



## PREDICTION AND SENSITIVITY ANALYSIS OF RESILIENT MODULUS OF SUBGRADE SOIL MATERIALS

Hai Bang Ly\*, Thuy Anh Nguyen, Hai Van Thi Mai, Nguyen Huu Hung

University of Transport Technology, 54 Trieu Khuc, Thanh Xuan, Hanoi, Vietnam

### ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 05/04/2021

Revised: 17/06/2021

Accepted: 30/06/2021

Published online: 15/10/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.8.12>

\* *Corresponding author*

Email: banglh@utt.edu.vn

**Abstract.** The pavement structure consists of the pavement and subgrade pavement layers, in which the main effect of the subgrade pavement layer is to distribute and reduce the vertical stress from the road surface or avoid negative impacts of climate changes. Therefore, in order to ensure the strength and stability of the pavement structure, the pavement layers and subgrade must possess sufficient strength. The characteristic of the strength of the subgrade pavement is the resilient modulus, which is an important parameter used in calculating and auditing the pavement layers and subgrade. However, determining the resilient modulus of subgrade using experimental methods is complex, time-consuming, and costly. This study proposes an alternative approach using artificial neural networks (ANN) and a one-step secant learning algorithm to predict the resilient modulus of subgrade pavement materials. The database used for the development of ANN includes 418 experimental results. The results show that the proposed ANN model can accurately predict the subgrade pavement's resilient modulus (RMSE=2.9401, MAE=2.3075,  $R^2=0.9858$ ), which helps to save time and reduce costs. Besides, the proposed ANN model is used to quantify the impact of each input parameter on the prediction of the resilient modulus. Specifically, the confining stress of soil is the most critical parameter in predicting the resilient modulus of the subgrade pavement.

**Keywords:** Resilient modulus, subgrade soil, artificial neural network (ANN), one-step-secant algorithm (OSS).



# NGHIÊN CỨU ỨNG DỤNG MÔ HÌNH MẠNG NƠ RON NHÂN TẠO DỰ BÁO MÔ ĐUN ĐÀN HỒI ĐỘNG CỦA VẬT LIỆU ĐẤT ĐẤP NỀN ĐƯỜNG

Lý Hải Bằng\*, Nguyễn Thùy Anh, Mai Thị Hải Vân, Nguyễn Hữu Hùng

Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, Số 54 Triều Khúc, Hà Nội, Việt Nam

## THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 05/04/2021

Ngày nhận bài sửa: 17/06/2021

Ngày chấp nhận đăng: 30/06/2021

Ngày xuất bản Online: 15/10/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.8.12>

\* Tác giả liên hệ

Email: banglh@utt.edu.vn

**Tóm tắt.** Kết cấu nền – mặt đường ô tô bao gồm các lớp mặt đường và nền đất, trong đó, tác dụng chính của nền là phân bố, giảm ứng suất dọc từ trên mặt đường xuống khi chịu tác dụng của tải trọng. Để đảm bảo cường độ và ổn định của kết cấu nền – mặt đường, nền đất phải có đủ cường độ. Đặc trưng cho cường độ của đất nền là mô đun đàn hồi, là một thông số quan trọng sử dụng trong tính toán, kiểm toán kết cấu nền - mặt đường. Tuy nhiên, việc xác định mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường bằng các phương pháp thí nghiệm trong phòng hay thực nghiệm ngoài hiện trường như hiện nay còn công phu, thiết bị thí nghiệm cồng kềnh, tốn kém về thời gian, chi phí. Trong nghiên cứu này, mô hình mạng nơ ron nhân tạo với thuật toán One-step-secant được đề xuất để dự đoán mô đun đàn hồi của vật liệu đất nền. Cơ sở dữ liệu trong nghiên cứu gồm 418 kết quả thí nghiệm được sử dụng để phát triển mô hình mạng nơ ron nhân tạo (ANN). Kết quả cho thấy mô hình ANN là một công cụ hiệu quả trong việc dự đoán mô đun đàn hồi đất nền ( $RMSE=2.9401$ ,  $MAE=2.3075$ ,  $R^2=0.9858$ ), giúp tiết kiệm thời gian, giảm chi phí thí nghiệm. Ngoài ra, mô hình ANN còn đánh giá được mức độ ảnh hưởng của từng tham số đến mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường, trong đó ứng suất giới hạn là thông số quan trọng nhất.

**Từ khóa:** Mô đun đàn hồi, vật liệu đất đắp nền đường, mô hình mạng nơ ron nhân tạo (ANN), thuật toán One-step-secant (OSS)

© 2021 Trường Đại học Giao thông vận tải

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Thiết kế nền - mặt đường là việc lựa chọn được các lớp vật liệu, chiều dày các lớp hợp lý để các lớp vật liệu đó có thể kết hợp với nhau, chịu được tác dụng của tải trọng xe và các nhân

tổ thiên nhiên trong thời gian tuổi thọ của con đường. Trong thiết kế kết cấu nền - mặt đường thì mô đun đàn hồi của các lớp vật liệu nói chung và mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường nói riêng là một trong những thông số quan trọng. Khi có tải trọng xe tác dụng, đất dưới mặt đường bị biến dạng và các vật liệu mặt đường có xu hướng phục hồi trở lại dạng ban đầu sau khi tải trọng bánh xe ngừng tác dụng [1]. Số lần lặp của tải trọng tăng lên, biến dạng dẻo giảm cho đến khi có thể phục hồi. Đại lượng đặc trưng cho khả năng phục hồi biến dạng dưới tác dụng của tải trọng lặp được gọi là mô đun đàn hồi ( $M_r$ ).  $M_r$  được định nghĩa là tỷ số giữa ứng suất lệch ( $\sigma_d$ ) và biến dạng phục hồi ( $\varepsilon_r$ ) theo công thức (1) [2].

$$M_r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_r} \quad (1)$$

Mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường đặc trưng cho tính chất cơ học cơ bản của nền mặt đường. Nó mô tả mô đun đàn hồi phụ thuộc ứng suất của vật liệu đất khi chịu tải trọng của giao thông.  $M_r$  là một thông số quan trọng thể hiện độ cứng của đất, là một trong những thông số chính trong thiết kế mặt đường mềm. Giá trị của  $M_r$  ảnh hưởng đến số lớp, độ dày của mỗi lớp, độ bền mỏi của lớp bê tông nhựa và tính chất đàn hồi của vật liệu làm mặt đường.  $M_r$  có thể được xem là phản ứng của kết cấu mặt đường, như một thước đo của việc nhận biết các đặc tính ứng suất phi tuyến của vật liệu lớp dưới [3]. Đặc biệt,  $M_r$  là một thông số quan trọng trong tài liệu hướng dẫn thiết kế mặt đường theo kinh nghiệm năm 2004 tại Mỹ [4]. Như vậy để có thông số tính toán thiết kế kết cấu nền - mặt đường, việc xác định mô đun đàn hồi của vật liệu nói chung và của vật liệu đất đắp nền đường nói riêng là rất quan trọng.

Mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường có thể được xác định bằng cách tiến hành các phương pháp thử nghiệm trong phòng như thí nghiệm cột cộng hưởng và thí nghiệm nén 3 trục [5–9]. Giá trị  $M_r$  được yêu cầu thí nghiệm để phục vụ thiết kế áo đường mềm theo hướng dẫn của AASHTO 93 [10]. Hiện nay, Việt Nam đã ban hành tiêu chuẩn Quốc gia TCVN 8861:2011 xác định mô đun đàn hồi của nền đất bằng phương pháp sử dụng tấm ép cứng [11]. Bên cạnh đó, mô đun đàn hồi của lớp đất nền được tính ngược từ các số liệu đo được bằng thiết bị FWD [12]. Tuy nhiên các thử nghiệm ước tính  $M_r$  là tốn kém, công phu và phức tạp [13], thực tế ít công trình có thể tuân thủ đúng yêu cầu thí nghiệm mà chủ yếu xác định  $M_r$  gián tiếp qua các bảng tra phụ thuộc vào loại đất và độ ẩm. Khi tuyến đường dài thì sự biến đổi về loại đất và độ ẩm là khá phức tạp, vì vậy việc đưa ra giá trị  $M_r$  theo bảng tra là không xác thực với thực tế. Do đó, việc sử dụng một phương pháp khác để dự đoán mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường sẽ có ý nghĩa trong việc giảm chi phí, tiết kiệm thời gian. Khoury [14], Khoury và Zaman [15] đề xuất một mô hình hồi quy để dự đoán  $M_r$  của vật liệu dựa trên số chu kỳ khô - ướt, tỷ lệ các hợp chất oxit trong vật liệu kết dính, tính chất cơ lý của vật liệu và các ứng suất giới hạn. Tuy nhiên, mô hình hồi quy có độ chính xác không cao nếu bài toán có nhiều biến đầu vào. Để giải quyết vấn đề này trí tuệ nhân tạo (AI) đã được phát triển mạnh mẽ trong các thập kỷ gần đây.

Thực vậy, trí tuệ nhân tạo (AI) đã được sử dụng rộng rãi trong nhiều ứng dụng khoa học kỹ thuật liên quan đến lĩnh vực kết cấu, dự đoán các tính chất cơ lý của bê tông và vật liệu địa kỹ thuật dựa trên cơ sở dữ liệu thí nghiệm. Đầu tiên, phải kể đến nhiều nghiên cứu sử dụng phương pháp tiếp cận AI để dự đoán các tính chất khác nhau của bê tông, như cường độ cắt của dầm bê tông cốt thép [16], bề rộng vết nứt trong bê tông [17], cường độ của dầm bê tông

cốt thép [18], cường độ của bê tông cốt liệu tái chế [19], bê tông tro bay [20], bê tông tự lèn và bê tông cường độ cao [21], cường độ nén của bê tông sử dụng muối silic [22], hay cường độ nén của bê tông geopolimer [23]. Bên cạnh đó, nhiều nghiên cứu đã sử dụng các phương pháp tiếp cận AI như một công cụ tuyệt vời để dự đoán các đặc tính của đất [24–27]. Tất cả các nghiên cứu trên đã cho thấy tầm quan trọng và sự phù hợp của các phương pháp tiếp cận AI để dự đoán các đặc tính vật liệu trong nhiều lĩnh vực khác nhau.

Trong lĩnh vực tính toán, thiết kế nền - mặt đường và địa kỹ thuật, các thuật toán mạng nơ ron nhân tạo (ANN) đã được nhiều nhà khoa học quan tâm. Meier và Rix [28], Bredenhann và Ven [29] đã sử dụng mô hình mạng nơ ron nhân tạo để tính toán ngược mô đun đàn hồi của lớp mặt đường từ các phép đo độ võng. Hashash và cộng sự [30] đã phát triển ANN để tìm hiểu và dự đoán ứng xử của đất bằng cách chuyển từ cấu trúc cụ thể của một mô hình vật liệu thành các bộ dữ liệu hành vi ứng suất cơ bản được sử dụng trong việc huấn luyện mô hình. Ngoài ra, ANN đã được sử dụng để đánh giá mô đun đàn hồi của vật liệu mặt đường [31], dự đoán mô đun đàn hồi và cường độ nén không giới hạn cho 3 loại đất làm nền đường bởi Hanittinan [1].

Dựa trên sự thành công của việc áp dụng ANN trong cơ học đất hay cơ học vật liệu, trong nghiên cứu này, với 418 kết quả thí nghiệm mô đun đàn hồi của vật liệu đất được thu thập, nhóm tác giả đề xuất mô hình mạng ANN, sử dụng thuật toán One-step secant (OSS) với 9 thông số đầu vào (phần trăm đất lọt sàng #200 hay 0.075mm, giới hạn chảy, chỉ số dẻo, độ ẩm tối ưu, độ ẩm tự nhiên, độ bão hoà, cường độ chịu nén nở hông, ứng suất giới hạn, ứng suất lệch của đất) và 1 thông số đầu ra để dự đoán mô đun đàn hồi của đất nền. Bên cạnh đó, mô hình còn đánh giá được mức độ quan trọng của các tham số đầu vào ảnh hưởng tới mô đun đàn hồi của đất nền bằng cách xét 10 trường hợp mô phỏng riêng biệt (9 trường hợp lần lượt mỗi một thông số đầu vào được loại bỏ, còn trường hợp thứ 10 xét đầy đủ cả 9 tham số đầu vào). Sau khi sử dụng các chỉ tiêu thống kê như: hệ số xác định (Coefficient of determination -  $R^2$ ), căn của sai số bình phương trung bình (Root mean square error - RMSE), sai số tuyệt đối trung bình (Mean absolute error - MAE) để đánh giá hiệu suất của mô hình mạng ANN, kết quả cho thấy tham số đầu vào thứ 8 (ứng suất giới hạn) có ảnh hưởng nhất đến mô đun đàn hồi của đất nền.

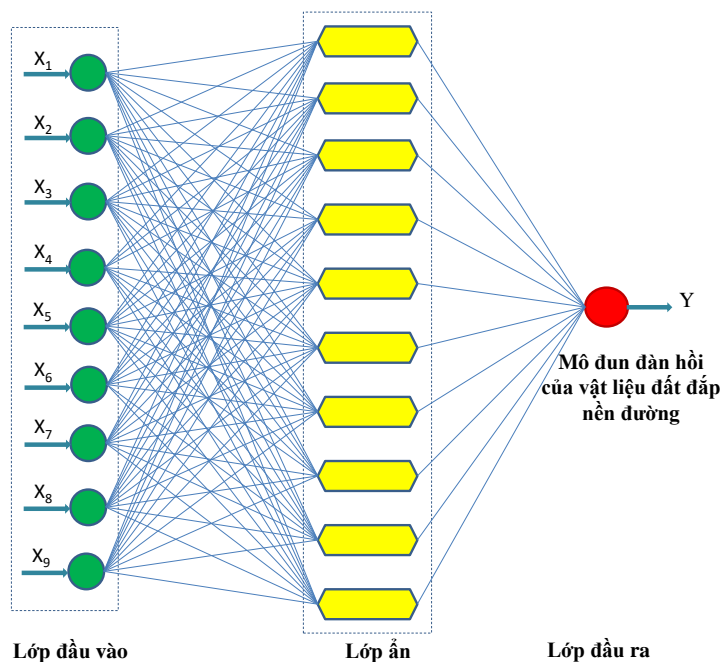
## **2. ỨNG DỤNG MÔ HÌNH MẠNG NƠ RON VÀ CƠ SỞ DỮ LIỆU**

### **2.1. Mô hình mạng nơ ron nhân tạo (ANN)**

Mô hình mạng nơ ron nhân tạo (ANN) là một mô hình học máy (ML), được xây dựng mô phỏng theo nguyên lý sinh học của bộ não con người [32]. Cấu trúc tiêu chuẩn của ANN bao gồm lớp đầu vào (Input layer), lớp ẩn có thể bao gồm 1 hay nhiều lớp (Hidden layers) và lớp đầu ra (Output layer) được minh họa như hình 1. Mỗi lớp chứa một số tế bào thần kinh nhân tạo, được gọi là các nút, hay các nơ ron. Cấu trúc phức tạp ở các lớp ẩn giúp mô hình mạng ANN có khả năng dự báo mạnh mẽ hơn so với các phương pháp tính toán thông thường. Chính vì vậy, thuật toán ANN rất hữu ích trong việc giải các bài toán có độ phức tạp cao. Đặc biệt, ANN có thể học hỏi từ dữ liệu để xử lý các bài toán phi tuyến. Tuy nhiên, nhược điểm nổi bật nhất của ANN chính là ở việc ANN không thể cung cấp giải thích khoa học về kết bài toán. Nghĩa là các nguyên lý tính toán cũng như các quy luật, định luật cơ-lý-hóa hoàn toàn bị bỏ qua trong quá trình huấn luyện mạng. ANN chỉ quan tâm đến việc điều chỉnh trọng số

(weight) và độ lệch (bias) được gán với mỗi một nơ ron trong mạng. Trọng số (weight) là thành phần rất quan trọng của một ANN, nó thể hiện mức độ quan trọng (độ mạnh) của dữ liệu đầu vào đối với quá trình xử lý thông tin. Quá trình huấn luyện của ANN thực ra là quá trình điều chỉnh các trọng số (weight) của các input data để có được kết quả mong muốn.

Thuật toán lan truyền ngược (Backpropagation - BP) là công cụ phổ biến được sử dụng để điều chỉnh trọng số và độ lệch của mỗi nơ ron trong mạng. Quá trình đào tạo mạng ANN sử dụng thuật toán lan truyền ngược được khởi đầu bởi việc gán một giá trị ban đầu nhất định cho các trọng số và độ lệch với từng nơ ron, sau đó tính toán giá trị đầu ra của mạng ANN thông qua các hàm truyền. Cuối cùng, giá trị đầu ra này được so sánh với giá trị thực (hay giá trị thí nghiệm, hàm mục tiêu) của bài toán. Nếu không có sự khác biệt nào nghĩa là quá trình đào tạo đã thành công, các kết quả đầu ra của ANN hoàn toàn trùng khớp với giá trị cần được dự đoán. Ngược lại, các trọng số và độ lệch sẽ được thay đổi bởi quá trình lan truyền ngược trong mạng thần kinh với nhiều thuật toán đào tạo khác nhau để giảm sự khác biệt đó. Thông thường, hàm truyền dạng sigmoid hay được sử dụng cho các lớp ẩn, và hàm truyền tuyến tính hay được gán cho lớp đầu ra của mạng. Hiện nay, thuật toán lan truyền ngược được đánh giá là làm tốc độ hội tụ trong giai đoạn huấn luyện ANN còn chậm. Một trong những cải tiến mới để tăng tốc độ hội tụ ở giai đoạn huấn luyện mô hình mạng ANN là việc sử dụng thuật toán One-step-secant (OSS). Ưu điểm của thuật toán OSS là không cần lưu trữ ma trận Hessian hoàn chỉnh. Tại mỗi lần lặp, ma trận Hessian của bước kế trước được giả định là ma trận xác định. Do đó hướng tìm kiếm mới có thể được tính toán mà không cần tính toán nghịch đảo ma trận. Điều này giúp giảm bộ nhớ tính toán và tăng tốc độ hội tụ ở giai đoạn huấn luyện mạng [33]. Chính vì vậy, nghiên cứu này áp dụng thuật toán ANN-OSS để mô phỏng mô đun đàn hồi của đất nền. Toàn bộ quá trình mô phỏng trong nghiên cứu này được lập trình trong Matlab, với thuật toán OSS là hàm tích hợp trong công cụ mạng nơ ron của phần mềm này.

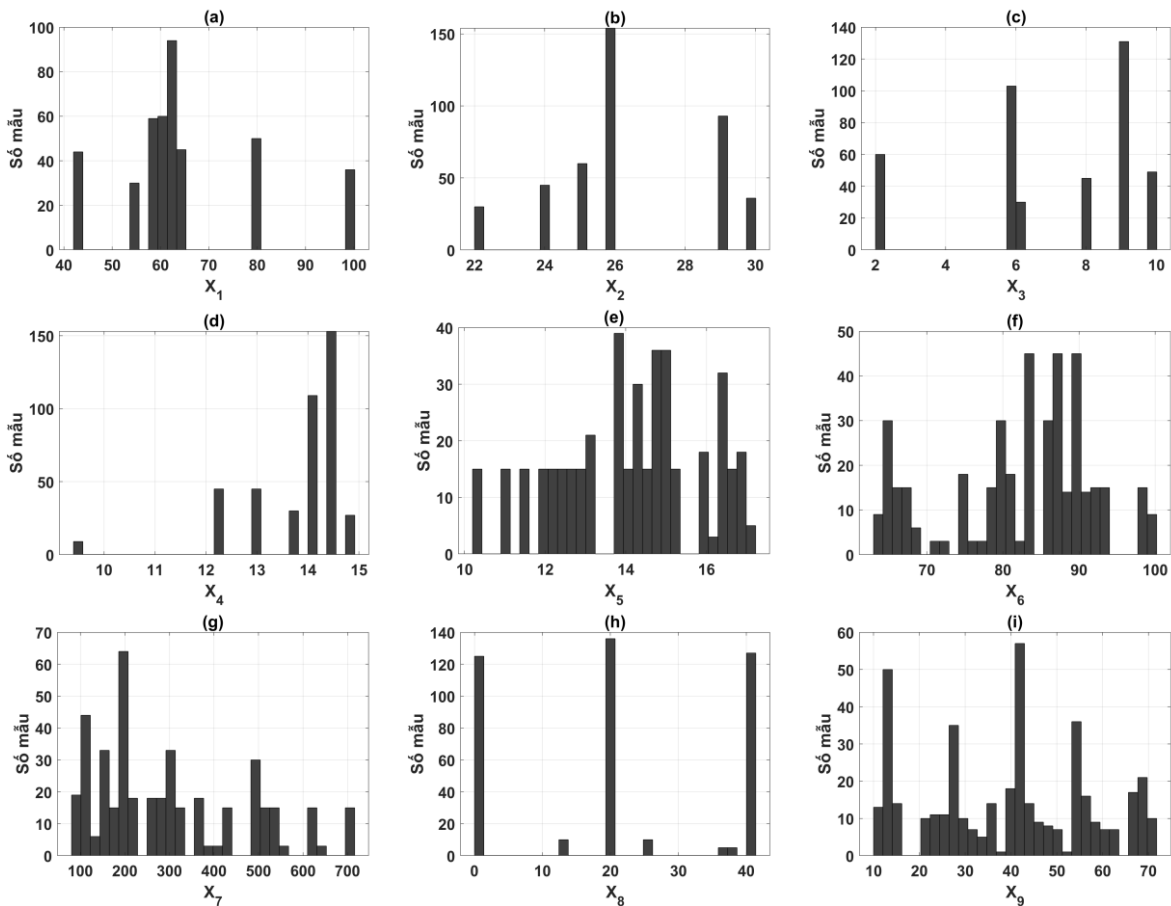


Hình 1. Cấu trúc mô hình mạng ANN được sử dụng trong nghiên cứu.

## 2.2. Cơ sở dữ liệu được sử dụng

Để phát triển mô hình dự báo mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường theo các đặc tính cơ bản của nó, một bộ dữ liệu gồm 418 kết quả thí nghiệm sử dụng trong nghiên cứu này được trích xuất từ bảng D.1 của phụ lục D trong tài liệu [1]. Đây là các mẫu đất hạt mịn (loại đất A-4 sét bùn theo AASHTO M 145 91) phân bố trên khắp bang Ohio (Mỹ), được sử dụng làm vật liệu đất đắp nền đường. Các mẫu đất thu thập được phân loại theo điều kiện độ ẩm của đất, trong số 418 mẫu đất có 114 mẫu khô (dry), 174 mẫu ở độ ẩm tối ưu (optimum), 121 mẫu ẩm (wet) và 9 mẫu bão hoà (saturated). Mô hình ANN-OSS được xây dựng với 9 thông số đầu vào tương ứng với ký hiệu từ  $X_1 \div X_9$  liên quan đến mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường (ký hiệu là  $Y$ ), cụ thể là phần trăm đất lọt sàng #200 (được ký hiệu là  $X_1$ ), giới hạn chảy ( $X_2$ ), chỉ số dẻo ( $X_3$ ), độ ẩm tối ưu ( $X_4$ ), độ ẩm tự nhiên ( $X_5$ ), độ bão hoà ( $X_6$ ), cường độ chịu nén nở hông ( $X_7$ ), ứng suất giới hạn ( $X_8$ ) và ứng suất lệch của đất ( $X_9$ ). Các thông số này được trình bày chi tiết trong ký hiệu, đơn vị và vai trò, cũng như phân tích thống kê (giá trị tối thiểu, tối đa, trung bình và độ lệch chuẩn) trong Bảng 1. Mối quan hệ giữa số lượng mẫu thí nghiệm với mỗi thông số được thể hiện trong Hình 2.

Trong nghiên cứu này, bộ dữ liệu được chia thành hai tập dữ liệu theo phân phối đồng nhất, tập dữ liệu huấn luyện và tập dữ liệu kiểm chứng. Tập dữ liệu huấn luyện (chiếm 70% tổng số dữ liệu) được sử dụng để đào tạo mô hình mạng ANN-OSS, trong khi tập dữ liệu kiểm chứng (chiếm 30% tập dữ liệu còn lại) được sử dụng để đánh giá hiệu suất của mô hình. Để giảm thiểu sự sai lệch trong quá trình mô phỏng, toàn bộ tập dữ liệu (bao gồm 9 thông số đầu vào và 1 thông số đầu ra) được chuẩn hoá trong phạm vi [0, 1].



Hình 2. Biểu đồ tần suất của các thông số đầu vào của bài toán: (a) phần trăm lọt sàng #200, (b) giới

hạn chảy, (c) chỉ số dẻo, (d) độ ẩm tối ưu, (e) độ ẩm tự nhiên, (f) độ bão hoà, (g) cường độ chịu nén nở hông, (h) ứng suất giới hạn, và (i) ứng suất lệch.

Bảng 1. Bảng thống kê xác suất cơ sở dữ liệu bao gồm các biến đầu vào và đầu ra của bài toán.

	Tên biến	Đơn vị	Min	Trung bình	Max	Độ lệch chuẩn
$X_1$	Phần trăm đất lọt sàng #200	%	42.0	64.6	100.0	14.3
$X_2$	Giới hạn chảy	-	22.0	26.4	30.0	2.2
$X_3$	Chỉ số dẻo	-	2.0	7.06	10.0	2.5
$X_4$	Độ ẩm tối ưu	%	9.4	13.8	14.9	1.0
$X_5$	Độ ẩm tự nhiên	%	10.3	14.1	17.2	1.8
$X_6$	Độ bão hoà	%	63.1	82.2	100.0	9.6
$X_7$	Cường độ chịu nén nở hông	kPa	80.3	298.4	715.7	172.4
$X_8$	Ứng suất giới hạn	kPa	0.0	21.1	41.4	16.3
$X_9$	Ứng suất lệch	kPa	10.0	39.3	71.7	17.9
$Y$	Mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường	MPa	6.4	42.1	111.0	24.6

### 2.3. Đánh giá hiệu suất dự báo mô hình

Để đánh giá kết quả được đưa ra bởi mô hình mạng ANN-OSS, một số tiêu chí như hệ số xác định (Coefficient of determination -  $R^2$ ), căn của sai số bình phương trung bình (Root mean square error - RMSE), sai số tuyệt đối trung bình (Mean absolute error - MAE) đã được sử dụng trong nghiên cứu này.  $R^2$  là một tiêu chí quan trọng trong phân tích hồi quy. Nó được hiểu là bình phương của hệ số tương quan (R) giữa kết quả dự đoán và kết quả thực tế, thay đổi từ 0 đến 1. Giá trị  $R^2$  cao cho thấy mối tương quan tốt giữa giá trị dự đoán và giá trị thực tế. RMSE là một phép đo sai số về sự khác biệt bình phương trung bình giữa đầu ra dự đoán và đầu ra thực tế của mô hình mạng ANN, trong khi MAE đo sai số trung bình giữa chúng [34]. Ngược lại với  $R^2$ , các giá trị RMSE và MAE thấp hơn cho thấy hiệu suất tốt hơn của thuật toán AI [35]. Tất cả các tiêu chí đều cần thiết để đánh giá mô hình mạng ANN.

### 2.4. Xây dựng sơ đồ mô hình dự báo

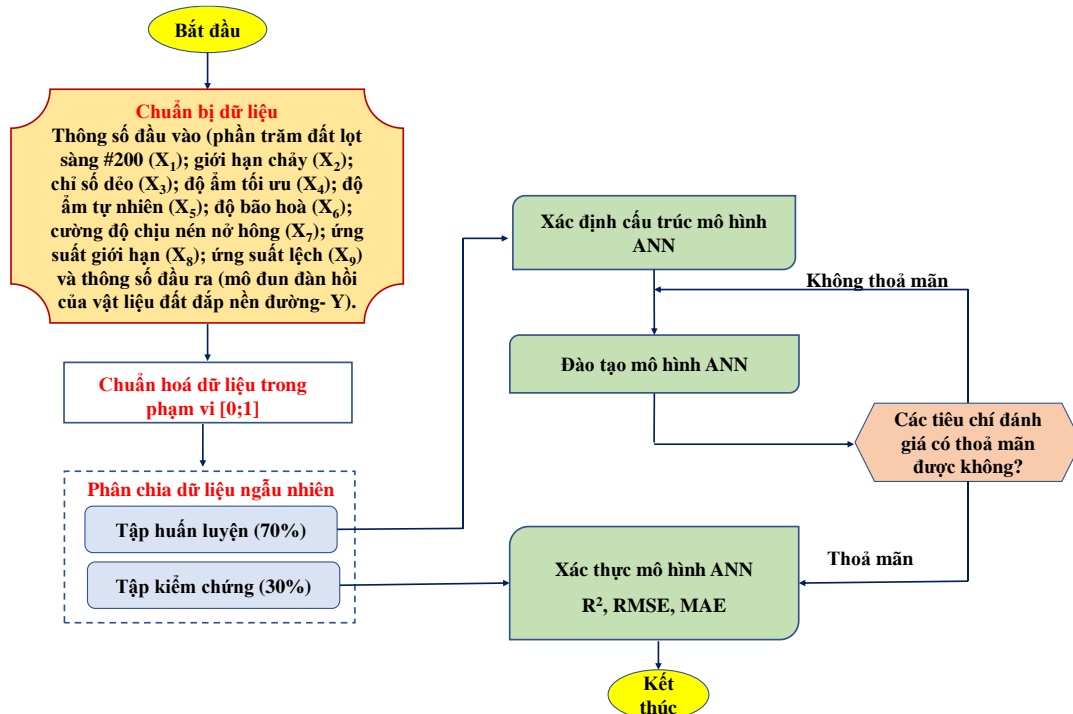
Nghiên cứu này được thực hiện dựa trên phương pháp luận được đề xuất bao gồm ba bước chính như sau:

(1) Chuẩn bị dữ liệu: trong bước đầu tiên này, cơ sở dữ liệu chứa 418 kết quả thí nghiệm trong phòng đã được sử dụng, bao gồm 9 thông số đầu vào và mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường làm biến đầu ra. Tập dữ liệu được chia ngẫu nhiên thành 2 phần: tập dữ liệu huấn luyện và tập dữ liệu kiểm chứng. Trong đó, phần huấn luyện chiếm 70% bộ dữ liệu và phần kiểm chứng chiếm 30% bộ dữ liệu còn lại.

(2) Xây dựng mô hình: trong bước thứ hai này, tập dữ liệu huấn luyện được sử dụng để đào tạo mô hình mạng ANN dựa trên thuật toán một bước OSS. Trong nghiên cứu này, mười trường hợp khác nhau được xét đến tương ứng với số tham số đầu vào thay đổi ở mỗi trường hợp. Trong đó, 500 lần mô phỏng được chạy cho mỗi trường hợp, tổng cộng 5000 mô phỏng ANN đã được thực hiện.

(3) Xác thực mô hình được đề xuất: trong bước cuối cùng này, dữ liệu của phần kiểm chứng được sử dụng để xác nhận mô hình được đề xuất. Các chỉ số thống kê bao gồm  $R^2$ , RMSE, và MAE được sử dụng để đánh giá hiệu suất của mô hình.

Sơ đồ của mô hình dự báo được minh họa trên hình 3.



Hình 3. Sơ đồ mô hình dự báo của nghiên cứu này.

### 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Hiệu suất của mô hình mạng ANN phụ thuộc vào cấu trúc của mạng nơ-ron, tức là số lớp ẩn và số lượng nơ-ron trong mỗi lớp ẩn. Tùy thuộc vào vấn đề quan tâm, kết quả dự đoán có thể có sự thay đổi đáng kể khi lựa chọn từ cấu trúc ANN này sang cấu trúc ANN khác [36]. Khi số lượng nơ-ron ở lớp đầu vào và đầu ra là cố định, các tham số trong cấu trúc cần xác định là số lượng lớp ẩn và số lượng nơ-ron trong mỗi lớp ẩn [37]. Do đó, số lượng lớp ẩn cũng như số nơ-ron trong mỗi lớp ẩn thường được xác định dựa trên mức độ phức tạp của mối quan hệ giữa đầu vào và đầu ra. Việc chọn số lớp ẩn và số nơ-ron của mỗi lớp phải dựa trên kinh nghiệm, và một vài phép thử là cần thiết để xác định cấu hình tốt nhất của mạng [38]. Một số nghiên cứu trên thế giới như Cybenko [39] và Bound [40] đã chỉ ra rằng mô hình mạng ANN với một lớp ẩn là đủ để mô phỏng chính xác mối quan hệ phức tạp giữa các biến đầu vào và đầu ra. Bên cạnh đó, theo Nagendra [41], số lượng tế bào thần kinh trong một lớp ẩn có thể được xác định bằng tổng số tế bào thần kinh trong các lớp đầu vào và đầu ra. Do đó, mô hình mạng ANN sử dụng trong nghiên cứu này đã được xây dựng với các tham số của mô



hình được trình bày trong bảng 2, cụ thể số lượng lớp ẩn được chọn là 1 và số nơ ron trong lớp ẩn là 10. Hàm kích hoạt trong lớp ẩn là hàm signmod, hàm kích hoạt trong lớp đầu ra là hàm tuyến tính, và số lần lặp trong quá trình lan truyền ngược của thuật toán OSS (epoch) là 600. Cấu trúc mô hình ANN được ký hiệu là [9-10-1], tương trưng cho 9 nơ ron ở lớp đầu vào, 10 nơ ron ở lớp ẩn duy nhất ở giữa, và 1 nơ ron cho lớp đầu ra.

Bảng 2. Bảng thống kê các tham số mô hình mạng ANN và phương pháp nghiên cứu trong bài báo.

Tham số mô hình ANN	Miêu tả
Số nơ ron trong lớp đầu vào	9
Số nơ ron trong lớp đầu ra	1
Số lớp ẩn	1
Số nơ ron trong lớp ẩn	10
Hàm kích hoạt (hàm truyền) trong lớp ẩn	Sigmoid
Hàm kích hoạt (hàm truyền) trong lớp đầu ra	Linear (tuyến tính)
Số lần lan truyền (số lần lặp)	600
Thuật toán huấn luyện	Thuật toán một bước (OSS)
Số lần mô phỏng cho 1 trường hợp	500
Phương pháp lấy mẫu cho tập huấn luyện	Ngẫu nhiên theo phân phối đồng nhất (Uniform distribution)

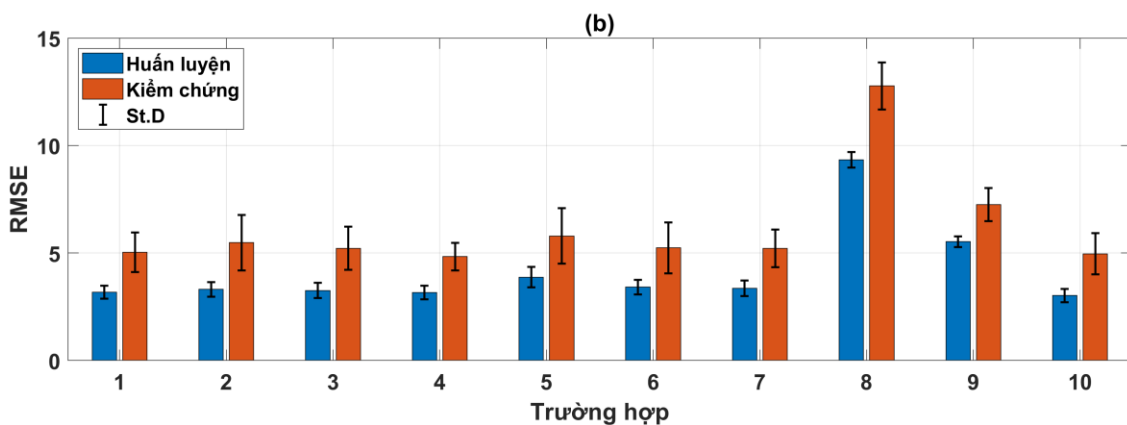
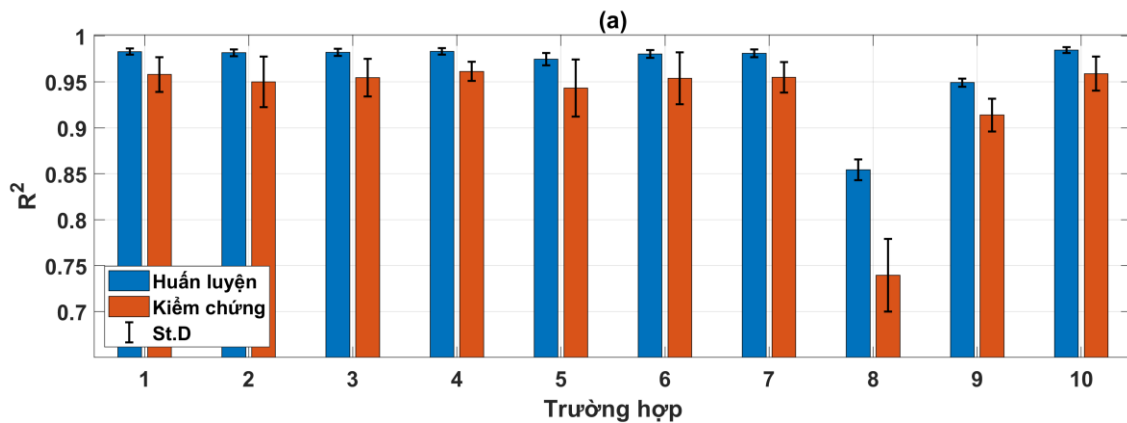
Mô hình ANN-OSS được xây dựng với 9 tham số liên quan đến mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường. Với mục đích đánh giá ảnh hưởng của từng tham số đến kết quả dự đoán, nghiên cứu này xét các trường hợp khác nhau, trong đó các tham số đầu vào  $X_1, X_2, \dots, X_9$  lần lượt bị loại bỏ khỏi từng trường hợp khi huấn luyện mạng, và một trường hợp cuối cùng có xét đầy đủ cả 9 tham số đầu vào. Mô phỏng ANN đã được thực hiện để định lượng ảnh hưởng của từng tham số dựa vào các tiêu chí thông kê  $R^2$ , RMSE và MAE. Với 10 trường hợp được xét đến, trong đó mỗi trường hợp chạy 500 mô phỏng, tổng cộng 5000 mô phỏng ANN đã được thực hiện. Chi tiết các trường hợp được xét đến trong nghiên cứu này kèm theo các biến được sử dụng để xây dựng mô hình ANN thể hiện trong bảng 3.

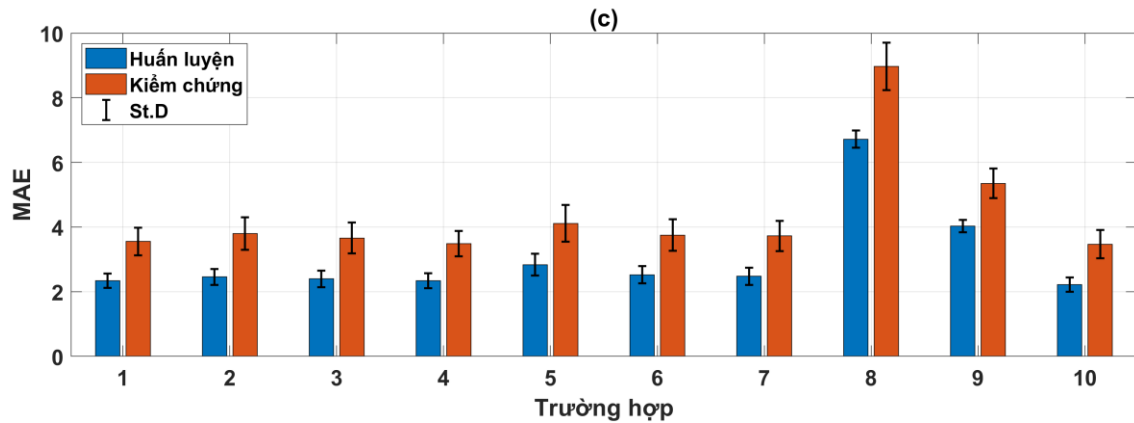
Bảng 3. Bảng thống kê các trường hợp nghiên cứu của bài toán kèm theo các biến được sử dụng để xây dựng công cụ ANN.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$
<b>TH1</b>		√	√	√	√	√	√	√	√
<b>TH2</b>	√		√	√	√	√	√	√	√
<b>TH3</b>	√	√		√	√	√	√	√	√
<b>TH4</b>	√	√	√		√	√	√	√	√
<b>TH5</b>	√	√	√	√		√	√	√	√
<b>TH6</b>	√	√	√	√	√		√	√	√

<b>TH7</b>	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
<b>TH8</b>	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
<b>TH9</b>	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
<b>TH10</b>	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

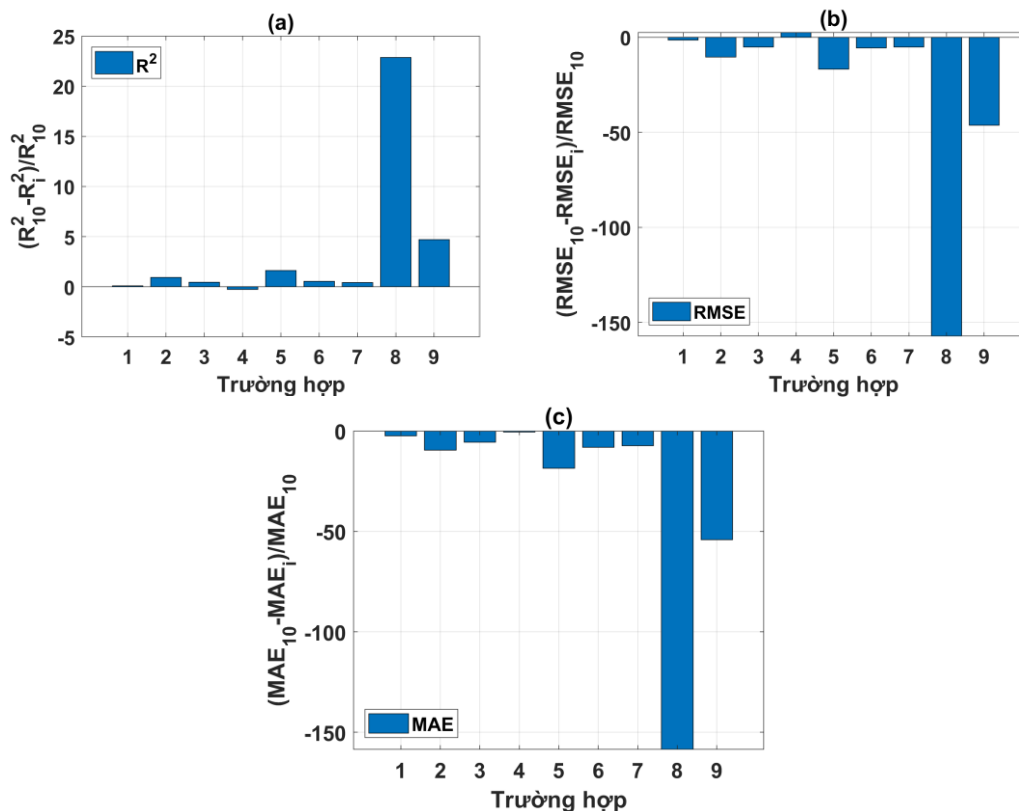
Hình 4 biểu diễn các thông số đánh giá hiệu suất dự báo của mô hình, cụ thể là  $R^2$  (hình 4a), RMSE (hình 4b), MAE (hình 4c) cho tập dữ liệu huấn luyện và kiểm chứng sau 500 mô phỏng ANN, bao gồm các giá trị trung bình và độ lệch chuẩn cho 10 trường hợp được đề xuất trong nghiên cứu này. Xem xét lần lượt các trường hợp  $X_1, X_2, \dots, X_9$  bị loại bỏ khỏi lớp đầu vào, quan sát thấy trường hợp không xét đến  $X_8$ , giá trị trung bình thấp nhất của  $R^2$  thu được,  $R^2 = 0.805$  với tập dữ liệu huấn luyện và  $R^2 = 0.74$  với tập dữ liệu kiểm chứng. Với các giá trị RMSE và MAE, giá trị trung bình cao nhất thu được với tập dữ liệu huấn luyện  $RMSE = 9.5$ ,  $MAE = 6.8$ ; tập dữ liệu kiểm chứng  $RMSE = 13$ ,  $MAE = 9.1$ . Điều này có nghĩa nếu không có giá trị ứng suất giới hạn của đất nền ( $X_8$ ), thì việc đạt hiệu suất chấp nhận được của mô hình ANN là rất khó. Hay nói cách khác,  $X_8$  là tham số đầu vào quan trọng nhất trong việc dự đoán mô đun đàn hồi của đất nền. So sánh với TH10, việc bỏ đi các tham số đầu vào như  $X_1, X_3, X_4, X_6$  hay  $X_7$  đều không làm suy giảm khả năng dự báo của ANN, nghĩa là các yếu tố này hoàn toàn có thể không cần sử dụng khi huấn luyện mạng ANN.





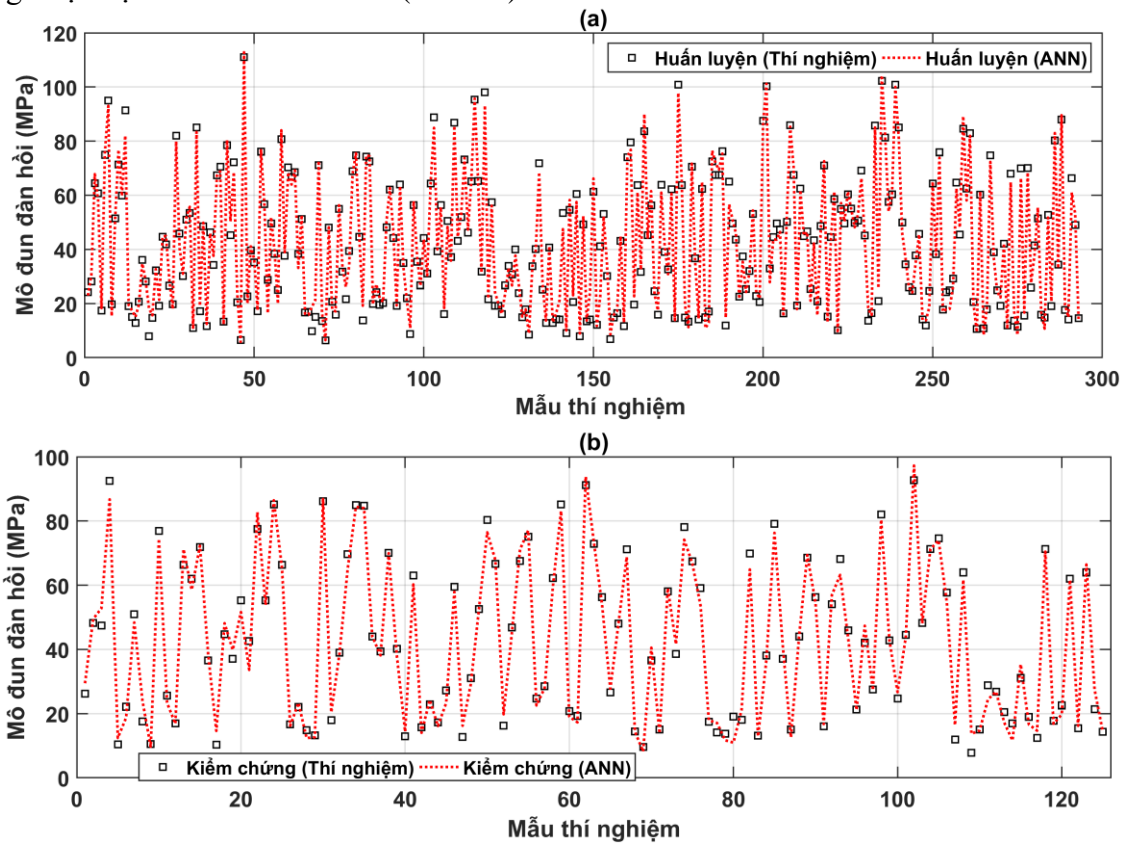
Hình 4. Kết quả mô phỏng ANN với cấu trúc [9-10-1] cho tập dữ liệu huấn luyện, kiểm chứng sau 500 lần mô phỏng, bao gồm các giá trị trung bình, và độ lệch chuẩn (St.D) cho 10 trường hợp xây dựng tập dữ liệu, xét theo các tiêu chí kiểm chứng mô hình khác nhau: (a)  $R^2$ , (b) RMSE, và (c) MAE.

Để phân tích rõ hơn ảnh hưởng của các tham số còn lại, hình 5 thể hiện biểu đồ so sánh ảnh hưởng năng lực dự báo của các trường hợp xây dựng tập dữ liệu khác nhau (từ 1 đến 9) so sánh với trường hợp 10 theo các tiêu chí thống kê. Theo quan sát, tham số đầu vào quan trọng thứ hai cho quá trình dự đoán là ứng suất lệch ( $X_9$ ), tiếp theo là độ ẩm tự nhiên của đất ( $X_5$ ). Trong khi đó, với số liệu của bộ dữ liệu thu thập được trong nghiên cứu này, phần trăm đất lọt sàng #200 ( $X_1$ ) và độ ẩm tối ưu ( $X_4$ ) là hai tham số ít ảnh hưởng nhất đến bài toán dự đoán. Đáng chú ý, nhận xét này tương đồng và phù hợp với kết quả được đưa ra trong nghiên cứu của George [42].

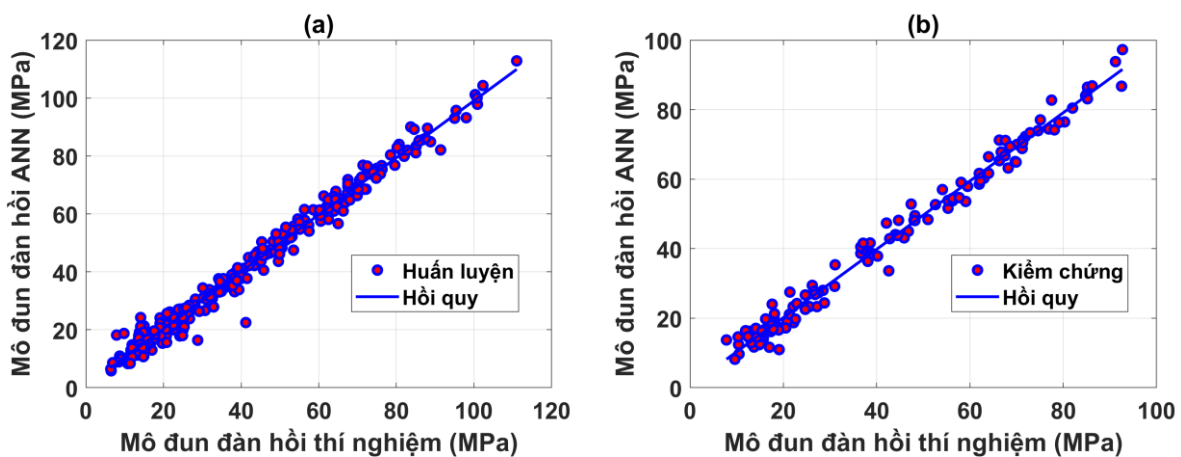


Hình 5. Biểu đồ so sánh ảnh hưởng năng lực dự báo của các trường hợp xây dựng tập dữ liệu khác nhau (từ 1 đến 9) so sánh với trường hợp 10 theo các tiêu chí: (a)  $R^2$ , (b) RMSE, (c) và MAE.

Trong phần tiếp theo, kết quả điển hình sau 500 mô phỏng của mô hình ANN-OSS với cấu trúc [9-10-1] được trình bày. Mỗi tương quan giữa mô đun đàn hồi của đất nền tương ứng với giá trị thí nghiệm thu được (nét chấm) và giá trị dự đoán (đường đứt nét) từ quá trình huấn luyện và kiểm chứng, theo mô hình ANN, được thể hiện trong hình 6. Trong hình này, trục hoành biểu thị số mẫu trong các tập dữ liệu, trục tung biểu thị mô đun đàn hồi của đất nền với đơn vị MPa. Mô đun đàn hồi của 293 mẫu trong tập dữ liệu huấn luyện của mô hình đề xuất khá gần với kết quả thực tế (hình 6a). Với bộ dữ liệu kiểm chứng, 125 kết quả thí nghiệm cũng được dự đoán với sai số nhỏ (hình 6b).



Hình 6. So sánh kết quả dự báo mô đun đàn hồi bằng ANN và kết quả thí nghiệm theo từng mẫu cho các tập dữ liệu huấn luyện (hình a) và kiểm chứng (hình b).



Hình 7. Biểu đồ phân bố và đường phân phối tích lũy của sai số thu được bởi mô hình ANN sử dụng 11 nơ ron trong lớp ẩn cho: (a) tập huấn luyện, và (b) tập kiểm chứng.

Mô hình hồi quy thể hiện tương quan kết quả giữa giá trị dự đoán theo mô hình ANN-OSS và giá trị thực tế cho tập dữ liệu huấn luyện và tập dữ liệu kiểm chứng được thể hiện ở hình 7. Trong đó, trục hoành đại diện cho kết quả của thí nghiệm được thu thập, trục tung đại diện cho kết quả được dự đoán theo mô hình đề xuất. Quan sát cho thấy, giá trị thu được từ mô hình đề xuất cho tập dữ liệu huấn luyện (hình 7a) và tập dữ liệu kiểm chứng (hình 7b) rất gần với kết quả thí nghiệm. Các kết quả này cho thấy mô hình ANN-OSS có khả năng tổng quát hoá giữa các tham số đầu vào và đầu ra, và đưa ra kết quả dự đoán hợp lý. Bên cạnh đó, hiệu suất của mô hình còn được đánh giá bởi các tiêu chí thống kê đã trình bày ở phần trên. Giá trị của các tiêu chí này cho tập dữ liệu huấn luyện và dữ liệu kiểm chứng được trình bày trong bảng 4 tương ứng với trường hợp 10, cũng là trường hợp có kết quả dự báo tốt nhất. Giá trị RMSE lần lượt là 3.0541 và 2.9401 tương ứng với tập dữ liệu huấn luyện và kiểm chứng. Giá trị MAE cho tập huấn luyện là 2.1721 và tập kiểm chứng là 2.3075. Giá trị của  $R^2 = 0.9845$  tương ứng cho tập huấn luyện, với tập kiểm chứng  $R^2 = 0.9858$ . Các giá trị này cho thấy việc áp dụng mô hình ANN-OSS để dự báo mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường là khả thi, giúp tiết kiệm được thời gian và kinh phí cho các thí nghiệm.

Phương pháp hồi quy tuyến tính áp dụng cho bài toán, công thức sau đã được tìm ra:

$$Y = 198.741 + 0.3443X_1 - 1.5801X_2 + 1.1020X_3 - 0.0870X_4 - 5.6052X_5 - 0.8502X_6 + 0.0082X_7 + 0.4895X_8 - 0.1960X_9$$

Ngoài ra, hệ số xác định được tính là  $R^2 = 0.7003$ , và  $RMSE=13.4288$ , thấp hơn nhiều so với kết quả dự báo từ mô hình ANN.

Bảng 4. Tóm tắt các tiêu chí đánh giá hiệu suất khác nhau của mô hình dự báo ANN [9-10-1] tương ứng trường hợp 10.

	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Huấn luyện	3.0541	2.1721	0.9845
Kiểm chứng	2.9401	2.3075	0.9858

#### 4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, một mô hình mạng ANN tối ưu [9-10-1] (mô hình mạng ANN với 10 nơ ron trong lớp ẩn) với thuật toán One-step-secant (OSS) được đề xuất để dự đoán mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường. Dữ liệu bao gồm 418 kết quả thí nghiệm mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường đã được thu thập và sử dụng để xây dựng mô hình ANN-OSS. Mô hình ANN-OSS được xây dựng với 9 thông số đầu vào là phân trăm đất lọt sàng #200, giới hạn chảy, chỉ số dẻo, độ ẩm tối ưu, độ ẩm tự nhiên, độ bão hoà, cường độ chịu nén nở hông, ứng suất giới hạn và ứng suất lệch của đất. Không những dự đoán được mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường phụ thuộc vào 9 thông số trên, mô hình ANN-OSS trong nghiên cứu này còn định lượng được mức độ ảnh hưởng của từng tham số đến mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường thông qua việc sử dụng các tiêu chí đánh giá hiệu suất của mô hình như hệ số xác định ( $R^2$ ), sai số bình phương trung bình (RMSE), sai số tuyệt đối trung bình (MAE). Kết quả cho thấy mô hình ANN-OSS là một công cụ dự báo tốt trong việc dự đoán mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường với  $R^2 = 0.9858$ ,  $RMSE = 2.9401$ ,  $MAE = 2.3075$  và thông số đầu vào thứ 8 (ứng suất giới hạn) là thông số quan trọng nhất trong việc dự đoán mô đun đàn hồi của vật liệu đất đắp nền đường.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] W. Hanittinan, Resilient Modulus Prediction Using Neural Network Algorithm, Ohio State University, (2007). [http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc\\_num=osu1190140082](http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=osu1190140082)
- [2] Y. Huang, Pavement Analysis and Design, 2nd edition, Pearson, Upper Saddle River, NJ, (2003). <http://testbank360.eu/solution-manual-pavement-analysis-and-design-2nd-edition-huang>
- [3] W. Lee, N.C. Bohra, A. G. Altschaeffl, T. D. White, Resilient Modulus of Cohesive Soils, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 123 (1997) 131-136. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1997\)123:2\(131\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1997)123:2(131))
- [4] C. Olidid, D. Hein, Guide for the Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, (2004). <https://trid.trb.org/view/768322>
- [5] E. C. Drumm, Y. Boateng-Poku, T. Johnson Pierce, Estimation of Subgrade Resilient Modulus from Standard Tests, Journal of Geotechnical Engineering, 116 (1990) 774-789. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1990\)116:5\(774\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1990)116:5(774))
- [6] D. Andrei, M. W. Witzczak, C. W. Schwartz, J. Uzan, Harmonized Resilient Modulus Test Method for Unbound Pavement Materials, Transportation Research Record, 1874 (2004) 29-37. <https://doi.org/10.3141/1874-04>
- [7] D. Kim, J. R. Kim, Resilient behavior of compacted subgrade soils under the repeated triaxial test, Construction and Building Materials, 21 (2007) 1470-1479. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.07.006>
- [8] M. Mazari, E. Navarro, I. Abdallah, S. Nazarian, Comparison of numerical and experimental responses of pavement systems using various resilient modulus models, Soils and Foundations, 54 (2014) 36-44. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2013.12.004>
- [9] Nguyễn Quang Tiến, Thực nghiệm đánh giá mô đun đàn hồi động của vật liệu đất đắp nền đường trên cao tốc Nội Bài - Lào Cai, Tạp Chí Giao thông vận tải, (2018).
- [10] American Association of State Highway and Transportation Officials, AASHTO Guide for Design of Pavement Structures, (1993).
- [11] Tiêu chuẩn quốc gia, TCVN 8861:2011: Áo đường mềm - Xác định mô đun đàn hồi của nền đất và các lớp kết cấu áo đường bằng phương pháp sử dụng tấm ép cứng, (2011).
- [12] Bộ Giao thông vận tải, 22TCN 335-06: Xác định mô đun đàn hồi của nền đường và mô đun đàn hồi hữu hiệu của áo đường mềm bằng thiết bị đo độ võng FWD, (2006).
- [13] H. I. Park, G. C. Kweon, S. R. Lee, Prediction of Resilient Modulus of Granular Subgrade Soils and Subbase Materials using Artificial Neural Network, Road Materials and Pavement Design, 10 (2009) 647-665. <https://doi.org/10.1080/14680629.2009.9690218>
- [14] N. N. Khoury, Durability of cementitiously stabilized aggregate bases for pavement application, (2005). <https://hdl.handle.net/11244/950>
- [15] N. Khoury, M. M. Zaman, Durability of stabilized base courses subjected to wet-dry cycles, International Journal of Pavement Engineering, 8 (2007) 265-276. <https://doi.org/10.1080/10298430701342874>
- [16] M. Y. Mansour, M. Dicleli, J. Y. Lee, J. Zhang, Predicting the shear strength of reinforced concrete beams using artificial neural networks, Engineering Structures, 26 (2004) 781-799. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2004.01.011>
- [17] C. Avila, Y. Shiraishi, Y. Tsuji, Crack width prediction of reinforced concrete structures by artificial neural networks, in: 7th Seminar on Neural Network Applications in Electrical Engineering, (2004) 39-44. <https://doi.org/10.1109/NEUREL.2004.1416529>
- [18] T.-A. Nguyen, H.-B. Ly, H.-V.T. Mai, V.Q. Tran, Prediction of Later-Age Concrete Compressive Strength Using Feedforward Neural Network, Advances in Materials Science and Engineering, (2020) 1-8. <https://doi.org/10.1155/2020/9682740>
- [19] F. Khademi, S. M. Jamal, N. Deshpande, S. Londhe, Predicting strength of recycled aggregate concrete using Artificial Neural Network, Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System and Multiple Linear Regression, International Journal of Sustainable Built Environment, 5 (2016) 355-369. <https://doi.org/10.1016/j.ijse.2016.09.003>

- [20] Í. B. Topçu, M. Sarıdemir, Prediction of compressive strength of concrete containing fly ash using artificial neural networks and fuzzy logic, *Computational Materials Science*, 41 (2008) 305-311. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2007.04.009>
- [21] B. K. R. Prasad, H. Eskandari, B. V. V. Reddy, Prediction of compressive strength of SCC and HPC with high volume fly ash using ANN, *Construction and Building Materials*, 23 (2009) 117-128. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.01.014>
- [22] F. Özcan, C. D. Atiş, O. Karahan, E. Uncuoğlu, H. Tanyildizi, Comparison of artificial neural network and fuzzy logic models for prediction of long-term compressive strength of silica fume concrete, *Advances in Engineering Software*, 40 (2009) 856-863. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.01.005>
- [23] D. V. Dao, H.-B. Ly, S. H. Trinh, T.-T. Le, B. T. Pham, Artificial Intelligence Approaches for Prediction of Compressive Strength of Geopolymer Concrete, *Materials (Basel)*, 12 (2019). <https://doi.org/10.3390/ma12060983>
- [24] Vu Van Tuan, Artificial neural network (ANN) model in predicting multi-layered ground settlements of metro tunnel, *Tạp chí KHCN xây dựng*, 4 (2019) 58-63
- [25] M. Shahin, M. Jaksa, H. Maier, Artificial Neural Network Applications in Geotechnical Engineering, *Australian Geomechanics*, 36 (2001) 49-62. <https://www.researchgate.net/publication/245498369>
- [26] M. A. Shahin, M. B. Jaksa, H. R. Maier, Recent Advances and Future Challenges for Artificial Neural Systems in Geotechnical Engineering Applications, *Advances in Artificial Neural Systems*, (2009) 1-9. <https://doi.org/10.1155/2009/308239>
- [27] Vũ Văn Tuấn, Lựa chọn cấu trúc mạng nơ ron nhân tạo (ANN) dự báo chỉ số nén của đất, *Tạp chí KHCN xây dựng*, 3 (2020) 67-75
- [28] R. W. Meier, G. J. Rix, Backcalculation of flexible pavement moduli using artificial neural networks, *Transportation Research Record*, (1994) 75-82. <http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/trr/1994/1448/1448-010.pdf>
- [29] S. Bredenhann, M. Ven, Application of artificial neural networks in the back-calculation of flexible pavement layer moduli from deflection measurements, (2004). <https://www.researchgate.net/publication/251855389>
- [30] Y. M. A. Hashash, J. Ghaboussi, Q. Fu, C. Marulanda, Constitutive Soil Behavior Representation via Artificial Neural Networks: A Shift from Soil Models to Soil Behavior Data, (2012) 1-6. [https://doi.org/10.1061/40803\(187\)126](https://doi.org/10.1061/40803(187)126)
- [31] M. B. Bayrak, A. Guclu, H. Ceylan, Rapid Pavement Backcalculation Technique for Evaluating Flexible Pavement Systems, (2005). <https://trid.trb.org/view/760277>
- [32] J. V Tu, Advantages and disadvantages of using artificial neural networks versus logistic regression for predicting medical outcomes, *J. Clin. Epidemiol.*, 49 (1996) 1225-1231. [https://doi.org/10.1016/S0895-4356\(96\)00002-9](https://doi.org/10.1016/S0895-4356(96)00002-9). (n.d.)
- [33] Q. H. Nguyen, H.-B. Ly, V.Q. Tran, T.-A. Nguyen, V.-H. Phan, T.-T. Le, B. T. Pham, A Novel Hybrid Model Based on a Feedforward Neural Network and One Step Secant Algorithm for Prediction of Load-Bearing Capacity of Rectangular Concrete-Filled Steel Tube Columns, *Molecules*, 25 (2020) 3486. <https://doi.org/10.3390/molecules25153486>
- [34] H.-B. Ly, L. M. Le, H. T. Duong, T. C. Nguyen, T. A. Pham, T.-T. Le, V. M. Le, L. Nguyen-Ngoc, B. T. Pham, Hybrid artificial intelligence approaches for predicting critical buckling load of structural members under compression considering the influence of initial geometric imperfections, *Applied Sciences*, 9 (2019) 2258. <https://doi.org/10.3390/app9112258>
- [35] D.V. Dao, S. H. Trinh, H.-B. Ly, B. T. Pham, Prediction of compressive strength of geopolymer concrete using entirely steel slag aggregates: Novel hybrid artificial intelligence approaches, *Applied Sciences*, 9 (2019) 1113. <https://doi.org/10.3390/app9061113>
- [36] D. V. Dao, H. Adeli, H.-B. Ly, L. M. Le, V. M. Le, T.-T. Le, B. T. Pham, A sensitivity and robustness analysis of GPR and ANN for high-performance concrete compressive strength prediction using a Monte Carlo simulation, *Sustainability*, 12 (2020) 830. <https://doi.org/10.3390/su12030830>
- [37] K. G. Sheela, S. N. Deepa, Review on methods to fix number of hidden neurons in neural

- networks, *Mathematical Problems in Engineering*, 2013 (2013). <https://doi.org/10.1155/2013/425740>
- [38] P. B. Cachim, Using artificial neural networks for calculation of temperatures in timber under fire loading, *Construction and Building Materials*, 25 (2011) 4175-4180. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.04.054>
- [39] G. Cybenko, Approximation by superpositions of a sigmoidal function, *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2 (1989) 303–314
- [40] D. G. Bounds, P. J. Lloyd, B. G. Mathew, G. Waddell, A multilayer perceptron network for the diagnosis of low back pain., in: *ICNN*, (1988) 481-489. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1988.23963>
- [41] S. Nagendra, Practical Aspects of Using Neural Networks: Necessary Preliminary Specifications, Technical Paper, GE Research and Development Center, (1998).
- [42] K. P. George, Prediction of resilient modulus from soil index properties, University of Mississippi, (2004). <https://rosap.nrl.bts.gov/view/dot/16187>