



ANALYSIS AND DESIGN OF THE ROBUST CONTROL SYSTEM USING PI CONTROLER FOR THE RAILWAY PANTOGRAPH

Le Hung Lan, Nguyen Van Tiem *, Nguyen Van Hai

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 27/09/2022

Revised: 17/11/2022

Accepted: 14/12/2022

Published online: 15/12/2022

<https://doi.org/10.47869/tcsj.73.9.9>

* *Corresponding author*

Email: nguyenvantiem@utc.edu.vn; Tel: +84 904226592

Abstract. The contact force control system in the pantograph-catenary system play important role for the train electrical power supply in motion. The control system task is guaranteeing the stable contact force while the stiffness of the catenary is time-varying. Previously published works often assume the stiffness of the catenary is fixed to calculate the PID parameter and then simulate the change of stiffness to check whether it is stable or not. This method is not thorough and reliable. The paper proposes the method of analysis and design of robust PI controller for the pantograph-catenary system regarding to the influence resulting from the time-varying stiffness of the catenary. The method of testing the sustained stability of the system when the stiffness of the catenary changes is rigorously argued and mathematically proven. This method is simple and intuitive, easy to understand. The effectiveness of the proposed method was evaluated through computer simulation using Matlab software.

Keywords: robust control, pantograph-catenary system, PI controller, active control, robust stability.



PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN BỀN VỮNG SỬ DỤNG BỘ ĐIỀU KHIỂN PI CHO CÀN TIẾP ĐIỆN CỦA TÀU ĐIỆN

Lê Hùng Lân, Nguyễn Văn Tiềm*, Nguyễn Văn Hải

Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 27/09/2022

Ngày nhận bài sửa: 17/11/2022

Ngày chấp nhận đăng: 14/12/2022

Ngày xuất bản Online: 15/12/2022

<https://doi.org/10.47869/tcsj.73.9.9>

* Tác giả liên hệ

Email: nguyenvantiem@utc.edu.vn; Tel: +84 904226592

Tóm tắt. Hệ thống điều khiển tiếp xúc giữa càn tiếp điện và dây điện lưới có vai trò quan trọng trong đảm bảo chất lượng cung cấp điện cho tàu đường sắt khi chuyển động. Nhiệm vụ của hệ thống điều khiển là đảm bảo lực tiếp xúc giữa càn và dây được ổn định trong điều kiện độ cứng của càn thay đổi khi trượt theo dây. Các công trình đã công bố trước đây thường giả thiết độ cứng của càn là cố định để tính toán tham số PID rồi mô phỏng thay đổi độ cứng để kiểm tra có ổn định bền vững hay không. Cách làm này không triệt để, tin cậy. Bài báo đưa ra phương pháp phân tích và tổng hợp bộ điều khiển PI bền vững cho hệ thống càn-dây khi độ cứng này thay đổi. Phương pháp kiểm tra tính ổn định bền vững của hệ thống khi độ cứng của càn thay đổi được lập luận và chứng minh toán học chặt chẽ. Phương pháp này có tính đơn giản và trực quan, dễ hiểu. Hiệu quả của phương pháp đã đưa ra được đánh giá thông qua mô phỏng trên máy tính bằng phần mềm Matlab.

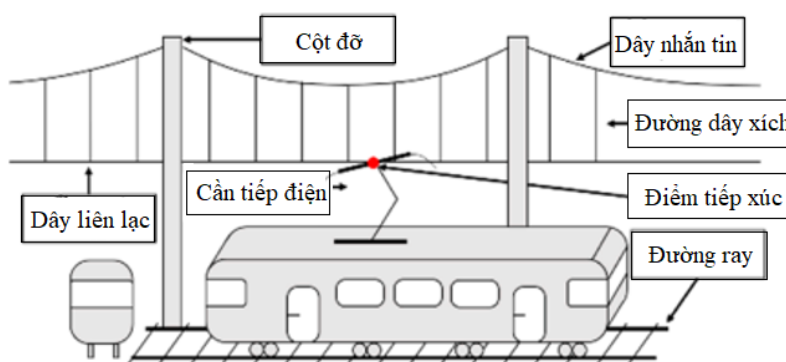
Từ khóa: điều khiển bền vững, hệ thống càn-dây, bộ điều khiển PI, điều khiển tích cực, ổn định bền vững.

© 2022 Trường Đại học Giao thông vận tải

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong giao thông điện hệ thống cung cấp điện luôn là vấn đề quan trọng bậc nhất. Thông thường, có hai phương án cung cấp điện cho tàu: từ dưới đất hoặc lưới điện phía trên. Trong phương án lấy điện từ lưới phía trên (hình 1) hệ thống cung cấp điện có hai phần: càn tiếp điện (Pantograph) và dây (Catenary) [1-4].

Chất lượng điện cung cấp cho đoàn tàu phụ thuộc vào sự tiếp xúc giữa cần và dây. Sự tương tác này không ổn định khi tàu chuyển động, đặc biệt với tốc độ cao. Khi đó lực tiếp xúc bị ảnh hưởng bởi sự thay đổi độ cứng của dây treo có tính tuần hoàn dọc theo cung đoạn. Lực tiếp xúc không ổn định dẫn đến chất lượng truyền điện từ lưới vào tàu thông qua cần bị ảnh hưởng, thậm chí cần có thể bị văng ra khỏi dây lưới, ngắt tiếp xúc dẫn điện. Do vậy cần thiết kế hệ thống điều khiển có khả năng chủ động tạo ra lực tác động phù hợp sao cho giảm thiểu tác động nhiễu thay đổi độ cứng dây treo giúp cho giữa cần và dây luôn có lực tiếp xúc ổn định mong muốn.



Hình 1. Cần (Pantograph) – dây (Catenary) tiếp điện.

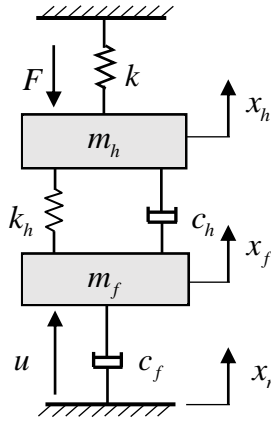
Đã có khá nhiều các thuật toán điều khiển lực tiếp xúc hệ thống cần-dây được đề ra từ các thuật toán PI đơn giản [5], điều khiển bền vững [6], thích nghi [7], back-stepping [8], mô hình dự báo [9] đến điều khiển thông minh [10-12]. Trong [13] các tác giả đã đưa ra phương pháp phân tích tính bền vững cho hệ thống cần-dây. Khi triển khai các hệ thống điều khiển trong thực tế những thuật toán đơn giản sử dụng bộ PID thường được ưu tiên do tính tin cậy và bền vững. Tuy nhiên việc chứng minh được về lý thuyết tính bền vững của bộ điều khiển dạng PID này trong thiết kế hệ thống cần-dây chưa được giải quyết. Bài báo này đưa ra lời giải cho hai bài toán khi sử dụng bộ điều khiển PI cho hệ thống cần-dây: thứ nhất, bộ PI cho trước có khả năng đảm bảo ổn định hệ thống điều khiển với giới hạn bất định nào? và thứ hai, ngược lại, với giới hạn bất định cho trước làm thế nào chọn được tham số bộ điều khiển PI để hệ thống điều khiển ổn định.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ THỐNG CẦN – DÂY TIẾP ĐIỆN

Hệ thống cần-dây tiếp điện có thể được mô hình hóa với sơ đồ cấu trúc treo hai vật như trên hình 2 [1].

Trong đó ký hiệu:

m_h - khối lượng đầu; m_f - khối lượng giá; x_h - độ chuyển dịch của đầu; x_f - độ chuyển dịch của giá; k_h - độ cứng của đầu; c_h - hệ số giảm chấn của đầu; c_f - hệ số giảm chấn của giá; k_{pan} - độ cứng của cần; k_{cat} - độ cứng của dây; u - lực nâng chủ động.



Hình 2. Mô hình hệ thống cần – dây.

Từ các định luật vật lý xây dựng các phương trình vi phân

$$\begin{aligned} m_h \ddot{x}_h + c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + k_h(x_h - x_f) + k_{pan}(x_h - x_{cat}) &= 0 \\ k_{pan}(x_{cat} - x_h) + k_{cat}x_{cat} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$m_f \ddot{x}_f - c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + c_f \dot{x}_f - k_h(x_h - x_f) = u \quad (2)$$

Từ phương trình thứ hai của (1)

$k_{pan}(x_{cat} - x_h) + k_{cat}x_{cat} = 0$, suy ra $x_{cat} = k_{pan}x_h / (k_{pan} + k_{cat})$. Thay x_{cat} vào phương trình thứ nhất của (1) ta có:

$$\begin{aligned} & m_h \ddot{x}_h + c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + k_h(x_h - x_f) + k_{pan}\left(x_h - \frac{k_{pan}x_h}{k_{pan} + k_{cat}}\right) \\ &= m_h \ddot{x}_h + c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + k_h(x_h - x_f) + k_{pan}x_h\left(1 - \frac{k_{pan}}{k_{pan} + k_{cat}}\right) \\ &= m_h \ddot{x}_h + c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + k_h(x_h - x_f) + \frac{k_{pan}k_{cat}}{k_{pan} + k_{cat}}x_h. \end{aligned}$$

Từ đó ta xác định được mô hình toán của hệ thống cần – dây tiếp điện:

$$m_h \ddot{x}_h + c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + k_h(x_h - x_f) + k_0x_h = 0 \quad (3)$$

$$m_f \ddot{x}_f - c_h(\dot{x}_h - \dot{x}_f) + c_f \dot{x}_f - k_h(x_h - x_f) = u \quad (4)$$

với
$$k_0 = \frac{k_{pan}k_{cat}}{k_{pan} + k_{cat}} \quad (5)$$

Biến đổi Laplace hai vế các phương trình (3) và (4) ta được

$$\left[m_h s^2 + c_h s + (k_h + k_0) \right] X_h(s) - (c_h s + k_h) X_f(s) = 0 \quad (6)$$

$$-(c_h s + k_h) X_h(s) + \left[m_f s^2 + (c_f + c_h) s + k_h \right] X_f(s) = U(s) \quad (7)$$

Từ phương trình (6) rút ra

$$X_f(s) = \frac{[m_h s^2 + c_h s + (k_h + k_0)] X_h(s)}{(c_h s + k_h)},$$

thế vào phương trình (7) và để ý rằng $X_h(s) = \frac{F(s)}{k}$ ta tìm được hàm truyền đối tượng

$$P(s) = \frac{F(s)}{U(s)} = \frac{k(c_h s + k_h)}{M(s)} \quad (8)$$

trong đó

$$\begin{aligned} M(s) &= [m_f s^2 + (c_f + c_h)s + k_h][m_h s^2 + c_h s + (k_h + k_0)] - (c_h s + k_h)^2 \\ &= m_f m_h s^4 + [m_f c_h + (c_f + c_h)m_h] s^3 + [m_f(k_h + k_0) + m_h k_h + c_h c_f] s^2 \\ &\quad + [k_0(c_f + c_h) + k_h c_f] s + k_h k_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Thực tế khi tàu chuyển động, hệ số k không còn cố định mà thay đổi theo thời gian

$$k = k_0 \left(1 + \alpha \cos\left(\frac{2\pi V}{L} t\right) \right) \quad (10)$$

Trong đó V - vận tốc tàu [m/s], L - chiều dài cung đoạn [m], α - hệ số thay đổi độ cứng của cung.

Để thấy khi xuất hiện hệ số $\alpha \neq 0$ thì k sẽ thay đổi $k \in [k_{min}, k_{max}]$, với

$$k_{min} = k_0(1 - \alpha), \quad k_{max} = k_0(1 + \alpha) \quad (11)$$

3. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH BỀN VỮNG

Giả sử bộ điều khiển PI có công thức

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (12)$$

Cần kiểm tra hệ thống điều khiển kín có ổn định hay không khi $k \in [k_{min}, k_{max}]$.

Hàm truyền hệ kín

$$W(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = \frac{k(K_p s + K_i)(c_h s + k_h)}{sM(s) + k(K_p s + K_i)(c_h s + k_h)} \quad (13)$$

Khi đó đa thức đặc trưng hệ kín có dạng

$$H(s) = sM(s) + k(K_p s + K_i)(c_h s + k_h) \quad (14)$$

Đặt

$$M(j\omega) = R_M(\omega) + jI_M(\omega) \quad (15)$$

Phân tích thành phần thứ nhất của vế trái biểu thức đa thức đặc trưng (14)

$$j\omega M(j\omega) = -\omega I_M(\omega) + j\omega R_M(\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad (16)$$

Tương tự, phân tích thành phần thứ hai

$$(jK_p\omega + K_i)(jc_h\omega + k_h) = (K_i k_h - K_p c_h \omega^2) + j(K_i c_h + K_p k_h)\omega = R(\omega) + jT(\omega) \quad (17)$$

Dựng đồ thị

$$L(\omega) = x(\omega) + jy(\omega), \quad 0 \leq \omega < \infty, \\ x(\omega) = \frac{U(\omega)}{R(\omega)}, \quad y(\omega) = \frac{V(\omega)}{T(\omega)} \quad (18)$$

Trong đó chú ý

$$x(\omega) = \frac{U(\omega)}{R(\omega)} = -\frac{\omega I_M}{K_i k_h - K_p c_h \omega^2}, \\ y(\omega) = \frac{V(\omega)}{T(\omega)} = \frac{R_M}{K_p k_h + K_i c_h} \quad (19)$$

Các bước kiểm tra ổn định bền vững hệ thống điều khiển kín như sau

- Kiểm tra ổn định của đa thức danh định (14) khi $\alpha = 0$, $k = k_0$

$$H_0(s) = sM(s) + k_0(K_p s + K_i)(c_h s + k_h) \quad (20)$$

- Vẽ đồ thị $L(\omega)$ (18), tìm hình vuông lớn nhất có bán kính k^* nội tiếp đồ thị $L(\omega)$

Hệ thống điều khiển sẽ ổn định bền vững với mọi $k \in [k_{\min}, k_{\max}]$, trong đó

$$k_{\min} = k_0 - k^*, \quad k_{\max} = k_0 + k^* \quad (21)$$

Nói cách khác, hệ thống bền vững với mọi $0 \leq \alpha < \alpha^*$, trong đó

$$\alpha^* = k^* - k_0. \quad (22)$$

4. TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN BỀN VỮNG PI

Xét bài toán cần tìm bộ điều khiển PI sao cho hệ thống điều khiển kín với đối tượng (8) ổn định bền vững khi có tham số thay đổi k (10) với hệ số α cho trước. Miền ổn định các tham số $K_p - K_i$ có thể được xác định bằng phương pháp phân miền D [14] như sau.

Chuyển đa thức đặc trưng sang miền tần số

$$H(j\omega) = [k(k_h K_i - c_h \omega^2 K_p) - \omega I_M(\omega)] + j[k\omega(K_p k_h + K_i c_h) + \omega R_M(\omega)] \quad (23)$$

Đặt $H(j\omega) = 0$, từ đó có hệ phương trình

$$-kc_h \omega^2 K_p + kk_h K_i = \omega I_M(\omega) \\ kk_h K_p + kc_h K_i = -R_M(\omega) \quad (24)$$

Giải hệ phương trình này:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -kc_h\omega^2 & kk_h \\ kk_h & kc_h \end{vmatrix} = -k^2(c_h^2\omega^2 + k_h^2)$$

$$\Delta K_p = \begin{vmatrix} \omega I_M(\omega) & kk_h \\ -R_M(\omega) & kc_h \end{vmatrix} = k[\omega c_h I_M(\omega) + k_h R_M(\omega)] \quad (25)$$

$$\Delta K_i = \begin{vmatrix} -kc_h\omega^2 & \omega I_M(\omega) \\ kk_h & -R_M(\omega) \end{vmatrix} = k\omega[c_h\omega R_M(\omega) - k_h I_M(\omega)]$$

Ta được

$$K_p = \frac{\Delta K_p}{\Delta} = -\frac{\omega c_h I_M(\omega) + k_h R_M(\omega)}{k(c_h^2\omega^2 + k_h^2)} \quad (26)$$

$$K_i = \frac{\Delta K_i}{\Delta} = -\frac{\omega[c_h\omega R_M(\omega) - k_h I_M(\omega)]}{k\omega(c_h^2\omega^2 + k_h^2)}$$

Nếu giá trị k cố định, khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ , các giá trị K_p, K_i trên tạo thành đường cong ranh giới các miền ổn định. Khi k thay đổi, $k \in [k_{min}, k_{max}]$, đường cong ranh giới này trở thành họ các đường cong. Sử dụng kỹ thuật phân miền D [14] cho phép xác định miền ổn định bền vững của hệ thống.

5. MÔ PHỎNG ĐÁNH GIÁ

Giả sử hệ thống cần-dây có các tham số sau [12]

$$m_h = 9,1kg; m_f = 17,2kg; k_h = 7 \times 10^3 N/m; c_h = 123Ns/m;$$

$$k_{cat} = 1,535 \times 10^6 N/m; k_{pan} = 8,23 \times 10^4 N/m;$$

$$V = 70km/h; L = 80m.$$

Trước tiên, giả sử bộ điều khiển PI có các tham số: $K_p = 0,8; K_i = 4$. Đây là bộ tham số được lựa chọn ngẫu nhiên bất kỳ trong miền ổn định bền vững tìm được để kiểm tra. Tính ổn định bền vững là yêu cầu cơ bản, đầu tiên cần đảm bảo. Sau đó mới tối ưu hóa chất lượng.

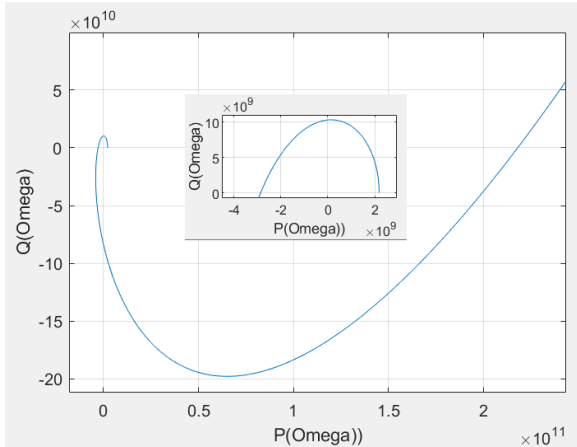
Khi đó đa thức đặc trưng hệ thống điều khiển kín (14) có bậc bằng 5. Đồ thị Mikhailov trên hình 3 chứng tỏ hệ thống ổn định với $k = k_0$.

Đồ thị $L(\omega)$ trên hình 4 cho thấy bán kính hình vuông nội tiếp lớn nhất $k^* = 6,5 \times 10^4$. Từ đó dễ dàng xác định hệ thống điều khiển với $K_p = 0,8, K_i = 4$ ổn định với mọi giá trị $k \in [k_{min}, k_{max}]$, trong đó

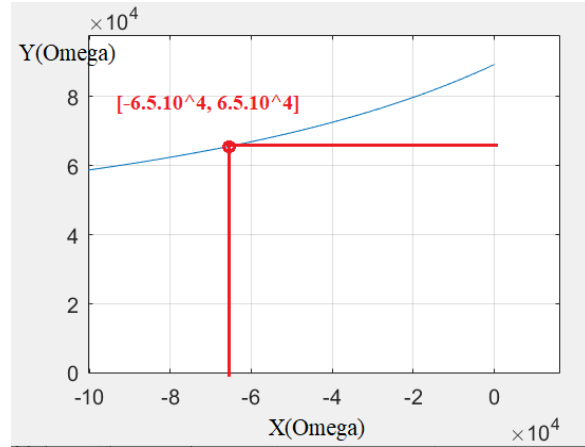
$$k_{min} = k_0 - k^* = 7,8 \times 10^4 - 6,5 \times 10^4 = 1,3 \times 10^4,$$

$$k_{max} = k_0 + k^* = 7,8 \times 10^4 + 6,5 \times 10^4 = 14,3 \times 10^4,$$

hay với mọi $0 \leq \alpha < \alpha^*$, $\alpha \approx 0,88$.

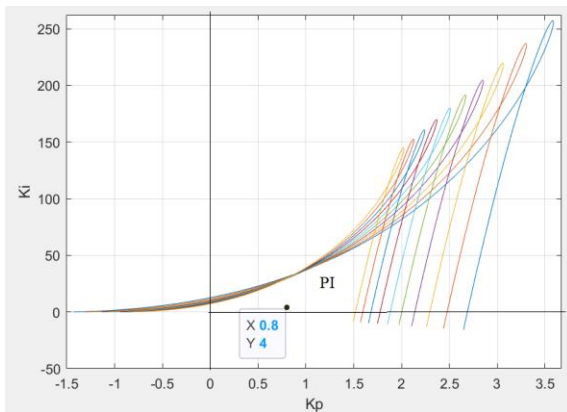


Hình 3. Đồ thị Mikhailov $H(j\omega)$.

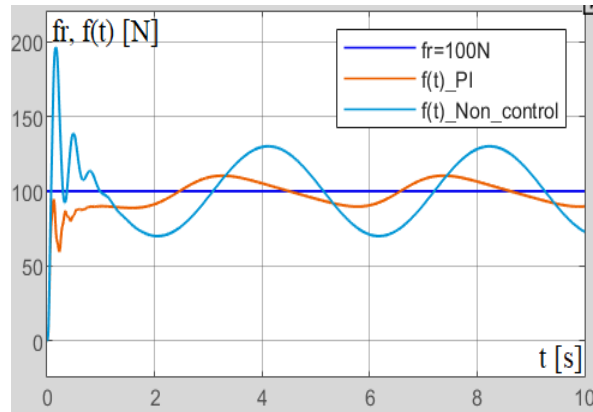


Hình 4. Đồ thị $L(\omega)$.

Tiếp theo, giả sử cho trước $\alpha = 0,3$. Khi đó $k_{\min} = 54678$, $k_{\max} = 101550$. Các đường phân miền D được biểu diễn trên hình 5. Miền mặt phẳng bên dưới dải các đường cong này là miền ổn định bền vững chứa các giá trị tham số K_p, K_i cần tìm.



Hình 5. Phân miền D.



Hình 6. Lực tiếp xúc.

Giả sử chọn $K_p = 0,8$, $K_i = 4$, giá trị lực tiếp xúc yêu cầu là 100N. Trên hình 6 kết quả mô phỏng cho thấy hiệu quả giảm thiểu dao động của lực tiếp xúc khi có điều khiển so với không điều khiển.

6. KẾT LUẬN

Sự thay đổi không biết trước của độ cứng cần tiếp điện khi tàu chuyển động là nguyên nhân phải thiết kế hệ thống điều khiển giúp cho lực tiếp xúc giữa cần và dây ổn định. Nhiều công trình nghiên cứu đã có mới chỉ đưa ra thuật toán điều khiển và kiểm tra tính ổn định thông qua mô phỏng, thiếu chứng minh chặt chẽ về lý thuyết, mặt khác các phương pháp kinh điển chỉ áp dụng cho các tham số hệ thống là cố định. Các công trình đã công bố trước đây thường giả thiết k cố định để tính toán tham số PID rồi mô phỏng thay k để kiểm tra có ổn định bền vững hay không. Cách làm này không triệt để, tin cậy. Bài báo đã đưa ra phương pháp phân tích và tổng hợp hệ thống điều khiển bền vững sử dụng bộ điều khiển PI cho hệ thống cần tiếp điện-dây dẫn điện lưới của tàu điện trên đường sắt. Phương pháp có tính đơn giản và trực quan, dễ hiểu. Có thể mở rộng phương pháp đề ra cho các trường hợp sử dụng

hiều tham số điều khiển hơn như PID, v.v... Phương pháp kiểm tra tính ổn định bền vững của hệ thống khi k thay đổi một cách có lập luận, chứng minh toán học chặt chẽ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. T.X. Wu, M.J. Brennan, Active vibration control of a railway pantograph, *Journal of Rail and Rapid Transit*, 211 (1997) 117–130. <https://doi.org/10.1243/0954409971530969>.
- [2]. W. Zhou, M. Patel, D. Ross, An overview on the control of fast train pantograph, *Conference on Intelligent Systems*, 2012, IEEE, pp.519-523.
- [3]. G. Long, P. Mahini, Foster, A survey on pantograph-catenary system, *International Journal of Science, Technology and Engineering*, 2 (2017) 111-118.
- [4]. G. Ramirez, A. Castillo, R. Simpson, F. James, D. Brooks, Analysis of contact force quality in a pantograph-catenary system, *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*, 25 (2017) 111-118.
- [5]. I. Omar, E. Aziz, M. Ali, M.T. Abboud, A proportional integral-based control approach for railway pantograph system, *IEEE International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications*, pp.43-51, 2014
- [6]. G. Hughes, A. Reddy, Designing a robust controller for pantograph-catenary system, *American International Journal of Applied Sciences*, 211 (2015) 4-15.
- [7]. M. Fischer, S. Hossain, H. Khatoun, Adaptive control of a train pantograph system, *Journal of Physics and Modelling*, 1(2017) 15-41.
- [8]. Z. Liu, Y. Liu, N. Zhou, D. Zou, H. Tu, Backstepping Controller Design for Pantograph-Catenary System, *IOP Conf. Ser. Mater.Sci. Eng*, 428 (2018) 012045. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/428/1/012045>.
- [9]. A. Ioan Chiriac, S. Constantin Olteanu, D. Popescu, Model Predictive Control Approach for a Pantograph-Catenary System (PAC) Described by a Transfer Function Model, In *Proceedings of the 2020 24th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, Sinaia, Romania, 8–10 October 2020; pp. 733–738. <https://doi.org/10.1109/ICSTCC50638.2020.9259700>
- [10].W. Flips, Tuning of a fuzzy controller for a train pantograph system, in *International Conference on Knowledge-Based Systems*, Springer, 2016, pp. 512-520.
- [11].Y. Bankole, Fuzzy structure for pantograph position control, *Electrical Engineering*, 5 (2017) 101-115.
- [12].T. C. Lin, C.W. Chien-Wen Sun, Y.C. Lin, M.M. Zirkohi, Intelligent Contact Force Regulation of Pantograph-Catenary Based on Novel Type-Reduction Technology, *Electronics* 11, 132 (2022) 1-15, <https://doi.org/10.3390/electronics11010132>.
- [13].Lê Hùng Lân, Nguyễn Văn Tiêm, Phân tích tính bền vững của hệ thống điều khiển tương tác cần lấy điện – dây điện trong cung cấp điện đường sắt, *Hội nghị toàn quốc về Tự động hóa VCCA 2021*, TP. HCM, 8-9 tháng 4/2022, 640-646.
- [14].N.P. Petrov, B.T. Polyak, Robust D-partition, *Automation and Remote Control*, 11 (1991) 41-52.