



APPLICATION OF THE PHASE FIELD METHOD TO PREDICT THE FLEXURAL BEHAVIOR OF PERVIOUS CONCRETE

Nguyễn Thị Hồng, Nguyễn Hoàng Quân*, Trần Bảo Việt, Trần Anh Tuấn

University of Transport and Communications, No 3 Cau Giay Street, Hanoi, Vietnam

ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 27/08/2022

Revised: 09/09/2022

Accepted: 13/10/2022

Published online: 15/10/2022

<https://doi.org/10.47869/tcsj.73.8.3>

* *Corresponding author*

Email: quannah_ktxd@utc.edu.vn; Tel: +84912907227

Abstract. The pervious concrete is an ecological material which has many advantages such as control rainwater runoff, reduce environmental pollution, allow the natural recharge of the groundwater, filter out contaminants in waters. The available research on its flexural behavior is limited compared to compressive strength and porosity, permeability. In this paper, we propose a new numerical model to evaluate the flexural behavior of pervious concrete at mesoscale level. The fracture behavior of pervious concrete is simulated using the phase field method. This approach can simulate complex crack paths such as crack branching, crack coalescence. The mesostructure of pervious concrete is constructed using the new generated algorithm method. Aggregate is assumed to have an elliptical form. Numerical results agree fairly well with experimental results in terms of load – crack mouth opening displacement and fracture pattern. On the other hand, it is also shown that the shape of aggregate affect the flexural behavior of pervious concrete.

Keywords: pervious concrete, flexural behavior, the phase field method, elliptical aggregate.



ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP TRƯỜNG PHA ĐỂ DỰ BÁO ỨNG XỬ CHỊU KÉO KHI UỐN CỦA BÊ TÔNG XI MĂNG RỖNG

Nguyễn Thị Hồng, Nguyễn Hoàng Quân*, Trần Bảo Việt, Trần Anh Tuấn

Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 27/08/2022

Ngày nhận bài sửa: 09/09/2022

Ngày chấp nhận đăng: 13/10/2022

Ngày xuất bản Online: 15/10/2022

<https://doi.org/10.47869/tcsj.73.8.3>

* Tác giả liên hệ

Email: quannah_ktxd@utc.edu.vn; Tel: +84912907227

Tóm tắt. Bê tông xi măng rỗng là vật liệu sinh thái có nhiều ưu điểm như kiểm soát được lưu lượng nước bề mặt, giảm ô nhiễm môi trường, tái tạo nguồn nước ngầm, lọc các chất độc cho nước. Các nghiên cứu về ứng xử chịu kéo uốn của vật liệu này còn hạn chế so với các nghiên cứu về ứng xử chịu nén, về độ rỗng, tính thấm. Bài báo nhằm mục đích đề xuất mô hình mô phỏng số mới xác định ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng ở cấp độ vật liệu. Ứng xử phá hoại của bê tông xi măng rỗng được mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết trường pha. Phương pháp này cho phép mô phỏng hệ thống vết nứt phức tạp như vết nứt phân nhánh, các vết nứt nhỏ gặp nhau tạo thành vết nứt lớn. Cấu trúc của bê tông xi măng rỗng được xây dựng thông qua các thuật toán mới về xây dựng lưới. Các hạt cốt liệu được giả thiết có hình dạng elíp. Kết quả mô phỏng cho thấy sự tương đồng với kết quả thí nghiệm về mối quan hệ lực – độ mở rộng vết nứt, dạng phá hoại. Bên cạnh đó, kết quả mô hình số cũng cho thấy ảnh hưởng của hình dạng hạt cốt liệu tới ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng.

Từ khóa: bê tông xi măng rỗng, ứng xử chịu kéo khi uốn, trường pha, hạt cốt liệu hình elíp.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hiện nay, bê tông là loại vật liệu đang được sử dụng rộng rãi trong ngành xây dựng. Có nhiều loại bê tông khác nhau như: bê tông tự đầm, bê tông cường độ cao, bê tông cốt sợi, bê tông xi măng rỗng (BTXMR)... Trong số đó, bê tông xi măng rỗng là loại bê tông đặc biệt được tạo thành từ xi măng, nước và các hạt cốt liệu lớn. Khác với bê tông truyền thống, trong BTXMR, các hạt cốt liệu lớn được bao quanh bởi lớp mỏng đá xi măng và được gắn kết với nhau thông qua lớp đá xi măng này. Độ rỗng của vật liệu này nằm trong khoảng từ 10-30% [1], tính thấm nằm trong khoảng từ 0,2 đến 3 cm/s [2] và cường độ chịu nén trong khoảng từ 10 – 50 MPa [3]. Do có tính thấm cao, loại bê tông này được áp dụng trong kết cấu mặt đường người đi bộ, vỉa hè, bãi đỗ xe nhằm mục đích thoát nước bền vững. Thông qua lớp mặt bằng bê tông xi măng rỗng, lưu lượng dòng nước bề mặt sẽ bị giảm do có một phần được thấm xuống đất. Việc sử dụng BTXMR góp phần giảm hiện tượng ngập lụt và ô nhiễm môi trường ở các đô thị, đặc biệt là các khu đô thị cũ nơi mà việc xây mới hay cải tạo các hệ thống thoát nước truyền thống gặp nhiều khó khăn. Bên cạnh đó, giải pháp này sẽ góp phần bổ sung nguồn nước ngầm, góp phần giảm hiện tượng lún sụt bề mặt do khai thác quá mức nguồn nước ngầm. Ngoài ra, dạng vật liệu này còn góp phần giảm hiệu ứng đảo nhiệt đô thị, bảo tồn hệ sinh thái.

Phương pháp số chủ yếu được áp dụng hiện nay nhằm xác định ứng xử chịu nén và ép chế cho loại vật liệu này là phương pháp phần tử rời rạc (discrete element method-DEM). Đây là phương pháp tính đến sự dịch chuyển tương đối và tương tác giữa các hạt cốt liệu. Năm 2011, Lian và các cộng sự [4] là nhóm nghiên cứu đầu tiên áp dụng phương pháp này cho bê tông xi măng rỗng với việc mô phỏng 2D mẫu bê tông xi măng rỗng chịu nén. Pieralisi và các cộng sự [5] thực hiện mô phỏng 3D ứng xử chịu nén và ép chế của bê tông xi măng rỗng với giả thiết các hạt cốt liệu có hình cầu. Trong [6], phương pháp DEM được sử dụng để mô phỏng ứng xử chịu nén của bê tông xi măng rỗng với giả thiết các hạt cốt liệu có hình dạng bất kỳ. Nhìn chung, phương pháp DEM có khả năng miêu tả tương đối tốt ứng xử chịu nén, ép chế của bê tông xi măng rỗng. Tuy nhiên, việc xác định các tham số vật liệu có trong mô hình là tương đối phức tạp đồng thời thời gian tính toán bằng phương pháp này tương đối lâu do mô hình tính đến biến dạng lớn. Ngoài ra, một số tác giả sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (finite element method- FEM) [7, 8] để nghiên cứu ứng xử chịu lực của BTXMR. Trong nghiên cứu [7], lỗ rỗng được giả thiết là hình tròn, hạt cốt liệu và đá xi măng được giả thiết là vật liệu đồng nhất. Tuy nhiên, mô hình này không phản ánh được cấu trúc thực tế của vật liệu BTXMR. Nghiên cứu [8] đã xây dựng được cấu trúc thực tế của bê tông xi măng rỗng, tuy nhiên các hạt cốt liệu vẫn được đơn giản hoá bằng hình tròn.

Mục đích của bài báo nhằm tiếp tục phát triển mô hình mô phỏng số mới dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn nhằm xác định ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng ở cấp độ vật liệu đã được xây dựng trong nghiên cứu [8]. Mô hình mô phỏng được xây dựng bao gồm hai bước. Trước tiên, mô phỏng Monte Carlo [9] được sử dụng nhằm tạo ra mẫu bê tông

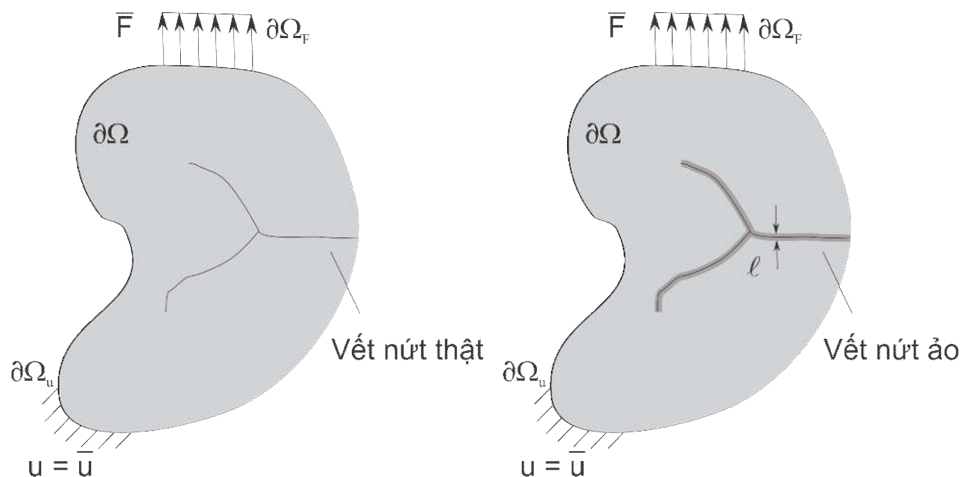
xi măng rỗng ở cấp độ vật liệu, trong đó, các hạt cốt liệu được giả thiết có dạng hình elíp, phân bố ngẫu nhiên trong mẫu. Việc sử dụng mô phỏng Monte Carlo đảm bảo phản ánh được cấu trúc thực tế của bê tông xi măng rỗng và kết quả thu được mang ý nghĩa thống kê. Tiếp đó, phương pháp trường pha (the phase field method) [10-12] được sử dụng để mô phỏng sự hình thành và phát triển vết nứt trong BTXMR. Trong phương pháp này, miền nứt (hư hại) được miêu tả qua đại lượng vô hướng d nhận giá trị trong khoảng từ 0 đến 1, tương ứng với trạng thái không hư hại và hư hại hoàn toàn của vật liệu. Nhờ vậy, sự hình thành và lan truyền của vết nứt được mô phỏng một cách dễ dàng mà không phụ thuộc vào lưới hình học. Tính chính xác của mô hình được kiểm chứng thông qua việc so sánh với kết quả thí nghiệm trên các phương diện đường cong lực – độ mở rộng vết nứt, dạng phá hoại. Đồng thời, bài báo cũng tính đến ảnh hưởng của hình dạng hạt tới ứng xử chịu kéo uốn của bê tông xi măng rỗng.

Bố cục của bài báo được trình bày như sau. Lý thuyết về phương pháp trường pha được trình bày trong mục 2. Quá trình xây dựng cấu trúc bê tông xi măng rỗng bằng mô phỏng Monte Carlo được giới thiệu ở mục 3. Tiếp đó, các kết quả thu được từ mô hình mô phỏng được thể hiện trong mục 4. Các nghiên cứu số tại mục này mô phỏng lại nghiên cứu thí nghiệm đã thực hiện [13]. Cuối cùng là phần kết luận và kiến nghị.

2. TÓM TẮT PHƯƠNG PHÁP TRƯỜNG PHA

Xét một vật thể bị nứt $\Omega \subset \mathbb{R}^D$, với $D = 1, 2, 3$ là số chiều không gian và $\partial\Omega$ là biên của vật thể. Coi Γ có kích thước $D - 1$ thể hiện vết nứt bên trong vật thể Ω (Hình 1). Tổng năng lượng của vật thể bị nứt kết hợp với lý thuyết phá hoại giòn của Griffith [14] được định nghĩa như sau:

$$E = \int_{\Omega/\Gamma} \psi(\varepsilon) d\Omega + \int_{\Gamma} g_c dS. \quad (1)$$



Hình 1. a) Vết nứt thật b) Vết nứt ảo mô phỏng bằng trường pha.

Trong đó: $\psi(\varepsilon)$ là hàm mật độ năng lượng đàn hồi, g_c là năng lượng phá huỷ tới hạn, $\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$ là biến dạng vô cùng bé. Trong phương pháp trường pha, vết nứt Γ được biểu diễn thông qua trường vô hướng $d(\mathbf{x}) \in [0,1]$. Tại vị trí có vết nứt Γ thì $d = 1$ và càng ra xa vị trí có vết nứt thì d sẽ tiến về giá trị bằng 0. Năng lượng gây nứt có thể viết gần đúng dưới dạng sau:

$$\int_{\Gamma} g_c dS = \int_{\Omega} g_c \gamma_d(d, \nabla d) d\Omega. \quad (2)$$

Trong đó, $\gamma_d(d, \nabla d)$ hàm mật độ vết nứt được biểu diễn bởi phương trình dưới đây:

$$\gamma_d(d, \nabla d) = \frac{1}{2\ell} d^2 + \frac{\ell}{2} \nabla d \cdot \nabla d \quad (3)$$

Việc đưa vào hàm mật độ vết nứt nhằm mục đích chuyển từ tích phân trên miền vết nứt sang tích phân trên toàn vật thể. Trong công thức (3), ℓ là tham số thể hiện chiều dày của vết nứt. Để thoả mãn điều kiện hội tụ Γ , nói cách khác để vết nứt ảo được mô phỏng bằng phương pháp trường pha tiến đến vết nứt thật thì giá trị ℓ cần chọn nhỏ ($\ell \rightarrow 0$) [15,16]. Bên cạnh đó, ℓ cũng được coi là hằng số vật liệu. Giá trị của ℓ ảnh hưởng tới ứng suất tới hạn mà tại đó vết nứt hình thành [17,18].

Nhằm mục đích miêu tả sự suy giảm độ cứng trong miền có vết nứt, trường pha được đưa vào hàm mật độ năng lượng đàn hồi $\psi(\varepsilon, d) = g(d)\psi(\varepsilon)$ bằng cách sử dụng hàm số hư hại:

$$g(d) = (1 - d)^2 + \xi. \quad (4)$$

Trong đó, ξ là số thực vô cùng bé được sử dụng để đảm bảo điều kiện hội tụ của bài toán trong trường hợp vật thể bị hư hại hoàn toàn. Khi đó, năng lượng đàn hồi của vật thể có thể được viết lại dưới dạng như sau:

$$\int_{\Omega/\Gamma} \psi(\varepsilon) d\Omega = \int_{\Omega} \psi(\varepsilon, d) d\Omega. \quad (5)$$

Từ phương trình (2), (5), tổng năng lượng của vật thể bị nứt được biểu diễn dưới dạng sau:

$$E = \int_{\Omega} \psi(\varepsilon, d) d\Omega + \int_{\Omega} g_c \gamma_d(d, \nabla d) d\Omega \quad (6)$$

Giả thiết rằng hư hại chỉ gây ra bởi lực kéo, Miehe và các cộng sự [11], đề xuất mô hình trong đó biến dạng đàn hồi được tách thành biến dạng kéo ε^+ và biến dạng nén ε^- như dưới đây:

$$\varepsilon = \varepsilon^+ + \varepsilon^-. \quad (7)$$

$$\varepsilon^+ = \sum_{i=1}^D \langle \varepsilon^i \rangle_+ \mathbf{n}^i \otimes \mathbf{n}^i; \quad \varepsilon^- = \sum_{i=1}^D \langle \varepsilon^i \rangle_- \mathbf{n}^i \otimes \mathbf{n}^i. \quad (8)$$

Trong đó: ε^i , \mathbf{n}^i là giá trị riêng và véc tơ riêng của ε , thoả mãn điều kiện $\varepsilon \mathbf{n}^i = \varepsilon^i \mathbf{n}^i$. Ở phương trình (8), $\langle x \rangle_+ = (x + |x|)/2$ và $\langle x \rangle_- = (x - |x|)/2$. Từ đó, hàm mật độ năng lượng đàn hồi được viết lại dưới dạng sau:

$$\psi^\pm(\varepsilon) = \frac{\lambda}{2} [(\text{tr} \varepsilon)_\pm]^2 + \mu \text{tr} [(\varepsilon^\pm)^2]. \quad (9)$$

Trong đó, λ, μ là hằng số Lamé.

Áp dụng nguyên lý tiêu hao năng lượng tối đa và cực tiểu năng lượng cho phương trình (6), ta thu được cặp phương trình cho phép xác định trường chuyển vị $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ và trường pha $d(\mathbf{x})$ bên trong vật rắn Ω :

Phương trình xác định trường pha:

$$\begin{cases} 2(1-d)\mathcal{H} - \frac{g_c}{\ell}(d - \ell^2 \Delta d) = 0 \text{ trong } \Omega \\ d(\mathbf{x}) = 1 \text{ trên } \Gamma \\ \nabla d(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ trên } \partial\Omega \end{cases} \quad (10)$$

Phương trình xác định trường chuyển vị:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(u, d) = \mathbf{f} \text{ trên } \Omega \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}} \text{ trên } \partial\Omega_u \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \bar{\mathbf{F}} \text{ trên } \partial\Omega_f \end{cases} \quad (11)$$

Trong phương trình (10), $\mathcal{H}(t)$ là hàm lịch sử mật độ năng lượng biến dạng. Hàm số này được sử dụng để miêu tả sự phụ thuộc của biến trường pha vào lịch sử gia tải và vào quá trình tăng – giảm tải trọng. Hàm số này được viết dưới dạng sau:

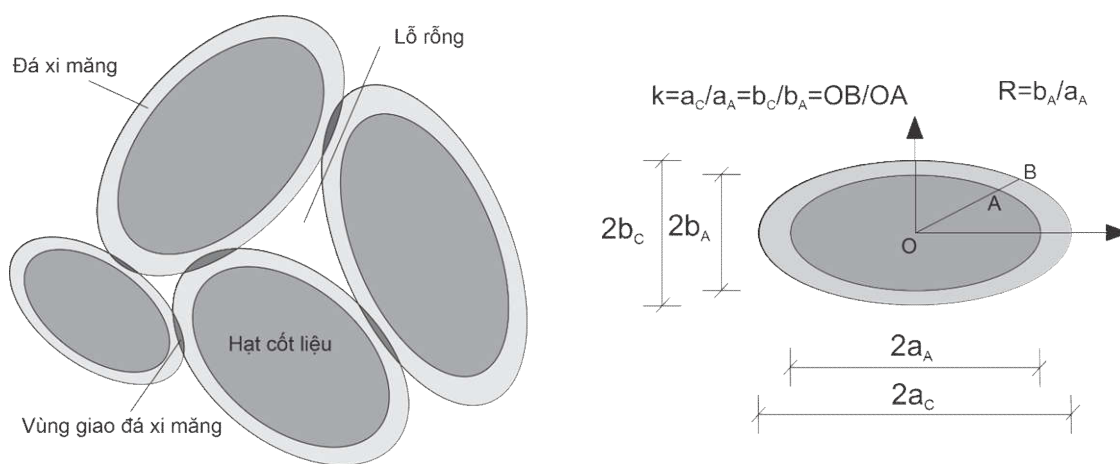
$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, t) = \max_{\tau \in [0, t]} \{\psi^+(\mathbf{x}, \tau)\}. \quad (12)$$

Trong phương trình (11), \mathbf{f} và \mathbf{F} lần lượt là lực khối và ngoại lực. Phương trình (10), (11) lần lượt được giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn tại mỗi bước thời gian bằng cách

sử dụng phần mềm Matlab. Để biết rõ hơn chi tiết về phương pháp và cách giải, người đọc có thể tìm đến tài liệu [11, 19].

3. XÂY DỰNG CẤU TRÚC BÊ TÔNG XI MĂNG RỖNG Ở CẤP ĐỘ VẬT LIỆU

Trong phần này, chúng tôi giới thiệu việc xây dựng cấu trúc bê tông xi măng rỗng 2D ở cấp độ vật liệu. Đối với bê tông thông thường, các hạt cốt liệu được coi như đặt trong chất nền bằng xi măng. Ngược lại, bê tông xi măng rỗng có cấu trúc đặc biệt, trong đó các hạt cốt liệu được bao bởi lớp mỏng bằng đá xi măng và được liên kết với nhau thông qua lớp xi măng này [20, 21]. Trong nghiên cứu này, các hạt cốt liệu được giả thiết có hình elíp, được bọc xung quanh một lớp đá xi măng mỏng cũng có hình elíp (Hình 2).



a) Cấu trúc bê tông xi măng rỗng

b) Kích thước của hạt cốt liệu và đá xi măng

Hình 2. a) Cấu trúc bê tông xi măng rỗng b) Kích thước của hạt cốt liệu và đá xi măng.

Gọi $2a_A$, $2b_A$, $2a_C$, $2b_C$ lần lượt là kích thước cạnh dài và cạnh ngắn của hạt cốt liệu và hạt cốt liệu có đá xi măng bao quanh. Tỷ số cạnh ngắn và cạnh dài của hạt cốt liệu hình elíp được kí hiệu là R , $0 < R \leq 1$. Trong trường hợp $R = 1$, hạt cốt liệu hình elíp trở thành hạt cốt liệu hình tròn. Giả thiết rằng chiều dày lớp đá xi măng tỷ lệ thuận với bán kính hạt cốt liệu thông qua hệ số cấp phối k được định nghĩa như sau:

$$k = \frac{a_C}{a_A} = \frac{b_C}{b_A} = \frac{OB}{OA} \quad (13)$$

Hệ số k phụ thuộc vào nhiều yếu tố như hàm lượng xi măng, nước, phụ gia siêu dẻo, tính linh động của xi măng, phương pháp nhào trộn hỗn hợp. Do ảnh hưởng của nhiều yếu tố như vậy, hệ số này khó có thể xác định một cách trực tiếp. Dựa theo các nghiên cứu [22-24], giá trị của k nằm trong khoảng từ 1,064 đến 1,233. Hệ số này đóng vai trò quan trọng tới ứng xử cơ

học của bê tông xi măng rỗng. Trong một hỗn hợp bê tông xi măng rỗng, nếu hàm lượng hạt là không đổi, k càng lớn dẫn tới hàm lượng xi măng lớn, độ rỗng của mẫu nhỏ. Điều này làm giảm tính thấm của bê tông xi măng rỗng nhưng lại làm tăng cường độ và ngược lại. Giả thiết bỏ qua phần giao nhau giữa các lớp đá xi măng, dựa vào giá trị của k , với độ rỗng cho trước ϕ , tỷ lệ diện tích của hạt cốt liệu S_A và xi măng S_P được xác định lần lượt theo các công thức sau:

$$S_A = \frac{1 - \phi}{k^2} \text{ và } S_P = 1 - S_A - \phi. \quad (14)$$

Trên thực tế, trong một mẫu bê tông các hạt cốt liệu có hình dạng, kích thước được phân bố ngẫu nhiên. Đối với vật liệu bê tông truyền thống, tính phân bố ngẫu nhiên của các hạt cốt liệu được tạo ra thông qua một số giả thiết mô phỏng (xem [9]). Trong bài báo này, một số thuật toán đã được phát triển để tạo ra cấu trúc của bê tông xi măng rỗng với các hạt cốt liệu dạng elíp. Thuật toán mô phỏng bao gồm ba bước sau:

Bước 1: *Xác định tổng diện tích các hạt trong mỗi cỡ sàng, dựa trên đường cong cấp phối thí nghiệm hoặc đường cong cấp phối Fuller.* Gọi D_i là kích thước của cỡ sàng thứ i đồng thời là kích thước cạnh dài của hình elíp, D_{max} , D_{min} lần lượt là kích thước cỡ sàng lớn nhất và kích thước cỡ sàng nhỏ nhất, $P(D_i)$ là hàm lượng phần trăm tích lũy các hạt cốt liệu lọt qua sàng có kích thước D_i , S_{pc} là diện tích mẫu bê tông xi măng rỗng, S_A là hàm lượng các hạt cốt liệu có trong mẫu được xác định từ độ rỗng cho trước của mẫu theo phương trình (14). Tổng diện tích các hạt cốt liệu phân bố trong cỡ sàng $|D_{i+1} - D_i|$ được xác định theo công thức sau:

$$S_{agg}[D_{i+1} - D_i] = \frac{P(D_{i+1}) - P(D_i)}{P(D_{max}) - P(D_{min})} S_A S_{pc}. \quad (15)$$

Bước 2: *Tính toán số lượng và kích thước các hạt trong mỗi cỡ sàng.* Mục đích của bước này là nhằm tính toán kích thước và số lượng của các hạt cốt liệu trong mỗi cỡ sàng. Bước này được tiến hành lần lượt từ cỡ sàng có kích thước lớn nhất đến cỡ sàng có kích thước nhỏ nhất. Thuật toán mô tả được cụ thể ở Bảng 1 dưới đây:

Trong bước này, từng hạt cốt liệu hình elíp có lớp đá xi măng bao quanh sẽ được gieo lần lượt vào trong mẫu. Vị trí của hạt cốt liệu hình elíp được xác định bởi tọa độ tâm và góc nghiêng của hình elíp so với trục nằm ngang phải thoả mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Các hạt cốt liệu có lớp đá xi măng bao quanh phải nằm trong mẫu đầm.
- Các hạt cốt liệu có lớp đá xi măng bao quanh này không được chạm vào hạt cốt liệu đã gieo trước đó.

- Hạt cốt liệu có lớp đá xi măng bao quanh phải giao với ít nhất một hạt có lớp đá xi măng bao quanh đã gieo trước đó. Nếu ba điều kiện trên được thoả mãn, hạt cốt liệu có lớp đá xi măng bao quanh được đặt vào trong mẫu.

Nếu một trong ba điều kiện trên bị vi phạm, một vị trí mới bất kì, một góc nghiêng bất kì được tạo ra đến khi ba điều kiện trên thoả mãn. Quá trình này được lặp đi lặp lại đến khi các hạt có lớp đá xi măng bao quanh được đặt vào trong mẫu. Thuật toán kiểm tra vị trí tương đối của các hình elíp (không giao nhau, giao nhau) được thực hiện theo mô hình đề xuất bởi Etayo và các cộng sự [25].

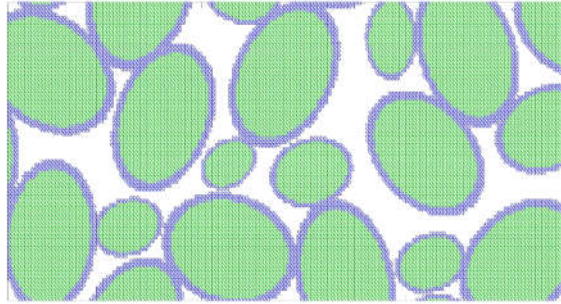
Bảng 1. Thuật toán tính số lượng và kích thước các hạt trong một cỡ sàng.

Bước	Mô tả
2.1	Tạo ngẫu nhiên một kích thước: $D_i \in [D_{i+1} - D_i]$, cạnh ngắn của elíp bằng RD_i
2.2	Tính diện tích hạt cốt liệu vừa tạo ra và tính phần diện tích hạt còn lại bằng cách lấy tổng diện tích các hạt cốt liệu phân bố trong cỡ sàng $[D_{i+1} - D_i]$ trừ đi diện tích của hạt vừa tạo ra.
2.3	Tiến hành lặp các bước 2.1 và 2.2, đến khi tổng diện tích các hạt nhỏ hơn $\pi D_i^2 R/4$. Khi đó, diện tích hạt còn lại là không đủ để tạo ra một hạt cốt liệu có kích thước nằm trong khoảng $[D_{i+1} - D_i]$. Phần diện tích dư này sẽ được chuyển xuống cỡ sàng kế tiếp sau.
2.4	Tiến hành lặp lại ba bước trên cho các cỡ sàng nhỏ hơn cho đến cỡ sàng bé nhất.

Bước 3: Gieo các hạt được xác định ở Bước 2 vào trong mẫu theo thứ tự từ lớn đến nhỏ.

Lưu ý rằng, trong công thức (14), chúng tôi đã bỏ qua phần giao giữa các lớp đá xi măng. Tuy nhiên, khi tiến hành lập trình, phần diện tích giao nhau giữa các lớp đá xi măng được tính toán theo thuật toán đề xuất bởi Hughes và các cộng sự [26] (tính phần giao nhau của hai hình elíp). Như vậy, với cùng một hàm lượng hạt cốt liệu, điều này sẽ dẫn đến hàm lượng xi măng giảm đi và độ rỗng của mẫu tăng lên. Để có thể tạo ra mẫu có độ rỗng giống như trong thí nghiệm, sau khi thực hiện ba bước trên, phần diện tích giao nhau giữa các hạt có lớp đá xi măng bao quanh sẽ được tính cho hạt cốt liệu có đường kính bé nhất. Do diện tích phần giao nhau giữa các lớp đá xi măng là nhỏ nên việc làm trên không ảnh hưởng nhiều tới ứng xử cơ học của mẫu bê tông xi măng rỗng.

Hình 3 minh họa một lưới phần tử hữu hạn của cấu trúc bê tông xi măng rỗng được xây dựng dựa trên thuật toán đề xuất ở trên cho trường hợp $R = 0,7$. Lưu ý rằng nhằm mục đích thể hiện rõ lưới phần tử, hình vẽ này chỉ thể hiện một phần của mẫu. Đối với toàn bộ mẫu, các hạt cốt liệu và đá xi măng phải nằm trong mẫu. Mẫu dần được rời rạc hoá bằng mạng lưới các phần tử tam giác tuyến tính 3 nút. Tiếp theo, các phần tử tương ứng với phần rỗng được loại bỏ. Phần màu xanh lá cây, nước biển, màu trắng lần lượt thể hiện hạt cốt liệu, đá xi măng, lỗ rỗng.



Hình 3. Minh họa lưới phần tử hữu hạn của vật liệu bê tông xi măng rỗng.

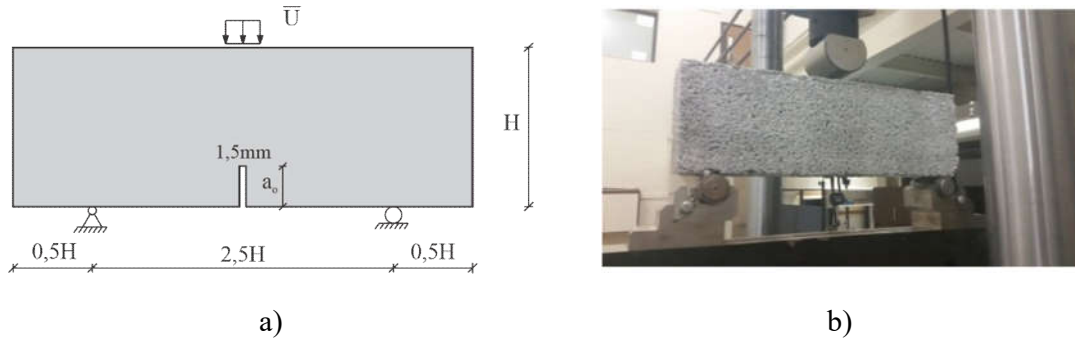
4. XÁC ĐỊNH ỨNG XỬ CHỊU KÉO KHI UỐN CỦA BÊ TÔNG XI MĂNG RỖNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TRƯỜNG PHA

Trong phần này, phương pháp trường pha được giới thiệu ở mục 2 được sử dụng để mô phỏng ứng xử chịu kéo khi uốn của dầm bê tông xi măng rỗng. Kết quả mô hình mô phỏng được kiểm chứng với kết quả thí nghiệm [13] thông qua đường cong quan hệ lực độ mở rộng vết nứt, dạng phá hoại.

4.1 Thông số của mô hình

Trước tiên, cấu trúc của bê tông xi măng rỗng được xây dựng theo phương pháp được trình bày ở mục 3. Để đảm bảo tính ổn định của bài toán, tại bước gieo các hạt vào trong mẫu, 5 hạt cốt liệu có đường kính lớn nhất lần lượt được đặt tại 5 vị trí: hai góc tựa để thiết lập điều kiện biên, vị trí đặt lực tại điểm chính giữa bên trên của dầm, hai hạt ở hai bên thành của vết nứt môi để xác định độ mở rộng của vết nứt. Phần giữa dầm nơi có vết nứt môi được sử dụng lưới mịn hơn so với các phần còn lại của dầm. Kích thước phần tử trong khu vực này được chọn $h \leq 0,75\text{mm}$ để đảm bảo rằng tại lớp xi măng được chia thành nhiều phần tử và đảm bảo thể hiện được chính xác vùng hư hại bằng phương pháp trường pha. Tổng cộng, dầm được rời rạc hoá thành khoảng 800000 phần tử. Các phương trình của phương pháp trường pha được lập trình trong phần mềm Matlab. Nhằm mục đích đơn giản hoá việc tính toán, miền tiếp xúc (interfacial transition zone - ITZ) giữa hạt cốt liệu và đá xi măng được bỏ qua. Các tính chất vật liệu của hạt cốt liệu và xi măng được chọn tương tự như các nghiên cứu được thực hiện bởi Lopez và các cộng sự [27], Gatuingt và các cộng sự [28]. Theo đó, giá trị của mô đun đàn hồi và hệ số Poisson của các hạt cốt liệu và đá xi măng lần lượt bằng 75 GPa ; $0,2$; 25 GPa , $0,2$. Cường độ chịu kéo của đá xi măng $\sigma_c = 4,0\text{ MPa}$. Năng lượng gây nứt của đá xi măng được chọn bằng $g_c = 40\text{ N/m}$. Tham số chiều dày vết nứt của đá xi măng được chọn bằng $\ell_{sq} = 1,5\text{ mm}$, từ đó, năng lượng gây nứt tới hạn được xác định dựa trên $g_c/\ell = g_{c,sq}/\ell_{sq}$, ta được $g_{c,sq} \approx 9,1\text{ N/m}$.

Hình 4a thể hiện sơ đồ thí nghiệm số nhằm mô phỏng ứng xử chịu uốn của bê tông xi măng rỗng. Đây là thí nghiệm của dầm bê tông xi măng rỗng chịu uốn ba điểm. Mẫu dầm có kích thước H bằng 100 mm . Ở giữa dầm được tạo một vết nứt môi có bề rộng bằng $1,5\text{ mm}$, tỷ số chiều cao của vết nứt môi và chiều cao dầm $(a_c/H) = 0,15$.



Hình 4.a) Sơ đồ thí nghiệm b) Thực tế bố trí thí nghiệm.

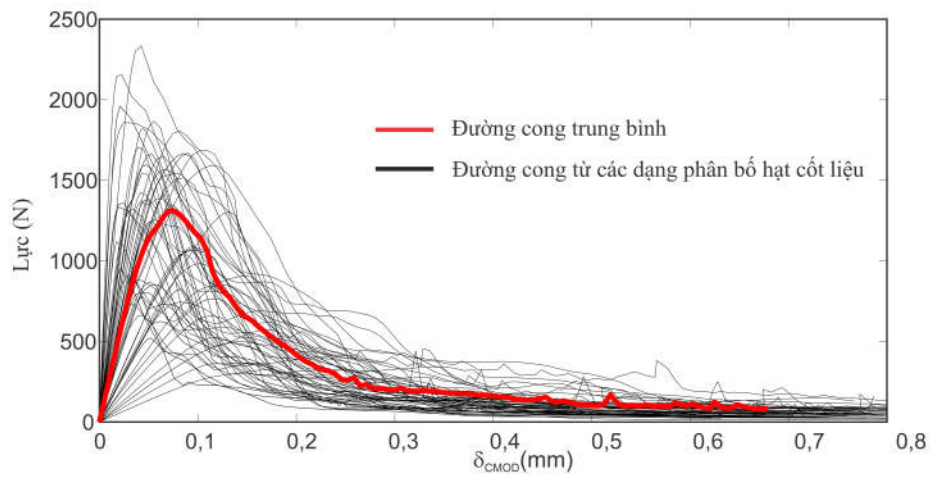
Tính toán này mô tả lại thí nghiệm thực được thực hiện bởi hiện [13] (Hình 4b). Để có thể mô tả lại chính xác kết quả đối chiếu thí nghiệm, đường cong cấp phối được sử dụng như mô tả tại [13]. Dầm mô phỏng số được gia tải bằng chuyển vị tại điểm giữa dầm với số gia chuyển vị $\Delta U = -10^{-4} \text{mm}$. Hai gối tựa bị ngăn cản chuyển vị theo phương thẳng đứng, gối tựa bên trái bị ngăn cản chuyển vị theo phương ngang.

4.2 Kết quả

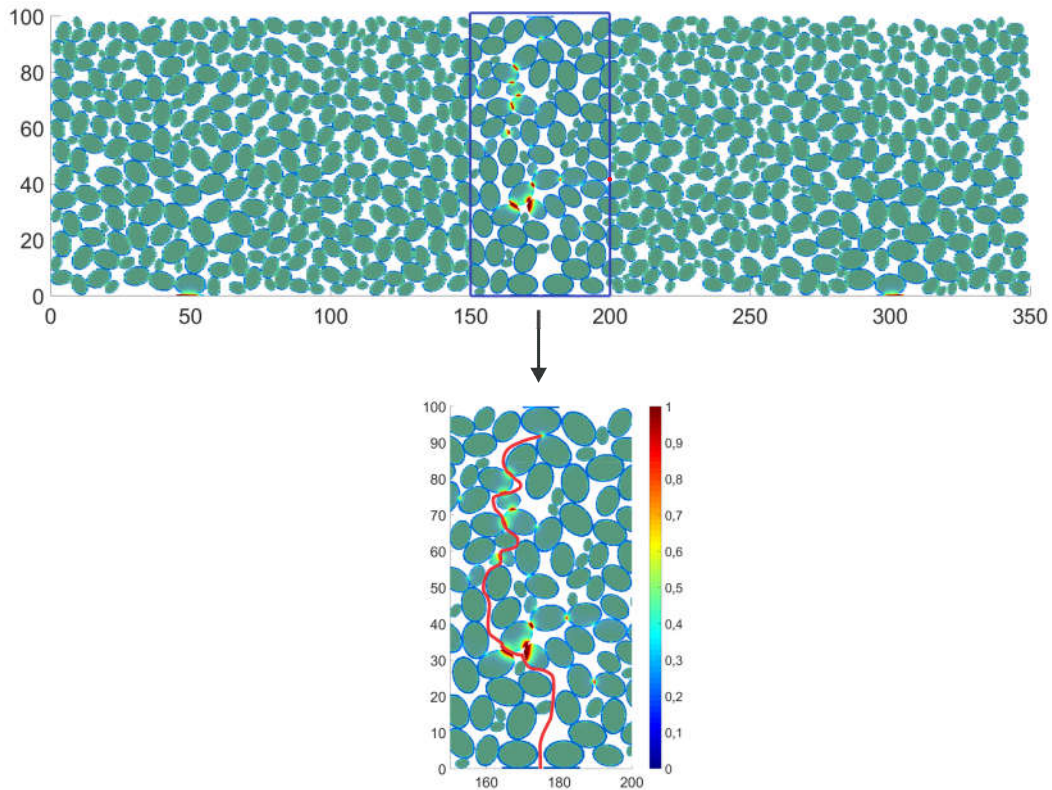
Ở cấp độ vật liệu, sự phân bố ngẫu nhiên của các hạt cốt liệu ảnh hưởng đến tính chất cơ học của bê tông xi măng rỗng. Do đó, để đảm bảo tính hội tụ của kết quả, với mỗi mẫu dầm, chúng tôi tạo ra 50 cấu trúc vật liệu bê tông xi măng rỗng. Ứng với mỗi cấu trúc, ta xác định được một đường cong lực – độ mở rộng vết nứt. Theo những tính toán tại [8], với hệ số cấp phối k được chọn bằng 1,148 (giá trị trung bình trong khoảng 1,064 và 1,233), đường cong mô phỏng thể hiện sự tương đồng với đường cong thí nghiệm. Hình 5 thể hiện mối quan hệ lực – độ mở rộng vết nứt δ_{CMOD} từ 50 mẫu cho trường hợp $k = 1,148$ và $R = 0,7$. Đường màu đỏ là đường cong trung bình thu được từ 50 mẫu. Kết quả mô phỏng thể hiện sự phân tán ở cả giai đoạn đàn hồi và giai đoạn đi xuống của đường cong. Tuy nhiên, đối với bê tông xi măng rỗng, tính phân tán này được kiểm chứng thông qua các kết quả thí nghiệm [5, 32]. Trong nghiên cứu của Chandrappa và các cộng sự [32], kết quả thí nghiệm cho thấy rằng cường độ chịu kéo khi uốn và độ cứng của từng cấp phối và độ rỗng thể hiện tính phân tán cao đến 50%. Điều tương tự được quan sát thấy trên thí nghiệm xác định cường độ chịu nén và kéo của bê tông xi măng rỗng trong nghiên cứu của Peralisi và các cộng sự [5]. Tính phân tán này cho thấy rằng, mặc dù hai mẫu bê tông xi măng rỗng có cùng cấp phối, cấu trúc vật liệu của bê tông xi măng rỗng sẽ đóng vai trò quan trọng ảnh hưởng đến không chỉ cường độ chịu kéo khi uốn mà cả ứng xử ở giai đoạn đàn hồi và ứng xử nứt của vật liệu.

Hình 6 mô tả dạng phát triển điển hình của vết nứt thu được từ mô hình mô phỏng. Phần màu xanh lá cây thể hiện hạt cốt liệu, phần màu xanh nước biển thể hiện đá xi măng. Vùng hư hại hoàn toàn được mô phỏng bằng phương pháp trường pha ($\alpha = 1$) được biểu thị bằng màu đỏ. Khác với bê tông thông thường, vết nứt sẽ lan truyền trong pha xi măng từ vết nứt mới đến điểm đặt lực, trong bê tông xi măng rỗng, vết nứt xuất hiện tại miền tiếp xúc giữa các hạt cốt liệu, lan truyền thông qua lỗ rỗng đến miền tiếp xúc giữa các hạt cốt liệu khác. Đường màu đỏ kết nối các điểm nứt trên các lớp xi măng thể hiện dạng vết nứt đặc trưng của

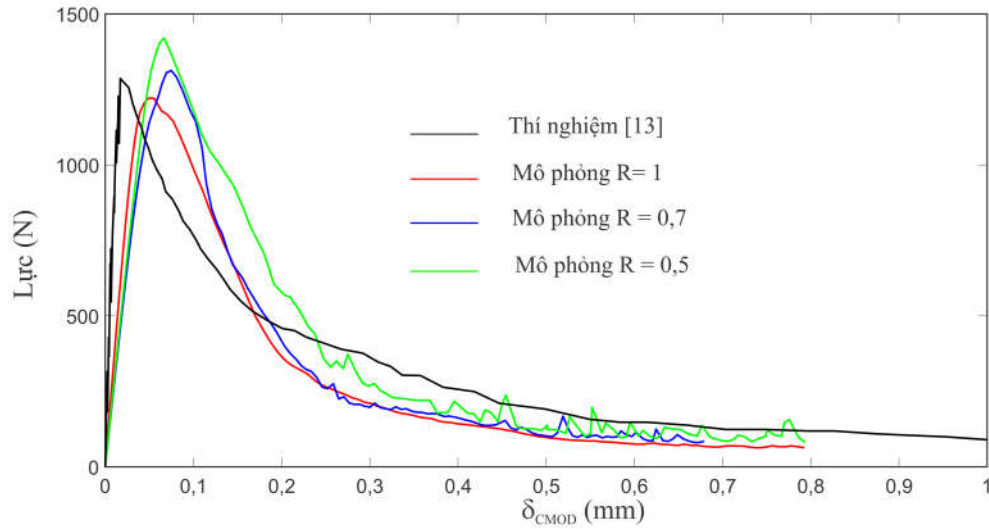
mẫu bê tông xi măng rỗng. Bên cạnh đó, dễ dàng nhận thấy rằng cấu trúc lỗ rỗng ảnh hưởng rất nhiều đến đường phát triển vết nứt, qua đó là ứng xử chịu kéo uốn của vật liệu.



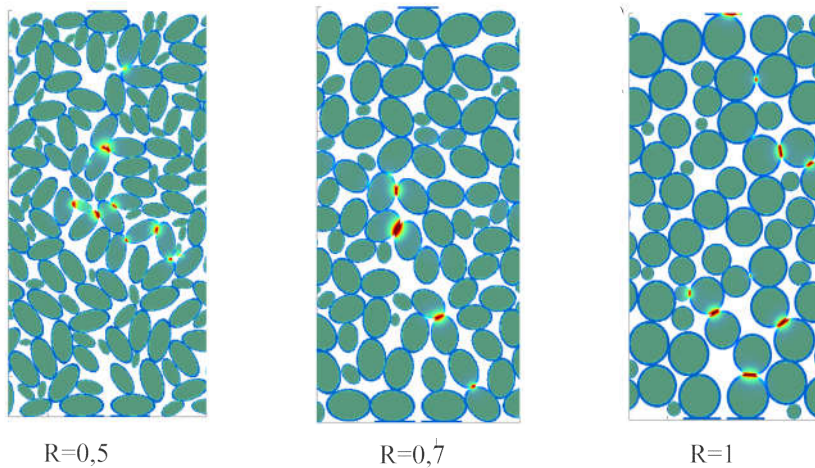
Hình 5. Mối quan hệ lực – độ mở rộng vết nứt δ_{CMOD} từ 50 mẫu cho trường hợp $k = 1,148$ và $R = 0,7$



Hình 6. Vết nứt đặc trưng trong mẫu bê tông xi măng rỗng thu được từ mô hình mô phỏng cho trường hợp $k = 1,148$ và $R = 0,7$.



Hình 7. Đường cong lực – độ mở rộng vết nứt trung bình ứng với $R = 0,5; 0,7; 1$ và $k = 1,148$.



Hình 8. Phân bố các hạt cốt liệu ứng với $R = 0,5; 0,7; 1$ và $k = 1,148$.

Hình 7 thể hiện sự so sánh giữa đường cong lực – độ mở rộng vết nứt trung bình thu được từ mô phỏng ($R = 1; 0,7; 0,5$) và kết quả thí nghiệm [13]. Độ rỗng được chọn bằng 27 % giống như trong thí nghiệm và hệ số cấp phối $k = 1,148$. Nhận thấy rằng, các đường cong mô phỏng có sự tương đồng với kết quả thí nghiệm cả ở giai đoạn đàn hồi và giai đoạn đi xuống. Ứng với $R = 0,7$, đường cong mô phỏng cho kết quả giá trị lực lớn nhất gần với kết quả thí nghiệm nhất, sai lệch khoảng 2 %. Kết quả này khẳng định khả năng của mô hình trong việc xác định ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng. Từ đó, mô hình có tiềm năng ứng dụng cao trong việc thiết kế thành phần bê tông xi măng rỗng đạt các tính năng mong muốn.

Bên cạnh đó, nhận thấy rằng, giá trị lực lớn nhất lần lượt bằng 1221,62 N; 1312,81 N; 1420,82 N ứng với $R = 1; 0,7; 0,5$. Như vậy, khi R càng giảm thì giá trị lực càng lớn. Điều

này có thể giải thích bởi sự phân bố các hạt cốt liệu ở phần giữa đầm ứng với các tỷ số R khác nhau như trên hình 8. Với cùng một cấp phối bê tông xi măng rỗng, cùng một độ rỗng cho trước, khi tỷ số R càng giảm thì số lượng các hạt cốt liệu càng nhiều. Khi đó, ta cần sử dụng nhiều năng lượng hơn để gây phá hoại mẫu. Điều này được khẳng định qua diện tích của đường cong lực- độ mở rộng vết nứt (Hình 7). Khi tỷ số R càng giảm thì diện tích của đường cong càng lớn.

6. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất mô hình mô phỏng số dựa trên lý thuyết trường pha nhằm xác định ứng xử chịu kéo khi uốn của đầm bê tông xi măng rỗng ở cấp độ vật liệu. Một số kết luận được rút ra như sau:

– Mô hình mô phỏng số cho thấy sự tương đồng với kết quả thí nghiệm về mối quan hệ lực – độ mở rộng vết nứt cả ở giai đoạn đàn hồi, giá trị lực lớn nhất và giai đoạn đi xuống của đường cong. Bên cạnh đó, dạng phá hoại thu được từ mô phỏng số cũng thể hiện sự tương tự với dạng phá hoại thu được từ thí nghiệm.

– Mô hình mô phỏng số cũng cho thấy ảnh hưởng của hình dạng hạt tới ứng xử chịu kéo khi uốn của đầm bê tông xi măng rỗng. Tỷ lệ kích thước $R = 0,7$ cho kết quả tốt nhất khá phù hợp với tỷ lệ kích thước thực của cốt liệu.

– Khi tỷ số R càng giảm thì giá trị lực lớn nhất tác dụng lên mẫu càng lớn. Nói cách khác là cường độ chịu kéo uốn của vật liệu tăng lên khi độ phức tạp của cấu trúc không gian vật liệu tăng lên. Kết quả này cũng phù hợp với các quy luật lý thuyết.

Trong những nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi sẽ tính đến các hạt cốt liệu có hình dạng bất kì, mô phỏng 3D nhằm phản ánh được sát thực nhất ứng xử chịu kéo khi uốn của bê tông xi măng rỗng.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải (ĐH GTVT) trong đề tài mã số T2022-XD-002.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. C. Gaedicke, A. Marines, F. Miankodila, A method for comparing cores and cast cylinders in virgin and recycled aggregate pervious concrete, *Construction and Building Materials*, 52 (2014) 494–503. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.11.043>
- [2]. M. Bhutta, K. Tsuruta, J. Mirza, Evaluation of high-performance porous concrete properties, *Construction and Building Materials*, 31 (2012) 67–73. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.12.024>
- [3]. C. Lian, Y. Zhuge, S. Beecham, The relationship between porosity and strength for porous concrete, *Construction and Building Materials*, 25 (2011) 4294–4298. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.05.005>

- [4]. C. Q. Lian, Z. G. Yan, S. Beecham, Modelling pervious concrete under compression loading - a discrete element approach, *Trans Tech Publ*, 168 - 170 (2011) 1590-1600. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.168-170.1590>
- [5]. R. Peralisi, S. Cavalaro, A. Aguado, Discrete element modelling of mechanical behaviour of pervious concrete, *Cement and Concrete Composites*, 119 (2021) 104005. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2021.104005>
- [6]. C. Xie, L. Yuan, M. Zhao, Y. Jia, Study on failure mechanism of porous concrete based on acoustic emission and discrete element method, *Construction and Building Materials*, 235 (2020) 117409. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117409>
- [7]. L. Akand, M. Yang, Z. Gao, Characterization of pervious concrete through image based micromechanical modeling, *Construction and Building Materials*, 114 (2016) 547–555. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.04.005>
- [8]. Nguyen, H.Q., Tran, B.V. and Vu, T.S., Numerical approach to predict the flexural damage behavior of pervious concrete, *Case Studies in Construction Materials*, 16 (2022) e00946. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e00946>
- [9]. P. Wriggers, S. Mofteh, Mesoscale models for concrete: homogenisation and damage behaviour, in: *Finite Elements in Analysis and Design*, 42 (2006) 623–636. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2005.11.008>
- [10]. G. A. Francfort, J. J. Marigo, Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 46 (1998) 1319–1342. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(98\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9)
- [11]. C. Miehe, M. Hofacker, F. Welschinger, A phase field model for rate-independent crack propagation: robust algorithmic implementation based on operator splits, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199 (2010) 2765–2778. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.04.011>
- [12]. T. T. Nguyen, J. Yvonnet, Q. Zhu, M. Bornert, C. Chateau, A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure, *Engineering Fracture Mechanics*, 139 (2015) 18–39. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.03.045>
- [13]. N. A. Brake, H. Allahdadi, F. Adam, Flexural strength and fracture size effects of pervious concrete, *Construction and Building Materials*, 113 (2016) 536–543. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.03.045>
- [14]. A. A. Griffith, The phenomena of rupture and flow in solids, *Philosophical transactions of the royal society of London, Series A*, 221 (1921) 163-198. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- [15]. B. Bourdin., G. A. Francfort, J. J. Marigo, The Variational Approach to Fracture, *Journal of Elasticity*, 91 (2008) 5–148. <https://doi.org/10.1007/s10659-007-9107-3>
- [16]. K. Pham, H. Amor, J.J. Marigo, C. Maurini, Gradient Damage Models and Their Use to Approximate Brittle Fracture. *International Journal of Damage Mechanics*, 20 (2011) 618–652. <https://doi.org/10.1177/1056789510386852>
- [17]. T. T. Nguyen, J. Yvonnet, M. Bornert, C. Chateau, K. Sab, R. Romani, R. Le Roy, On the choice of parameters in the phase field method for simulating crack initiation with experimental validation. *International Journal of Fracture*, 197 (2016) 213–226. <https://doi.org/10.1007/s10704-016-0082-1>
- [18]. H. Amor, J. J. Marigo, C. Maurini, Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact: Numerical experiments, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 57 (2009) 1209–1229. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2009.04.011>
- [19]. C. Miehe, F. Welschinger, M. Hofacker, Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: variational principles and multi-field FE implementations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83 (2010) 1273–1311. <https://doi.org/10.1002/nme.2861>

- [20]. X. Xie, T. Zhang, Y. Yang, Z. Lin, J. Wei, Q. Yu, Maximum paste coating thickness without voids clogging of pervious concrete and its relationship to the rheological properties of cement paste. *Construction and Building Materials*, 168 (2018) 732–746. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.02.128>
- [21]. X. Xie, T. Zhang, C. Wang, Y. Yang, A. Bogush, E. Khayrulina, Z. Huang, J. Wei, Q. Yu, Mixture proportion design of pervious concrete based on the relationships between fundamental properties and skeleton structures, *Cement and Concrete Composites*, 113 (2020) 103693. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2020.103693>
- [22]. M. S. Sumanasooriya, N. Neithalath, Pore structure features of pervious concretes proportioned for desired porosities and their performance prediction, *Cement and Concrete Composites*, 33 (2011) 778–787. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2011.06.002>
- [23]. P. Chindaprasirt, S. Hatanaka, T. Chareerat, N. Mishima, Y. Yuasa, Cement paste characteristics and porous concrete properties, *Construction and Building Material*, 22 (2006) 894–901. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.12.007>
- [24]. O. Deo, N. Neithalath, Compressive behavior of pervious concretes and a quantification of the influence of random pore structure features, *Materials Science and Engineering A, Special Topic Section: Local and Near Surface Structure from Diffraction*, 528 (2010) 402–412. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2010.09.024>
- [25]. F. Etayo, L. Gonzalez-Vega, N. del Rio, A new approach to characterizing the relative position of two ellipses depending on one parameter, *Computer Aided Geometric Design*, 23 (2006) 324–50. <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2006.01.002>
- [26]. G. B. Hughes, M. Chraibi, Calculating ellipse overlap areas, *Computing and Visualization Science*, 15 (2012) 291–301. <https://doi.org/10.1007/s00791-013-0214-3>
- [27]. C. M. López, I. Carol, A. Aguado, Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. I: numerical model and tensile behavior, *Materials and Structures*, 41 (2008) 583–599. <https://doi.org/10.1617/s11527-007-9314-1>
- [28]. F. Gatuingt, L. Snozzi, J. F. Molinari, Numerical determination of the tensile response and the dissipated fracture energy of concrete: role of the mesostructure and influence of the loading rate: numerical tensile response and fracture energy of concrete, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37 (2013) 3112–3130. <https://doi.org/10.1002/nag.218>
- [29]. C. Miehe, L. M. Schänzel, H. Ulmer, Phase field modeling of fracture in multi-physics problems. Part I. Balance of crack surface and failure criteria for brittle crack propagation in thermo-elastic solids, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 294 (2015) 449–485. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.11.016>
- [30]. T. T. Nguyen, J. Réthoré, M. C. Baietto, Phase field modelling of anisotropic crack propagation, *European Journal of Mechanics – A/Solids*, 65 (2017) 279–288. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2017.05.002>
- [31]. X. F. Wang, Z. J. Yang, J. R. Yates, A. P. Jivkov, C. Zhang, Monte Carlo simulations of mesoscale fracture modelling of concrete with random aggregates and pores, *Construction and Building Material*, 75 (2015) 35–45. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.09.069>
- [32]. A. Chandrappa, K. P. Biligiri, Investigation on Flexural Strength and Stiffness of Pervious Concrete for Pavement Applications, *Advances in Civil Engineering Materials*, 7 (2018) 20170015. <https://doi.org/10.1520/ACEM20170015>