần tử hoặc phân hệ có thể làm giảm xấu các đặc trưng chất lượng và hiệu quả hoạt động của hệ thống.

Các chỉ tiêu chất lượng $\Phi(t)$ và hiệu quả hoạt động $\varphi[t_1,t_2]$ của hệ thống được xác định bởi nhiệm vụ đặt ra đối với hệ thống đó. Chỉ tiêu chất lượng hoạt động được xác định bằng kỳ vọng toán học của đặc trưng chất lượng hoạt động của hệ thống tại thời điểm đã cho [7-11]:

$$\Phi(t) = M[\Phi_z(t)], \tag{1}$$

trong đó:

$\Phi(t)$ - hàm của vectơ $\overline{Z}(t)$ biểu thị trạng thái của hệ thống, bằng $\Phi[\overline{Z}(t)]$;

$M\left[\Phi_z(t)\right]$ - kỳ vọng toán học của đặc trưng chất lượng hoạt động của hệ thống tại thời điểm t đã cho.

Đối với một hệ thống phức hợp, trạng thái của nó được mô tả bằng vectơ:

$$\overline{Z}(t) = \begin{Vmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \ldots \\ X_i(t) \\ Y_j(t) \end{Vmatrix}, \tag{2}$$

trong đó:

$X_i(t)$ - hàm biểu diễn trạng thái của từng phần tử thứ i trong hệ thống;

$Y_j(t)$ - hàm mô tả nhu cầu thực hiện từng nhiệm vụ thứ j.

Hàm biểu diễn trạng thái của từng phần tử thứ i của hệ thống được xác định như sau:

$$X_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{nếu phần tử thứ } i \text{ có khả năng làm việc;} \\ 0 < X_i(t) < 1 & \text{nếu phần tử thứ } i \text{ bị hư hỏng một phần;} \\ 0 & \text{nếu phần tử thứ } i \text{ không có khả năng làm việc.} \end{cases}$$

Hàm biểu diễn từng nhiệm vụ thứ j được xác định như sau:

$$Y_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{nếu có nhu cầu thực hiện nhiệm vụ thứ } j\text{;} \\ 0 & \text{nếu không có nhu cầu thực hiện nhiệm vụ thứ } j\text{.} \end{cases}$$

Chỉ tiêu hiệu quả cuối cùng của hệ thống trong khoảng thời gian $t_1 < t < t_2$ chính là kỳ vọng toán của hiệu quả cuối cùng:

$$\varphi(t_1,t_2) = M\left[\varphi_z(t_1,t_2)\right], \tag{3}$$

trong đó:

$\varphi_z(t_1,t_2)$ - hiệu quả cuối cùng của hệ thống tương ứng với việc thực hiện hàm chức năng $\Phi_z(t)$.

Các chỉ tiêu chất lượng hoạt động và hiệu quả cuối cùng của một hệ thống giới hạn (hệ thống tuyệt đối không bị hư hỏng hay hệ thống lý tưởng) cũng được xác định tương tự như vậy. Lúc đó ở trạng thái không hỏng của hệ thống, tất cả các thành phần của vectơ $\overline{Z}(t)$ trong công thức (2) biểu diễn trạng thái của các phần tử của hệ thống, bằng 1.

Chỉ tiêu tương đối chất lượng hoạt động của hệ thống tại thời điểm t [7-11]:

$$R(t)=\Phi(t)/\Phi_0(t), \tag{4}$$

trong đó:

$\Phi(t)$ - ước lượng tức thời chất lượng hoạt động của hệ thống lý tưởng tại thời điểm t;

$\Phi_0(t)$ - chất lượng hoạt động của hệ thống lý tưởng trong khoảng thời gian $t_1<t<t_2$.

Hiệu quả trung bình của hệ thống trong khoảng thời gian $t_1<t<t_2$:

$$r(t_1,t_2)=\varphi(t_1,t_2)/\varphi_0(t_1,t_2),$$

trong đó:

$\varphi_0(t_1,t_2)$ - hiệu quả cuối cùng của hệ thống lý tưởng trong khoảng thời gian $t_1<t<t_2$.

Chỉ tiêu tích phân tương đối của chất lượng hoạt động của hệ thống trong khoảng thời gian $t_1<t<t_2$:

$$\rho[t_1,t_2]=\int_{t_1}^{t_2} R(t)dW(t),$$

trong đó:

$W(t)$ - hàm "trọng số" nào đó.

Chỉ tiêu tích phân chất lượng hoạt động của hệ thống được xác định bằng cách trung bình hoá chỉ tiêu tương đối chất lượng hoạt động $R(t)$ trong khoảng thời gian $t_1<t<t_2$ nhờ một hàm "trọng số" nào đó. Khi $W(t)\equiv t$, chỉ tiêu $\rho(t_1,t_2)$ có thứ nguyên là thời gian và đặc trưng cho sự ổn định chất lượng hoạt động của hệ thống trong khoảng thời gian t.

Khi đánh giá độ tin cậy của một hệ thống kỹ thuật phức hợp nào đó, cần phải phân chia hệ thống đó thành các phần tử hoặc phân hệ.

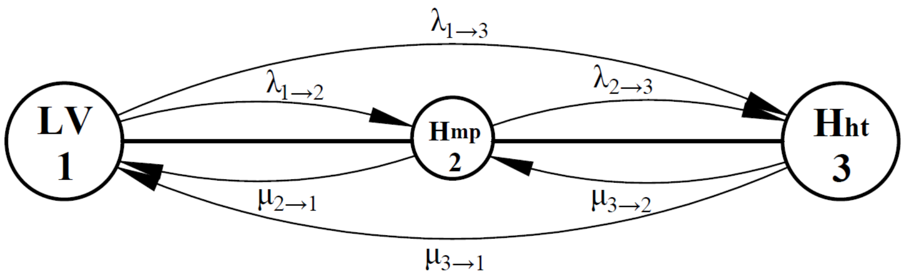
Trước hết, xét xác suất làm việc không hỏng hay độ tin cậy làm việc của một phần tử hoặc một phân hệ nào đó trong hệ thống. Trong quá trình làm việc của nó có thể xảy ra ba trạng thái:

1. Trạng thái làm việc bình thường LV- phần tử hoặc phân hệ là hoàn hảo (không hỏng) và sẵn sàng làm việc, (có thể ký hiệu là trạng thái 1).

2. Trạng thái hỏng một phần H_{mp} – phần tử hoặc phân hệ làm việc với hiệu quả thấp, kém chất lượng vì nó bị mất một phần khả năng làm việc, (có thể ký hiệu là trạng thái 2).

3. Trạng thái hỏng hoàn toàn H_{ht} – phần tử hoặc phân hệ hoàn toàn mất khả năng làm việc hay bị hư hỏng hoàn toàn, (có thể ký hiệu là trạng thái 3).

Trạng thái làm việc như vậy của phần tử hay phân hệ được gọi là trạng thái đầy đủ (hình 1).



Hình 1. Mô hình trạng thái đầy đủ của một phần tử.

- Khi phần tử hay phân hệ chuyển từ trạng thái làm việc LV (trạng thái 1) sang trạng thái hỏng một phần H_{mp} (trạng thái 2), thì cường độ hỏng hay cường độ chuyển tiếp trạng thái từ 1 sang 2 được ký hiệu là $\lambda_{LV\to H_{mp}}$, hoặc đơn giản là $\lambda_{1\to 2}$.

- Nếu hư hỏng một phần không được khắc phục (không được phục hồi) mà phần tử hoặc phân hệ vẫn tiếp tục làm việc cho đến khi nó bị hỏng hoàn toàn, thì nó chuyển từ trạng thái hỏng một phần H_{mp} (trạng thái 2) sang trạng thái hỏng hoàn toàn H_{ht} (trạng thái 3). Khi đó cường độ hỏng hay cường độ chuyển tiếp từ trạng thái 2 sang trạng thái 3 của nó được ký hiệu là $\lambda_{H_{mp}\to H_{ht}}$, hoặc đơn giản là $\lambda_{2\to 3}$.

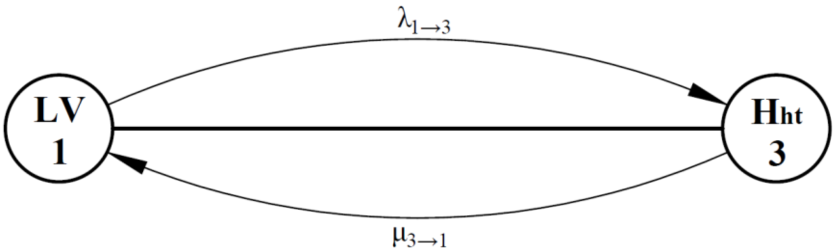
- Nếu phần tử hay phân hệ chuyển từ trạng thái làm việc LV (trạng thái 1) sang trạng thái hỏng hoàn toàn H_{ht} (trạng thái 3), thì cường độ hỏng hay cường độ chuyển tiếp từ trạng thái 1 sang trạng thái 3 của nó được ký hiệu là $\lambda_{LV\to H_{ht}}$, hoặc đơn giản là $\lambda_{1\to 3}$.

- Nếu hư hỏng một phần H_{mp} của phần tử hoặc phân hệ được khắc phục (được phục hồi), thì nó lại trở về trạng thái làm việc LV (trạng thái 1). Lúc đó cường độ phục hồi hay cường độ chuyển tiếp từ trạng thái hỏng một phần H_{mp} (trạng thái 2) sang trạng thái làm việc LV (trạng thái 1) của nó được ký hiệu là $\mu_{H_{mp}\to LV}$, hoặc đơn giản là $\mu_{2\to 1}$

- Nếu như hư hỏng hoàn toàn của phần tử hoặc phân hệ được khắc phục (phục hồi) nhưng không đầy đủ, thì nó chuyển trạng thái từ hỏng hoàn toàn H_{ht} (trạng thái 3) sang trạng thái hỏng một phần H_{mp} (trạng thái 2). Khi đó cường độ phục hồi hay cường độ chuyển tiếp từ trạng thái 3 sang trạng thái 2 của nó được ký hiệu là $\mu_{H_{ht}\to H_{mp}}$, hoặc đơn giản là $\mu_{3\to 2}$.

- Nếu như hư hỏng hoàn toàn H_{ht} của phần tử hoặc phân hệ được khắc phục (phục hồi) đầy đủ thì nó chuyển trạng thái từ H_{ht} (trạng thái 3) sang trạng thái LV (trạng thái 1). Khi đó cường độ phục hồi hay cường độ chuyển tiếp từ trạng thái 3 sang trạng thái 1 của nó được ký hiệu là $\mu_{H_{ht}\to LV}$, hoặc đơn giản là $\mu_{3\to 1}$.

Nếu không xét đến trạng thái thứ hai, tức là trạng thái hỏng một phần H_{mp}, thì mô hình này được gọi là mô hình trạng thái giới hạn (hình 2).



Hình 2. Mô hình trạng thái giới hạn của một phần tử.

Khi đó ta có cường độ hỏng chuyển tiếp trạng thái là $\lambda_{LV\rightarrow H_{ht}}$, hoặc đơn giản là $\lambda_{1\rightarrow 3}$ và cường độ phục hồi hay cường độ chuyển tiếp trạng thái của nó là $\mu_{H_{ht}\rightarrow LV}$, hoặc đơn giản là $\mu_{3\rightarrow 1}$.

Như vậy, nếu một hệ thống có nhiều phần tử (hay phân hệ), trong đó mỗi phần tử hay phân hệ thứ *k* (*k* = 1,2,..., *n*) nằm ở ba trạng thái làm việc LV, hỏng một phần H_{ht}, và hỏng hoàn toàn H_{ht}, thì tổng số trạng thái của hệ là 3^n-1.

Còn nếu mỗi phần tử hay phân hệ thứ *k* (*k* = 1,2,..., *n*) chỉ nằm ở hai trạng thái làm việc LV và hỏng hoàn toàn H_{ht}, thì tổng số trạng thái của hệ là 2^n-1.

Với cách lập luận như trên, quá trình chuyển tiếp trạng thái của bất kỳ hệ thống phức hợp nào đó cũng hoàn toàn tương tự.

3. XÂY DỰNG MÔ HÌNH TỔNG QUÁT ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA HỆ THỐNG KỸ THUẬT PHỨC HỢP

3.1. Cơ sở lý thuyết xây dựng mô hình

Bất kỳ một hệ thống kỹ thuật phức hợp nào cũng có thể được phân chia thành các phần tử hoặc các phân hệ như sau, tùy theo kết cấu, chức năng của hệ thống và mục tiêu nghiên cứu:

Phân hệ 1; Phân hệ 2; Phân hệ 3; Phân hệ thứ *i;* Phân hệ thứ *n*, v.v.

Chức năng của hệ thống là thực hiện nhiệm vụ cho trước trong một khoảng thời gian xác định mà không xảy ra hư hỏng. Trạng thái của hệ thống trong trường hợp tổng quát ở thời điểm bất kỳ được biểu diễn bằng vectơ [7-11]:

$$\overline{Z}(t) = \begin{Vmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ ... \\ Z_{N-1}(t) \\ Z_N(t) \end{Vmatrix}, \tag{5}$$

Trong đó các thành phần $Z_i(t)$ với i = 1,2,..., N có thể là các giá trị của các thông số khác nhau của hệ thống. Trong trường hợp cụ thể, các thành phần $Z_i(t)$, trong đó i = 1, 2,..., *n* có thể đặc trưng cho trạng thái của các phần tử hay phân hệ của hệ thống, còn $Z_i(t)$, trong đó *i* = *n*+1, *n*+2,..., *N* biểu thị chế độ bảo dưỡng kỹ thuật và sửa chữa của hệ thống. Lúc này *n* biểu thị số phần tử của hệ thống còn N là số thành phần của vectơ $\overline{Z}(t)$.

Đối với một hệ thống phức hợp hoạt động liên tục, thì trong mô hình toán của quá trình khai thác của nó, một trong các thành phần của vectơ (5) chỉ ra sự cần thiết phải thực hiên yêu cầu sau đây để thực hiện nhiệm vụ:

$$Z_N(t) = Y_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{nếu cần thực hiện nhiệm vụ vào thời điểm đã cho;} \\ 0 & \text{nếu không có nhu cầu thực hiện nhiệm vụ vào thời điểm đã cho.} \end{cases}$$

Giả thiết rằng, trong một khoảng thời gian xác định luôn luôn có nhu cầu thực hiện nhiệm vụ đặt ra, khi đó có nghĩa là $Y_1(t) = 1$.

Mỗi một trạng thái của hệ thống được mô tả bằng vectơ $\overline{Z}(t)$ tương ứng với một giá trị xác định về đặc trưng chất lượng hoạt động của nó.

$$\Phi_z(t) = \Phi\left[\bar{Z}(t)\right],$$

Trong khi đó nếu $\Phi_z(t) = \Phi\left[\bar{Z}(t)\right] = 0$ thì $Y_1(t) = 0$.

Như vậy, mô hình toán quá trình hoạt động của một hệ thống phức hợp đơn chức năng hoạt động liên tục là một quá trình ngẫu nhiên $\Phi\left[\overline{Z}(t)\right]$, mô tả sự thay đổi theo thời gian đặc trưng chất lượng hoạt dộng của hệ thống và có đặc điểm là giá trị đặc trưng chất lượng hoạt động của hệ thống bằng 0 khi không có nhu cầu thực hiện nhiệm vụ đã nêu.

Như đã trình bày ở trên, theo quan điểm của Lý thuyết độ tin cậy, tất cả các phần tử hay phân hệ của hệ thống đang xét được coi là liên kết nối tiếp với nhau, có nghĩa là sự hư hỏng hoàn toàn của một trong số các phần tử hoặc phân hệ đó sẽ làm cho toàn bộ hệ thống ngừng hoạt động (bị hư hỏng). Thời gian giữa các lần hư hỏng của các phần tử hay phân hệ của hệ thống phức hợp và thời gian phục hồi khả năng làm việc của chúng là các đại lượng ngẫu nhiên.

Mặt khác, nếu mỗi phần tử có phân bố thời gian làm việc đến khi hỏng khác nhau và phân bố thời gian phục hồi khác nhau, thì thời gian làm việc của hệ đến lần hỏng đầu tiên khác với thời gian làm việc giữa hai lần hỏng. Sự khác nhau đó không những ở giá trị trung bình mà cả luật phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên tương ứng. Khi đó kết quả nghiên cứu dẫn đến những biểu thức hết sức phức tạp, khó có thể áp dụng được trong thực tế. Với những lý do nêu trên, người ta luôn coi rằng thời gian làm việc đến khi hỏng của hệ có phân bố mũ và thời gian phục hồi của hệ cũng có phân bố mũ [1-11].

Ở đây cần có một số giả thiết như sau:

- Các dòng hư hỏng và phục hồi của hệ thống là dòng đơn trị, có nghĩa là tại mỗi thời điểm không có quá một phần tử có thể bị hư hỏng hoặc có thể được phục hồi xong;

- Quá trình hoạt động của hệ thống và các phần tử hoặc phân hệ của nó là quá trình xác lập (quá trình dừng), có nghĩa là cường độ xuất hiện các hư hỏng của các thiết bị kỹ thuật là không đổi theo thời gian;

- Nếu thời gian hệ thống nằm ở những trạng thái nào đó không tuân theo luật phân bố mũ, nhưng có thể mô tả chính xác hoặc gần đúng với luật phân bố Erlang, thì quá trình phi markov như vậy được quy dẫn về quá trình markov nhờ phương pháp “trạng thái ảo”.

Quá trình markov, xích markov hay mô hình markov do nhà toán học người Nga Andrey Markov đề xuất. Nó được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực. Trong lý thuyết độ tin cậy, nó mô tả sự biến đổi trạng thái của hệ thống hay còn gọi là sự chuyển đổi (chuyển tiếp) trạng thái. Xác suất của các khả năng chuyển đổi trạng thái khác nhau được gọi là xác suất chuyển đổi. Một quá trình được xác định bởi một không gian trạng thái, một ma trận xác suất chuyển đổi mô tả xác suất của các chuyển đổi, và một trạng thái ban đầu (hay phân bố ban đầu) trên không gian trạng thái. Sự chuyển tiếp của hệ thống từ trạng thái này sang trạng thái khác, theo đặc trưng markov, có nghĩa là ứng xử trong tương lai của hệ thống phụ thuộc vào quá trình hiện tại chứ không phụ thuộc vào quá trình trước đó.

Như đã trình bày ở trên, một cách tổng quát, một hệ thống cũng có ba trạng thái sau đây:

1. Trạng thái 1 (LV): Hệ thống ở trạng thái sẵn sàng làm việc, trong đó tất cả các phần tử hoặc phân hệ của hệ thống đều hoàn hảo và sẵn sàng thực hiện nhiệm vụ.

2. Trạng thái 2 (H_{mp}): Hệ thống ở trạng thái hỏng một phần, trong đó một phần tử hoặc phân hệ nào đó của hệ bị mất một phần khả năng làm việc, dẫn đến hệ thống làm việc với hiệu quả thấp hoặc kém chất lượng.

3. Trạng thái 3 (H_{ht}): Hệ thống ở trạng thái hỏng hoàn toàn, trong đó một phần tử hay phân hệ nào đó của hệ hoàn toàn mất khả năng làm việc, dẫn đến hệ thống cũng hoàn toàn mất khả năng làm việc.

Ở đây cần loại trừ các trạng thái mà ở đó tiến hành sửa chữa định kỳ cho các phần tử hoặc phân hệ của hệ thống.

Việc chuyển tiếp của hệ thống từ trạng thái này sang trạng thái khác được đặc trưng bởi hư hỏng hoặc phục hồi chỉ của một phần tử hay phân hệ của hệ thống. Mỗi phần tử hay phân hệ được đặc trưng bởi thời gian trung bình giữa các lần hỏng $t_h^{(i)}$ và cường độ hỏng $\lambda_{i\to j}$ của chúng, bởi thời gian phục hồi trung bình $\tau_{ph}^{(i)}$ và cường độ phục hồi $\mu_{j\to i}$.

Quy luật phân bố (hàm phân bố xác suất) thời gian làm việc giữa các lần hỏng của phần tử hoặc phân hệ thứ *i* đối với phân bố mũ:

$$F_i = 1 - \exp\left(-\lambda_{i\to j} t\right) \tag{6}$$

Quy luật phân bố (hàm phân bố xác suất) thời gian phục hồi của phần tử hoặc phân hệ thứ *i* đối với phân bố mũ:

$$F_i = 1 - \exp\left(-\mu_{j\to i} t\right) \tag{7}$$

trong đó:

$\lambda_{i\to j}^{(i)}$ - cường độ hỏng của phần tử thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái *i* sang trạng thái *j*;

$$\lambda_{i\to j}^{(i)} = \frac{1}{t_h^{(i)}} \tag{8}$$

trong đó:

$t_h^{(i)}$ - kỳ vọng toán học thời gian làm việc giữa các phần hỏng (thời gian làm việc trung bình) của phần tử hoặc phân hệ thứ *i;*

$\mu_{j\to i}^{(i)}$ - cường độ phục hồi của phần tử thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái *j* sang trạng thái *i*;

$$\mu_{j\to i}^{(i)} = \frac{1}{\tau_{ph}^{(i)}} \tag{9}$$

trong đó:

$\tau_{ph}^{(i)}$ - kỳ vọng toán học thời gian phục hồi (thời gian phục hồi trung bình) của phần tử hoặc phân hệ thứ *i;*

Vì đặc trưng chuyển tiếp của hệ thống là đặc trưng markov, cho nên trong trường hợp này hệ được xác định bởi các xác suất trạng thái ban đầu và ma trận xác suất chuyển tiếp $P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right)$, mà nó có thể được xây dựng nhờ sơ đồ trạng thái (hình 3).

Vì rằng một hệ thống có thể phân chia thành nhiều phân hệ khác nhau, hoặc một phân hệ có thể được phân chia thành các phần tử khác nhau. Do đó ở đây sẽ xem xét một cách tổng quát một hệ thống có *n* phân hệ hay phần tử với tất các các trạng thái có thể của nó (hình 3).

Đồng thời giả thiết rằng, hàm $P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right)$ được xác định với bất kỳ giá trị nào của t_1 và $t_2 \ge t_1$. Các xác suất này thoả mãn điều kiện: $P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right) \ge 0$.

$$\lim_{t_2\to t_1} P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right) = \begin{cases} 0 & \text{đối với } i \ne j \\ 1 & \text{đối với } i = j \end{cases}$$

$\sum P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right) = 1$ đối với i bất kỳ.

Vì rằng quá trình tồn tại của hệ thống là đồng nhất, cho nên $P_{i\to j}\left(t_1,t_2\right) = P_{i\to j}\left(\Delta t\right)$ và đối với các trạng thái i và j bất kỳ có thể chỉ ra một giá trị $t\left(t>0\right)$ mà $P_i\left(t\right)>0$.

Nếu phân bố xác suất các trạng thái tại thời điểm t được biểu diễn bằng vectơ $\overline{P_i}(t)$, còn phân bố xác suất các trạng thái tại thời điểm $\left(t+\Delta t\right)$ bằng vectơ $\overline{P_i}(t+\Delta t)$, thì các vectơ này được liên hệ với nhau bằng quan hệ:

$$\overline{P_i}\left(t+\Delta t\right) = \overline{P_i}\left(t\right)\overline{P}_{i\to j}\left(\Delta t\right) \tag{10}$$

trong đó:

$\overline{P_{ij}}(\Delta t)$ - ma trận ngẫu nhiên các xác suất chuyển tiếp cấp N.

Để xác định các xác suất chuyển tiếp, tất cả các trạng thái của sơ đồ trạng thái được đánh số từ 1 đến *N*. Các xác suất chuyển tiếp đối với các trạng thái $i \ne j$ được thể hiện dưới dạng:

$$P_{i\to j} = \lambda_{i\to j}\Delta t \text{ hoặc } P_{i\to j} = \mu_{j\to i}\Delta t$$

Xác suất $P_{i\to j}\left(\Delta t\right)$ nằm ở trạng thái i được xác định như xác suất của biến cố bổ sung vào tổng thể của tất cả các chuyển tiếp khả dĩ (có thể) từ trạng thái này sang trạng thái khác $i \ne j$

$$P_{i\to j}\left(\Delta t\right) = 1 - \sum a_{i\to j}\Delta t$$

trong đó:

$a_{i\to j}$ - cường độ chuyển tiếp từ trạng thái i sang trạng thái j (tức là $\lambda_{i\to j}$ hoặc $\mu_{j\to i}$).

Trong khi đó:

$$P_{i\to j}\left(\Delta t\right)=\begin{cases}a_{i\to j}\Delta t,\ j\neq i\\ 1-\sum\limits_{j=1}a_{i\to j}\Delta t,\ j=i\end{cases} \tag{11}$$

Thay các biểu thức xác suất chuyển tiếp (11) và $P_i\left(t\right)$ vào biểu thức (10) ta được một hệ phương trình "hiệu-hữu hạn". Rút $P_i\left(t\right)$ ra khỏi 2 vế của phương trình và chia cả 2 vế cho Δt, sau đó tìm giới hạn khi $\Delta t\to 0$

$$\frac{d}{dt}P_i\left(t\right)=\sum_{j=1}^{N}a_{i\to j}P_i\left(t\right),\begin{cases}i=1,2,...,N\\ j=1,2,...,N\end{cases} \tag{12}$$

trong đó:

$$a_{i\to j}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P_{i\to j}\left(\Delta t\right)}{\Delta t},\ j\neq i$$

$$a_{i\to j}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P_{i\to j}\left(\Delta t\right)-1}{\Delta t},\ j=i$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{0\Delta t}{\Delta t}=0,\ j\neq i$$

Ở đây:

$$\sum_{j=1}^{N}a_{i\to j}=0,\ a_{j\to i}\leq 0;a_{i\to j}\geq 0$$

Ở dạng ma trận, phương trình (12) có thể viết như sau:

$$\frac{d}{dt}\overline{P}(t)=A\overline{P}(t)$$

trong đó:

A - ma trận cường độ chuyển tiếp;

$\overline{P}(t)$ - vectơ xác suất trạng thái tại thời điểm t.

Ma trận cường độ chuyển tiếp A là ma trận các hệ số của hệ phương trình vi phân (12) đối với các xác suất trạng thái $P_i\left(t\right)$ của hệ thống.

Để tìm nghiệm của hệ phương trình vi phân (12), cần cho trước các điều kiện đầu dưới dạng xác suất $P_i\left(0\right)$, trong đó i = 1,2,..., N các trạng thái của hệ thống tại thời điểm ban đầu $t=0$.

Giải hệ phương trình vi phân (12) ở các điều kiện đầu $P_i\left(0\right)$ sẽ xác định được các xác suất trạng thái $P_i\left(t\right)$ của hệ thống tại thời điểm t bất kỳ.

Các phần tử đường chéo của ma trận vi phân được cho bởi đẳng thức:

$a_{i\to j} = -\sum_{j\neq i} a_{i\to j}$ (với i = 1,2,…, N; j =1,2,…, N.

Do quá trình hoạt động của hệ thống là quá trình dừng, cho nên $\frac{d}{dt}P_i(t) = 0$ khi $t \to \infty$, vì rằng các xác suất giới hạn P_i là không đổi. Khi đó ta có hệ phương trình tuyến tính N phương trình, N ẩn:

$$0 = \sum_{j=1}^{N} a_{i\to j} P_i \quad ; \text{ với } i = 1,2,\ldots, N \; ; \; j = 1,2,..., N .$$

Hệ phương trình này với điều kiện phụ $\sum_{j=1}^{N} P_i = 1$ đủ để xác định các xác suất giới hạn của các trạng thái P_i.

Khi biết các xác suất $P_i(t)$ để hệ tại thời điểm t nằm ở trạng thái $Z_i(t)$, $i = 1,2,3,...,N$, biết các xác suất giới hạn P_i và các đặc trưng $\Phi_z(t) = \Phi_i$ của hệ trong các trạng thái đó, có thể xác định được chỉ tiêu chất lượng hoạt động của hệ tại thời điểm t như là kỳ vọng toán của đặc trưng $\Phi_z(t)$ theo công thức (1) và hiệu quả đầu ra được ước lượng bởi giá trị trung bình hay kỳ vọng của nó trong khoảng thời gian $t_1 \le t \le t_2$ và được tính theo công thức (3).

3.2. Xây dựng các mô hình tổng quát đánh giá độ tin cậy của hệ thống kỹ thuật phức hợp

Từ cơ sở lý thuyết đã trình bày trong mục 3.1, nhóm tác giả đã tiến hành xây dựng các mô hình tổng quát đánh giá độ tin cậy của hệ thống kỹ thuật phức hợp với trạng thái đầy đủ và trạng thái giới hạn.

3.2.1. Xây dựng mô hình tổng quát với trạng thái đầy đủ

Mô hình tổng quát của một hệ thống có *n* phần tử hay phân hệ với *N* trạng thái đầy đủ được thể hiện trên hình 3.

Xét một phần tử hay phân hệ thứ *i*, với *i = 1 – n*

$\lambda_{1\to(k-1)}^{PH(i)} = \lambda_{1\to(k-1)}^{(i)}$ - cường độ hỏng của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái 1 (LV) sang trạng thái (*k*-1) (H_{mp});

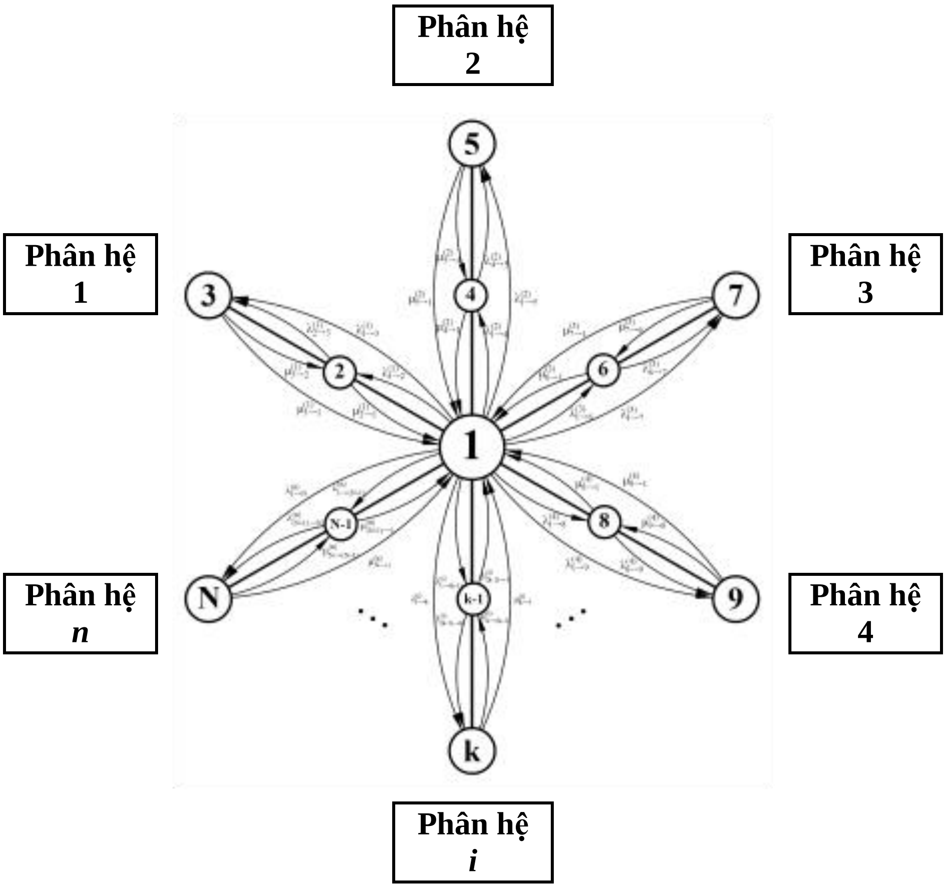
$\lambda_{(k-1)\to k}^{PH(i)} = \lambda_{(k-1)\to k}^{(i)}$ - cường độ hỏng của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái (*k*-1) (H_{mp}) sang trạng thái *k* (H_{ht});

$\lambda_{1\to k}^{PH(i)} = \lambda_{1\to k}^{(i)}$ - cường độ hỏng của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái 1 (LV) sang trạng thái *k* (H_{ht});

$\mu_{k\to(k-1)}^{PH(i)} = \mu_{k\to(k-1)}^{(i)}$ - cường độ phục hồi của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái *k* (H_{ht}) sang trạng thái (*k*-1) (H_{mp});

$\mu_{(k-1)\to 1}^{PH(i)} = \mu_{(k-1)\to 1}^{(i)}$ - cường độ phục hồi của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái (*k*-1) (H_{mp}) sang trạng thái 1 (LV);

$\mu_{k\to 1}^{PH(i)} = \mu_{k\to 1}^{(i)}$ - cường độ phục hồi của phân hệ thứ *i* chuyển tiếp từ trạng thái *k* (H_{ht}) sang trạng thái 1 (LV).



Hình 3. Mô hình tổng quát đầy đủ cường độ chuyển tiếp trạng thái
của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái.

trong đó:

Số lượng phần tử hoặc phân hệ: *n* = 1, 2, 3,…, *i*, …, *n*

Số lượng trạng thái *N* = 1, 2, 3,…, (*k*-1), *k*,…, (*N*-1), *N*

Trạng thái làm việc (LV), trạng thái 1: trạng thái hoàn hảo, hoàn toàn tin cậy

Trạng thái hỏng một phần (H_{mp}): mang số hiệu chẵn N_j = 2, 4, 6,..., *N-1 chẵn*

Trạng thái hỏng hoàn toàn (H_{ht}): mang số hiệu lẻ N_i = 3, 5, 7,…, *N lẻ*

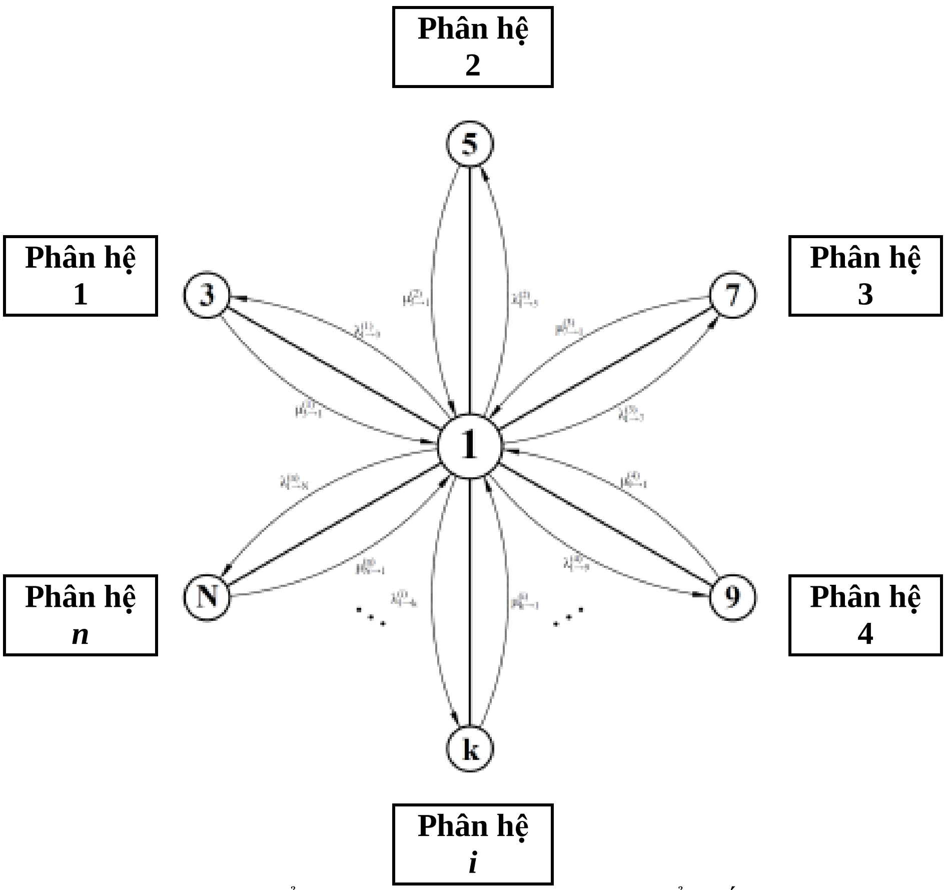
Phương trình (12) là một hệ phương trình vi phân có hệ số không đổi, liên kết các xác suất trạng thái với ma trận cường độ chuyển tiếp. Ma trận tổng quát cường độ chuyển tiếp trạng thái của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái được thể hiện trong bảng 1.

Bảng 1. Ma trận tổng quát đầy đủ cường độ chuyển tiếp trạng thái của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái

$-\sum_{\substack{1\le i\le N\\ 2\le j\le N}} \lambda_{i\to j}$	$\lambda_{1\to 2}^{(1)}$	$\lambda_{1\to 3}^{(1)}$	$\lambda_{1\to 4}^{(2)}$	$\lambda_{1\to 5}^{(2)}$	$\lambda_{1\to 6}^{(3)}$	$\lambda_{1\to 7}^{(3)}$	$\lambda_{1\to 8}^{(4)}$	$\lambda_{1\to 9}^{(4)}$	...	$\lambda_{1\to (k-1)}^{(i)}$	$\lambda_{1\to k}^{(i)}$	...	$\lambda_{1\to (N-1)}^{(n)}$	$\lambda_{1\to N}^{(n)}$
$\mu_{2\to 1}^{(1)}$	$-\left(\mu_{2\to 1}^{(1)} + \lambda_{2\to 3}^{(1)}\right)$	$\lambda_{2\to 3}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{3\to 1}^{(1)}$	0	$-\left(\mu_{3\to 1}^{(1)} + \mu_{3\to 2}^{(1)}\right)$	0	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{4\to 1}^{(2)}$	0	0	$-\left(\mu_{4\to 1}^{(2)} + \lambda_{4\to 5}^{(2)}\right)$	$\lambda_{4\to 5}^{(2)}$	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{5\to 1}^{(2)}$	0	0	0	$-\left(\mu_{5\to 1}^{(2)} + \mu_{5\to 4}^{(2)}\right)$	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{6\to 1}^{(3)}$	0	0	0	0	$-\left(\mu_{6\to 1}^{(3)} + \lambda_{6\to 7}^{(3)}\right)$	$\lambda_{6\to 7}^{(3)}$	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{7\to 1}^{(3)}$	0	0	0	0	0	$-\left(\mu_{7\to 1}^{(3)} + \mu_{7\to 6}^{(3)}\right)$	0	0	...	0	0	...	0	0
$\mu_{8\to 1}^{(4)}$	0	0	0	0	0	0	$-\left(\mu_{8\to 1}^{(4)} + \lambda_{8\to 9}^{(4)}\right)$	$\lambda_{8\to 9}^{(4)}$	...	0	0	...	0	0
$\mu_{9\to 1}^{(4)}$	0	0	0	0	0	0	0	$-\left(\mu_{9\to 1}^{(4)} + \mu_{9\to 8}^{(4)}\right)$	...	0	0	...	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mu_{(k-1)\to 1}^{(i)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	...	$-\left(\mu_{(k-1)\to 1}^{(i)} + \lambda_{(k-1)\to k}^{(i)}\right)$	$\lambda_{(k-1)\to k}^{(i)}$	...	0	0
$\mu_{k\to 1}^{(i)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	$-\left(\mu_{k\to 1}^{(i)} + \mu_{k\to (k-1)}^{(i)}\right)$	...	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mu_{(N-1)\to 1}^{(n)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	...	$-\left(\mu_{(N-1)\to 1}^{(n)} + \lambda_{(N-1)\to N}^{(n)}\right)$	$\lambda_{(N-1)\to N}^{(n)}$
$\mu_{N\to 1}^{(n)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	$-\left(\mu_{N\to 1}^{(n)} + \mu_{N\to (N-1)}^{(n)}\right)$

Hệ phương trình tổng quát đầy đủ xác suất chuyển tiếp trạng thái của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái được thể hiện trong công thức 13.

$$
\left.
\begin{aligned}
&-\left(\sum_{\substack{1\leq i\leq N\\ 2\leq j\leq N}} \lambda_{i\to j}\right)P_1 + \mu_{2\to1}^{(1)}P_2^{(1)} + \mu_{3\to1}^{(1)}P_3^{(1)} + \mu_{4\to1}^{(2)}P_4^{(2)} + \mu_{5\to1}^{(2)}P_5^{(2)} + \mu_{6\to1}^{(3)}P_6^{(3)} + \\
&+\mu_{7\to1}^{(3)}P_7^{(3)} + \mu_{8\to1}^{(4)}P_8^{(4)} + \mu_{9\to1}^{(4)}P_9^{(4)} + \cdots + \mu_{(k-1)\to1}^{(i)}P_{k-1}^{(i)} + \mu_{k\to1}^{(i)}P_k^{(i)} + \cdots + \mu_{(N-1)\to1}^{(n)}P_{N-1}^{(n)} + \mu_{N\to1}^{(n)}P_N^{(n)} = 0\\
&\lambda_{1\to2}^{(1)}P_1 - \left(\mu_{2\to1}^{(1)} + \lambda_{2\to3}^{(1)}\right)P_2^{(1)} = 0\\
&\lambda_{1\to3}^{(1)}P_1 + \lambda_{2\to3}^{(1)}P_2^{(1)} - \left(\mu_{3\to1}^{(1)} + \mu_{3\to2}^{(1)}\right)P_3^{(1)} = 0\\
&\lambda_{1\to4}^{(2)}P_1 - \left(\mu_{4\to1}^{(2)} + \lambda_{4\to5}^{(2)}\right)P_4^{(2)} = 0\\
&\lambda_{1\to5}^{(2)}P_1 + \lambda_{4\to5}^{(2)}P_4^{(2)} - \left(\mu_{5\to1}^{(2)} + \mu_{5\to4}^{(2)}\right)P_5^{(2)} = 0\\
&\lambda_{1\to6}^{(3)}P_1 - \left(\mu_{6\to1}^{(3)} + \lambda_{6\to7}^{(3)}\right)P_6^{(3)} = 0\\
&\lambda_{1\to7}^{(3)}P_1 + \lambda_{6\to7}^{(3)}P_6^{(3)} - \left(\mu_{7\to1}^{(3)} + \mu_{7\to6}^{(3)}\right)P_7^{(3)} = 0\\
&\lambda_{1\to8}^{(4)}P_1 - \left(\mu_{8\to1}^{(4)} + \lambda_{8\to9}^{(4)}\right)P_8^{(4)} = 0\\
&\lambda_{1\to9}^{(4)}P_1 + \lambda_{8\to9}^{(4)}P_8^{(4)} - \left(\mu_{9\to1}^{(4)} + \mu_{9\to8}^{(4)}\right)P_9^{(4)} = 0\\
&\ldots\\
&\lambda_{1\to(k-1)}^{(i)}P_1 - \left(\mu_{(k-1)\to1}^{(i)} + \lambda_{(k-1)\to k}^{(i)}\right)P_{k-1}^{(i)} = 0\\
&\lambda_{1\to k}^{(i)}P_1 + \lambda_{(k-1)\to k}^{(i)}P_{k-1}^{(i)} - \left(\mu_{k\to1}^{(i)} + \mu_{k\to(k-1)}^{(i)}\right)P_k^{(i)} = 0\\
&\ldots\\
&\lambda_{1\to(N-1)}^{(n)}P_1 - \left(\mu_{(N-1)\to1}^{(n)} + \lambda_{(N-1)\to N}^{(n)}\right)P_{N-1}^{(n)} = 0\\
&\lambda_{1\to N}^{(n)}P_1 + \lambda_{(N-1)\to N}^{(n)}P_{N-1}^{(n)} - \left(\mu_{N\to1}^{(n)} + \mu_{N\to(N-1)}^{(n)}\right)P_N^{(n)} = 0
\end{aligned}
\right\}\quad(13)
$$



Hình 4. Mô hình tổng quát giới hạn cường độ chuyển tiếp trạng thái
của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái.

3.2.2. Xây dựng mô hình tổng quát với trạng thái giới hạn

Nếu không xét đến trạng thái hỏng một phần H_{mp}, tức là các trạng thái thứ 2, 4, 6,..., 8,..., *N-1* (mang số hiệu chẵn), thì mô hình này được gọi là mô hình trạng thái giới hạn (hình 4).

Ma trận tổng quát giới hạn cường độ chuyển tiếp trạng thái của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái được thể hiện trong bảng 2.

Bảng 2. Ma trận tổng quát giới hạn cường độ chuyển tiếp trạng thái của hệ thống

có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái.

$-\sum_{j=3,5,...,N} \lambda_{1\to j}$	$\lambda_{1\to 3}^{(1)}$	$\lambda_{1\to 5}^{(2)}$	$\lambda_{1\to 7}^{(3)}$	$\lambda_{1\to 9}^{(4)}$	...	$\lambda_{1\to k}^{(i)}$	...	$\lambda_{1\to N}^{(n)}$
$\mu_{3\to 1}^{(1)}$	$-\mu_{3\to 1}^{(1)}$	0	0	0	...	0	...	0
$\mu_{5\to 1}^{(2)}$	0	$-\mu_{5\to 1}^{(2)}$	0	0	...	0	...	0
$\mu_{7\to 1}^{(3)}$	0	0	$-\mu_{7\to 1}^{(3)}$	0	...	0	...	0
$\mu_{9\to 1}^{(4)}$	0	0	0	$-\mu_{9\to 1}^{(4)}$	...	0	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mu_{k\to 1}^{(i)}$	0	0	0	0	...	$-\mu_{k\to 1}^{(i)}$	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mu_{N\to 1}^{(n)}$	0	0	0	0	...	0	...	$-\mu_{N\to 1}^{(n)}$

Hệ phương trình tổng quát giới hạn xác suất chuyển tiếp trạng thái của hệ thống có *n* phân hệ hoặc phần tử với *N* trạng thái được thể hiện trong công thức 14.

$$\left.\begin{array}{l}
-\left(\sum_{j=3,5,...,N} \lambda_{1\to j}\right)P_1 + \mu_{3\to 1}^{(1)}P_3^{(1)} + \mu_{5\to 1}^{(2)}P_5^{(2)} + \mu_{7\to 1}^{(3)}P_7^{(3)} + \mu_{9\to 1}^{(4)}P_9^{(4)} + \cdots + \mu_{k\to 1}^{(i)}P_k^{(i)} + \cdots + \mu_{N\to 1}^{(n)}P_N^{(n)} = 0 \\
\lambda_{1\to 3}^{(1)}P_1 - \mu_{3\to 1}^{(1)}P_3^{(1)} = 0 \\
\lambda_{1\to 5}^{(2)}P_1 - \mu_{5\to 1}^{(2)}P_5^{(2)} = 0 \\
\lambda_{1\to 7}^{(3)}P_1 - \mu_{7\to 1}^{(3)}P_7^{(3)} = 0 \\
\lambda_{1\to 9}^{(4)}P_1 - \mu_{9\to 1}^{(4)}P_9^{(4)} = 0 \\
\ldots \\
\lambda_{1\to k}^{(i)}P_1 - \mu_{k\to 1}^{(i)}P_k^{(i)} = 0 \\
\ldots \\
\lambda_{1\to N}^{(n)}P_1 - \mu_{N\to 1}^{(n)}P_N^{(n)} = 0
\end{array}\right\} (14)$$

Giải hệ phương trình tuyến tính (14) với các ẩn số P_i, $i = 1,3,5,..., N$ với điều kiện $\sum_{i=1}^{N} P_i$ và sau khi thay vào vị trí $\lambda_{i\to j}^{(k)}$ và $\mu_{j\to i}^{(k)}$ các giá trị của chúng, sẽ xác định được các xác suất giới hạn hay độ tin cậy của hệ thống.

4. KẾT LUẬN

Các mô hình tổng quát bao gồm các mô hình trạng thái, các ma trận chuyển tiếp trạng thái và các hệ phương trình xác suất chuyển tiếp trạng thái được xây dựng cho hệ thống kỹ thuật phức hợp bất kỳ, với *n* phần tử hoặc phân hệ và *N* trạng thái.

Từ mô các mô hình tổng quát, sẽ tiến hành áp dụng cho việc đánh giá độ tin cậy của các hệ thống kỹ thuật phức hợp cụ thể như hệ thống vận tải đường sắt quốc gia, hệ thống vận tải đường sắt đô thị, hoặc các phân hệ trong các hệ thống đó, như phân hệ đường sắt, cầu, hầm, phương tiện đầu máy, toa xe hay đoàn tàu metro, phân hệ thông tin, tín hiệu, phân hệ cung cấp điện, nhà ga v.v., tùy theo chức năng, nhiệm vụ và đặc điểm của các đối tượng đã nêu.

Việc ứng dụng và giải quyết các bài toán cụ thể nêu trên sẽ được tiếp tục trình bày trong các nghiên cứu tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Phan Văn Khôi, Cơ sở đánh giá độ tin cậy, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2001.

[2] Nguyễn Hữu Lộc, Thiết kế và phân tích hệ thống cơ khí theo độ tin cậy, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2005.

[3] Đỗ Đức Tuấn, Độ tin cậy và tuổi bền máy, NXB Giao thông vận tải, Hà Nội, 2013.

[4] Đỗ Đức Tuấn, Đánh giá các chỉ tiêu vận dụng đầu máy, toa xe trong quá trình khai thác, Bài giảng cao học ngành Kỹ thuật có khí động lực, chuyên sâu Kỹ thuật đầu máy, toa xe, Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội, 2016.

[5] Пузанков А.Д., Надёжность конструций локомотивов, МИИТ, Москва 1999.

[6] Пузанков А.Д., Надёжность локомотивов, МИИТ, Москва 2006.

[7] Р.Биллнтон, Р. Аллан, Оценка надёжности электро-энергетичеслих систем, Москва, Энергоатомиздат, 1988.

[8] Дедоборщ В.Г., Суторихин Н.Б., Надёжность АМТС, Москва, Радио и связь, 1989.

[9] Ионин А.А., Надёжность систем тепловых сетей, Москва, Стройиздат, 1989.

[10] Червоный А. А., Лукьященко В. И., Котин Л. В. (1976), Надёжность сложных систем, “Машиностроение”, Москва.

[11] Шишков А.Д, Народнохозяйственная эффтивность повышения надежноти технических средств железнодорожного транспорта, Москва, "Транспорт", 1986.